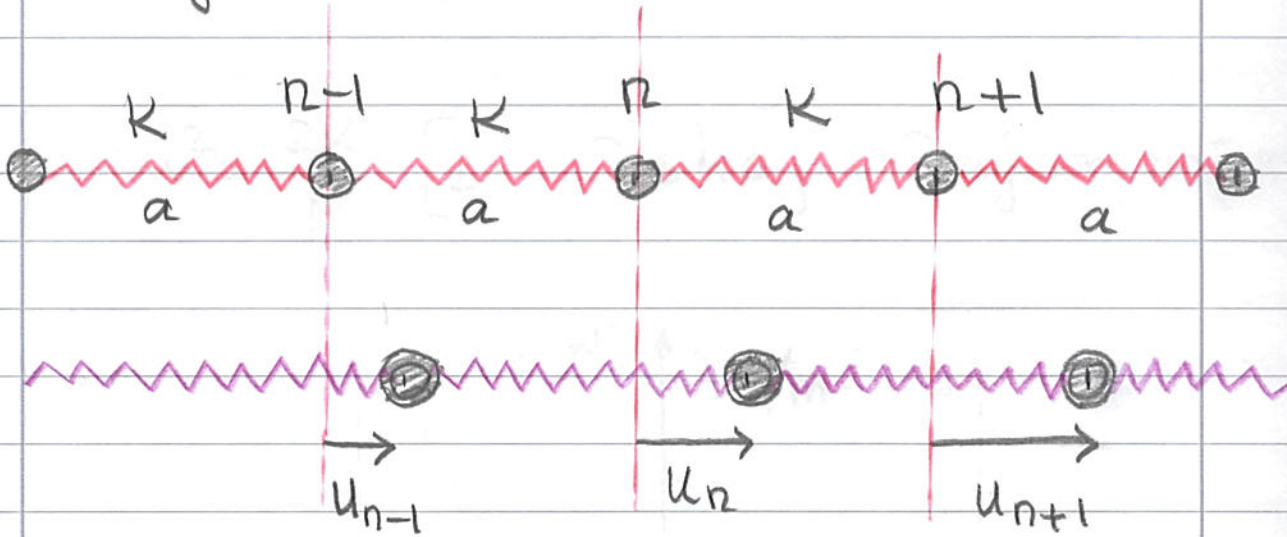


ÖRGÜ TİTRŞİMLERİ

1-Boyutlu, birim hücrede tek atomlu örgü:



En yakın komşu etkileşmesi dikkate alınırsa örgü salınımı için klasik hareket denklemleri:

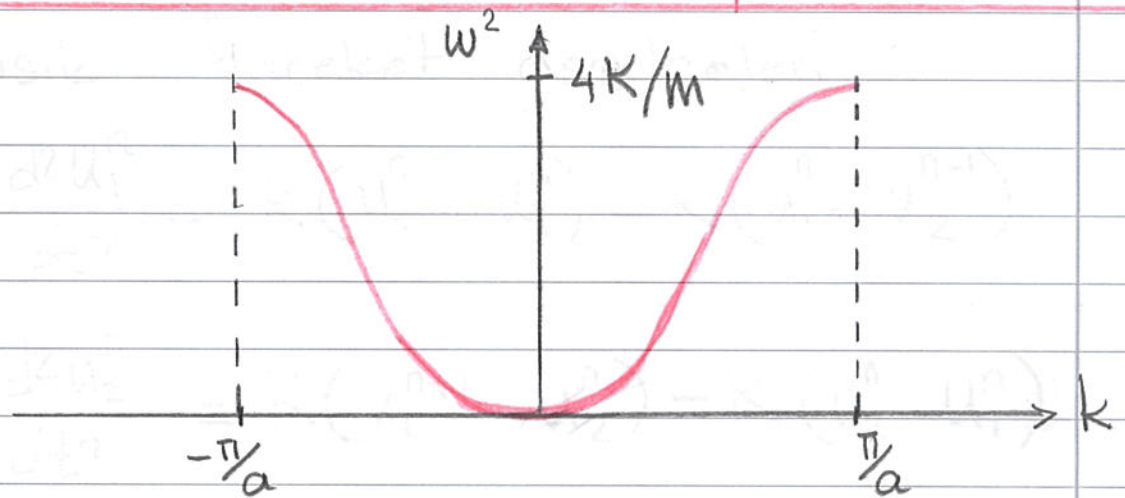
$$M \frac{d^2 u_n}{dt^2} = K(u_{n+1} - u_n) - K(u_n - u_{n-1})$$

Normal kip (tüm örgü aynı frekansla salınımları çözüm önerisi olarak alınırsa)

$$u_n = A e^{i(kx - \omega t)} \quad u_{n+1} = A e^{i(k(n+1)a - \omega t)}$$
$$u_{n-1} = A e^{i(k(n-1)a - \omega t)} \quad x = na$$

$$(-i\omega)^2 M A e^{i(kna - \omega t)} = KA \left[e^{i(k(n+1)a} + e^{i(k(n-1)a} - 2 e^{ikna} \right] e^{-i\omega t}$$

$$\omega^2 = \frac{2K}{M} [1 - \cos ka] \quad \text{Dağılım bağıntı}$$



grup hızı $v_g = \frac{d\omega}{dk} = \sqrt{\frac{2K}{M}} \frac{a \sin ka}{2(1 - \cos ka)^{1/2}}$

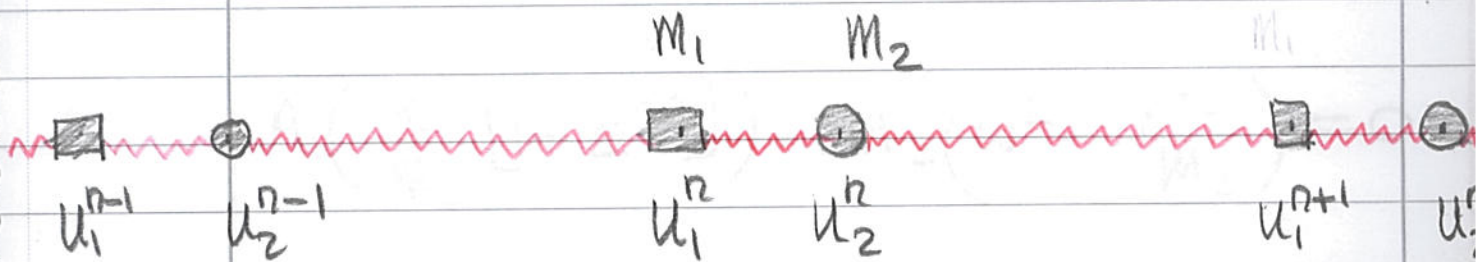
$k = \pm \frac{\pi}{a}$ noktalarında grup hızı sıfırdır.

$ka \ll 1$ Yaklaşımı (origin bölgesi)

$$\cos ka = 1 - \frac{1}{2} (ka)^2 + \dots \quad \omega \approx \sqrt{\frac{K}{M}} ka$$

$$v_g \approx \sqrt{\frac{K}{M}} a$$

- 1-Boyut, birim hücrede 2 atom:
(En yakın komşu etkileşmesi)



Klasik hareket denklemleri

$$M_1 \frac{d^2 u_1^n}{dt^2} = K(u_2^n - u_1^n) - K(u_1^n - u_2^{n-1})$$

$$M_2 \frac{d^2 u_2^n}{dt^2} = K(u_1^{n+1} - u_2^n) - K(u_2^n - u_1^n)$$

Normal kip çözüm önerisi:

$$u_1^n = A_1 e^{i(kna - \omega t)}$$

$$u_2^n = A_2 e^{i(kna - \omega t)}$$

$$-\omega^2 A_1 = \frac{K}{M_1} (A_2 - A_1) - \frac{K}{M_1} (A_1 - A_2 e^{-ika})$$

$$-\omega^2 A_2 = \frac{K}{M_2} (A_1 e^{ika} - A_2) - \frac{K}{M_2} (A_2 - A_1)$$

$$A_1 \left(\omega^2 - \frac{2K}{m_1} \right) + A_2 \left(\frac{K}{m_1} [1 + e^{-ika}] \right) = 0$$

$$A_1 \left(\frac{K}{m_2} [1 + e^{ika}] \right) + A_2 \left(\omega^2 - \frac{2K}{m_2} \right) = 0$$

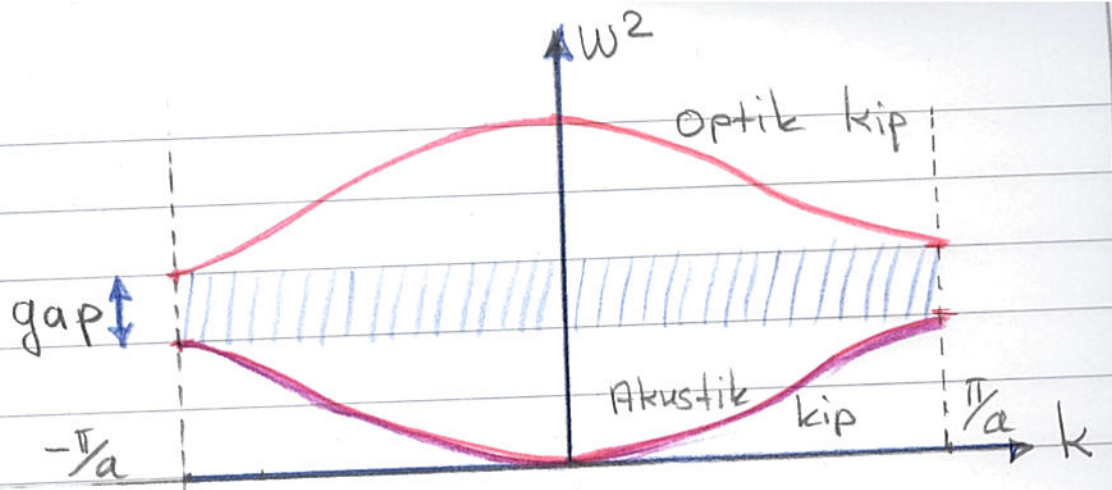
Dağınım bağıntısı katsayı determinantından bulunur:

$$\left(\omega^2 - \frac{2K}{m_1} \right) \left(\omega^2 - \frac{2K}{m_2} \right) - \frac{K^2}{m_1 m_2} (1 + e^{ika})(1 + e^{-ika}) = 0$$

$$\begin{aligned} \omega^2 &= (A+B) \mp \left[(A+B)^2 - 2AB(1 - \cos ka) \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= (A+B) \mp \left[A^2 + B^2 + 2AB \cos ka \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$A = \frac{K}{m_1}$$

$$B = \frac{K}{m_2}$$



$\left[\frac{K}{M_1} = 1, \frac{K}{M_2} = 1.5 \quad \alpha = 1 \text{ için çizilmiştir} \right]$

Dağılım bağıntısı grafiği

$ka \ll 1$ ise $\omega_{ak}^2 \rightarrow 0$, $\omega_{op}^2 = 2K\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)$

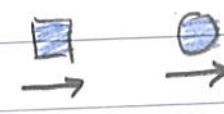
$k = \pm \frac{\pi}{a}$ için $\omega_{ak}^2 = \frac{2K}{M_1}$, $\omega_{op}^2 = \frac{2K}{M_2}$

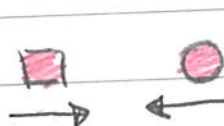
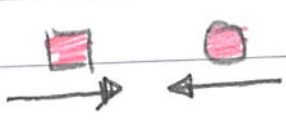
$M_1 > M_2$

$ka \ll 1$ olduğunda ($M_1 \approx M_2$ olsun)

$\omega_{ak}^2 = 0$ alınırsa $A_1 = A_2$ elde edilir

$\omega_{op}^2 = \frac{4K}{M}$ alınırsa $A_1 = -A_2$ elde edilir

  $A_1 = A_2$

  $A_1 = -A_2$