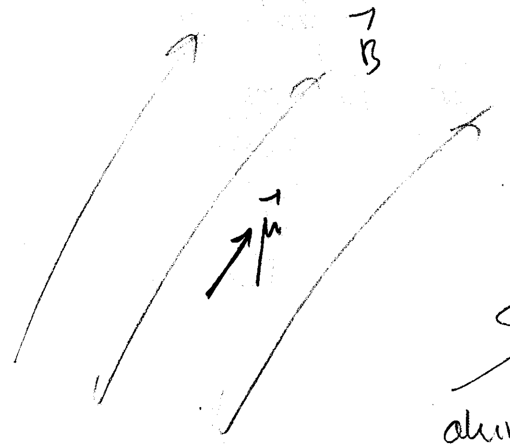
BÖLÜM 5

MAGNETOSTATİK



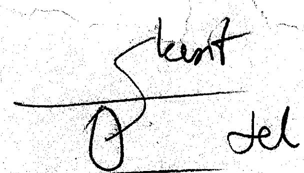
$$\vec N = \vec\mu \times \vec B$$

$\vec J$:= akım yoğunluğu (birim yüzeyden birim zamanda geçen yük miktarı)

akımlarda manyetikten gelen maddelerdir

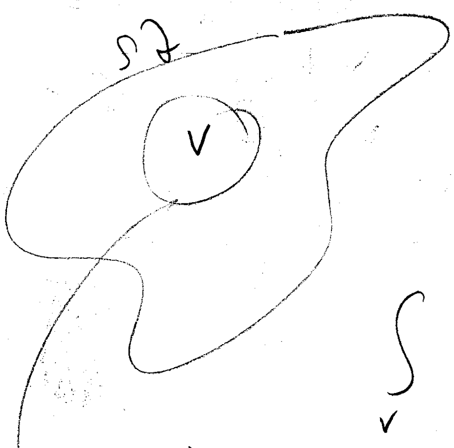
$$[\vec J] = \text{statCoul}/\text{cm}^2\text{-s} = \text{statamp}/\text{cm}^2 \quad (\text{esb})$$

$$= \text{Coul}/\text{m}^2\text{s} \quad (\text{mks})$$



$$\int_{kesit} \vec J\cdot\hat n \, da = I$$

Yük korunumu:



$$\frac{d}{dt}\int_V \rho(\vec x,t)\, d^3\vec x = \underbrace{-}_{\text{çıkıyor}}\oint_S \vec J\cdot\hat n\, da$$

$$\int_V \frac{\partial\rho}{\partial t}\, d^3\vec x = -\int_V (\vec\nabla\cdot\vec J)\, d^3\vec x$$

" Delik yükte zaman ile ortaya çıkan bir azalma, toplam yük miktarı korunacağına göre yüzeyden dışarıya bir yük akımına karşı gelir. "

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec\nabla\cdot\vec J = 0 \qquad \text{süreklilik denklemi}$$

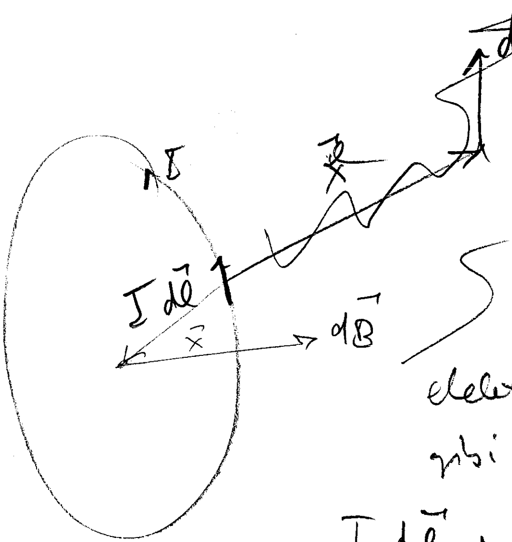
kararlı-durum magnetik olaylar $\frac{\partial \rho}{\partial t}=0$

$\vec{\nabla}\cdot\vec{J}=0$ Magnetostatik

Oersted 1819

Biot-Savart 1820

Ampère (1820-25)



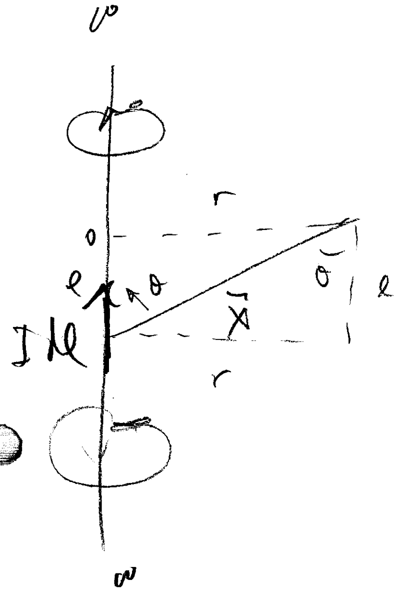
$1/c$

$$d\vec{B}=kI\frac{d\vec{l}\times\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

elektrostatiğin Coulomb yasası gibi

$I\,d\vec{l}\to q\vec{v}$

$$\vec{B}=\frac{q}{c}\frac{\vec{v}\times\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$$

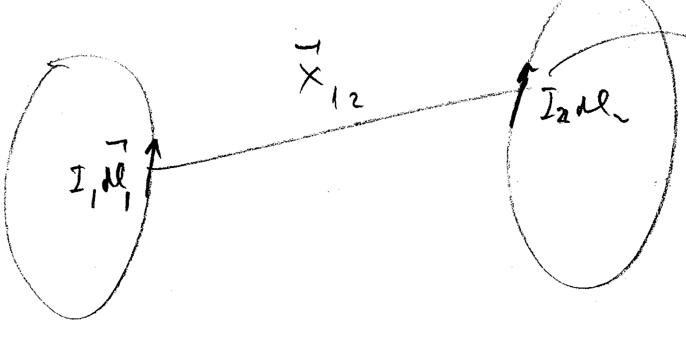


$$\int_{-\infty}^{+\infty}\to 2\int_0^{\infty}$$

$$\vec{B}=\frac{2I}{c}\int_0^{+\infty}\frac{dl\sin\theta}{x^2}\qquad \sin\theta=\frac{r}{(r^2+l^2)^{1/2}}$$

$$=\frac{2I}{c}\int_0^{+\infty}\frac{r\,dl}{(r^2+l^2)^{3/2}}=\frac{2Ir}{c}\frac{1}{r^3}\int_0^{+\infty}\frac{dl}{(1+(l/r)^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{2I}{rc}\int_0^{+\infty}\frac{dl/r}{[1+(l/r)^2]^{3/2}}=\frac{2I}{rc}$$



$$d\vec{B}_1=\frac{I_1}{c}\frac{d\vec{l}_1\times\vec{x}_{12}}{|\vec{x}_{12}|^3}$$

$$d\vec{F}=\frac{I_2\,d\vec{l}_2}{c}\times d\vec{B}_1$$

$$=\frac{I_1I_2}{c^2}\frac{d\vec{l}_2\times(d\vec{l}_1\times\vec{x}_{12})}{|\vec{x}_{12}|^3}$$

$$\vec F_{21} = \frac{I_1 I_2}{c^2} \oint\oint \frac{d\vec l_2 \times (d\vec l_1 \times \vec x_{12})}{|\vec x_{12}|^3}$$

$$d\vec l_2 \times (d\vec l_1 \times \vec x_{12}) = d\vec l_1 (d\vec l_2 \cdot \vec x_{12}) - (d\vec l_2 \cdot d\vec l_1)\vec x_{12}$$

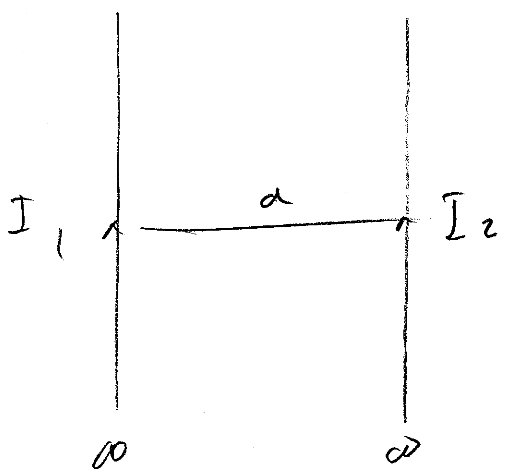
$$F_{12} = \frac{I_1 I_2}{c^2} \oint\oint \frac{d\vec l_1 (d\vec l_2 \cdot \vec x_{12})}{|\vec x_{12}|^3} - \frac{I_1 I_2}{c^2} \oint\oint \frac{(d\vec l_2 \cdot d\vec l_1)\vec x_{12}}{|\vec x_{12}|^3}$$

$$\Downarrow$$

$$\oint d\vec l_1 \oint \frac{d\vec l_2 \cdot \vec x_{12}}{|\vec x_{12}|^3} = \oint d\vec l_1 \oint \underbrace{d\vec l_2 \cdot \vec\nabla \frac{1}{|\vec x_{12}|}}_{0}$$

$$d\vec r \cdot \vec\nabla f = dx \frac{df}{dx} + dy \frac{df}{dy} + dz \frac{df}{dz}$$
$$= d\left(\frac{1}{|\vec x_{12}|}\right)$$

$$= -\frac{I_1 I_2}{c^2} \oint\oint \frac{(d\vec l_1 \cdot d\vec l_2)\vec x_{21}}{|\vec x_{21}|^3} = \vec F_{21}$$

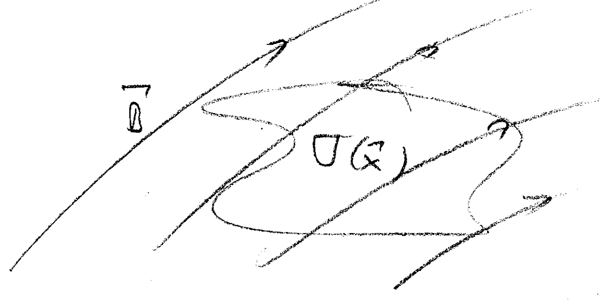


$$B_1 = \frac{2 I_1}{c d}$$

$$F = \frac{2 I_2 I_1}{c^2 d}$$

$$I\, dl = (J\, da)\, dl = J\, d^3x$$

$$\vec F = \frac{1}{c} \int \vec J(\vec x) \times \vec B(\vec x)\, d^3\vec x$$



$$d\vec{N} = \vec{x} \times d\vec{F} \quad \Rightarrow \quad \vec{N} = \frac{1}{c} \int \vec{x} \times [\vec{J}(\vec{x}) \times \vec{B}(\vec{x})]\, d^3\vec{x}$$

5.3. Magnetostatiğin Dif. denk.leri ve Ampère yasası

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{1}{c} \int \vec{J}(\vec{x}') \times \frac{(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3}\, d^3\vec{x}'$$

$$= \frac{-1}{c} \int J(\vec{x}') \times \vec{\nabla}_x \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|}\, d^3x$$

$$= \frac{1}{c} \vec{\nabla} \times \int \frac{J(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}\, d^3\vec{x}'$$

$$= \vec{\nabla} \times \underbrace{\left\{ \frac{1}{c} \int \frac{J(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}\, d^3\vec{x}' \right\}}_{\vec{A}(\vec{x})}$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{x})$$

bir vekt. pot.dan türetiliyor. diverjansı sıfır.

1. Denk. $\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0}$ Magnetostatiğin ilk denk.'i. Serbest magnetik yük yok!

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{x}) = \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \left\{ \frac{1}{c} \int \frac{J(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}\, d^3\vec{x}' \right\}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla}^2 A$$

$$= -\vec{\nabla} \frac{1}{c} \int \vec{J}(\vec{x}') \cdot \vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|}\, d^3\vec{x}' - \frac{1}{c} \int \vec{J}(\vec{x}') \underbrace{\vec{\nabla}^2 \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|}}_{-4\pi\delta^3(\vec{x} - \vec{x}')}\, d^3\vec{x}'$$

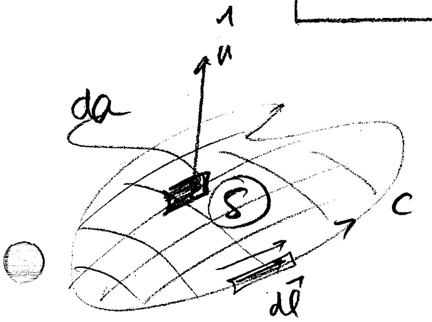
' ye gradient kısmi integ. yap.

$$\vec\nabla\times\vec B(\vec x) = \vec\nabla \frac{1}{c}\int \frac{\cancel{\vec\nabla'\cdot\vec J(\vec x')}^{\,0}}{|\vec x-\vec x'|}\,d^3x' + \frac{4\pi}{c}\vec J(\vec x)$$

magnetostatik.

$$\boxed{\vec\nabla\times\vec B(\vec x)=\frac{4\pi}{c}\vec J(\vec x)}$$

Ampère yasası. 2. denk.



$$\int_S(\vec\nabla\times\vec B)\cdot\hat n\,da = \frac{4\pi}{c}\int_S \vec J\cdot\hat n\,da$$

Stokes yasası

$$\oint_C \vec B\cdot d\vec l = \frac{4\pi}{c} I$$

5.4. Vektör potansiyel

Akım olmadığı yerlerde $\vec\nabla\times\vec B=0$, $\vec B$'yi bir skaler potansiyelin gradyentinden elde etmemize izin verir. $\vec B=-\vec\nabla\Phi_M$

$\Rightarrow$ $\vec\nabla^2\Phi_M=0$ elektrostatik'deki yöntemler aynen kullanılır.

$\vec\nabla\cdot\vec B=0$ dan başlayalım. $\vec B=\vec\nabla\times\frac{1}{c}\int\frac{J(\vec x')}{|\vec x-\vec x'|}\,d^3x'$

$\vec B=\vec\nabla\times\vec A$ $\quad \underbrace{\vec A\to\vec A'=\vec A+\vec\nabla\psi}_{\text{ayar dönüşümü}} \Rightarrow \vec B'=\vec\nabla\times\vec A'=\vec\nabla\times\vec A=\vec B$

$\vec\nabla\times(\vec\nabla\times\vec A)=\frac{4\pi}{c}\vec J$ $\quad \vec\nabla(\vec\nabla\cdot\vec A)-\vec\nabla^2\vec A=\frac{4\pi}{c}\vec J$

$\vec A$'yı keyfi seçebiliyorum div.si sıfır olacak şekilde seçebilirim.

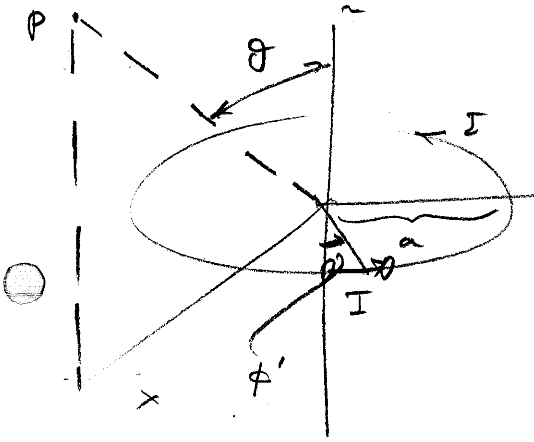
$\vec\nabla\cdot\vec A=0$ $\quad \vec\nabla\cdot(\underbrace{\vec A+\vec\nabla f}_{\vec A'})=0$ $\quad \vec\nabla^2 f=-\vec\nabla\cdot\vec A$ olmalı.

$\vec\nabla\cdot\vec A'=0$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = -\frac{4\pi}{c}\vec{J} \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{A} = 0 \quad \text{Coulomb ayar seçimi}$$

$$\vec{\nabla}^2 A_i = -\frac{4\pi}{c} J_i$$

5.5. Çembersel akım halkasının vekt. pot.'i ve magnetik indüksiyon



$$J_\phi(\vec{x}) = \frac{I}{a}\,\delta(\cos\theta')\,\delta(r'-a) \qquad r', \theta', \phi'$$

$$\left(J_r = 0 \; ; \; J_\theta = 0\right)$$

bu akım dağılımının uzayın bir noktasında oluşturduğu vekt. pot.'i bulacağız

bu " " ϕ'ye göre simetrik. Hesaplayacağım nokta xz-düzleminde

olsun $\varphi = 0$ olsun diye nasılsa φ ye bağımlılık yok.

kartezyen koordinatlarda vektörel akım, $\vec{J} = J_\phi\left(-\sin\phi'\,\hat{i} + \cos\phi'\,\hat{j}\right)$

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{1}{c}\int \frac{J(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\, d^3x'$$

x'ler birbirini götürecek sadece y-kalacak. bu da A_φ 'dir.

$$A_\phi(r,\theta) = \frac{1}{c}\int \frac{J_\phi(\theta',\phi')\cos\phi'\, r'^2 dr'\, d(\cos\theta')\, d\phi'}{\left[r^2 + r'^2 - 2rr'\left(\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\phi-\phi')\right)\right]^{1/2}}$$

$$= \frac{Ia^2}{ca}\int_0^{2\pi} \frac{\cos\phi'\, d\phi'}{\left(r^2 + a^2 - 2ar\sin\theta\cos\phi'\right)^{1/2}}$$

$r \gg a$ ise

$$\simeq \frac{Ia}{c}\int_0^{2\pi} \frac{\cos\phi'\, d\phi'}{r\left(1 - 2\frac{a}{r}\sin\theta\cos\phi'\right)^{1/2}} \simeq \frac{Ia}{rc}\int_0^{2\pi} \cos\phi'\, d\phi' \left(1 + \frac{a}{r}\sin\theta\cos\phi' + \dots\right)$$

$$\simeq \frac{I a^2}{c r^2} \sin\theta \underbrace{\int_0^{2\pi} \cos^2\phi' \, d\phi'}_{\pi} \simeq \frac{I a^2 \pi}{c r^2} \sin\theta \qquad r \gg a$$

küresel koordinatlarda

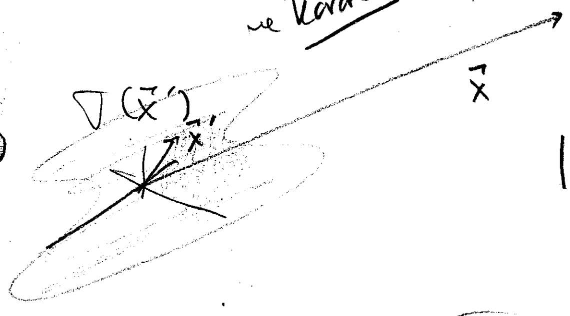
$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \hat{e}_r \underbrace{\frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta A_\phi \right)}_{B_r} - \hat{e}_\theta \underbrace{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r A_\phi \right)}_{-B_\theta}$$

$$\begin{cases} B_r = \dfrac{2 I a^2 \pi}{c} \dfrac{\cos\theta}{r^3} \\[2ex] B_\theta = \dfrac{I a^2 \pi}{c} \dfrac{\sin\theta}{r^3} \\[2ex] B_\phi = 0 \end{cases}$$

uzakta bu akım halkası bir dipol gibi görülmekte.

$$m = \frac{\pi I a^2}{c}$$

Lokalize ve kararlı bir akım halkasının çok kutup analizi



$$\mathrm{Max} |\vec{x}'| \ll |\vec{x}|$$

$|\vec{x}'| = 0$ koordinat başlangıcı civarında seriye açabiliriz.

$$\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} = \frac{1}{|\vec{x}|} + \frac{\vec{x} \cdot \vec{x}'}{|\vec{x}|^3} + \dots \qquad \vec{x}' \cdot \vec{\nabla}_{\vec{x}'} \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} = - \vec{x}' \cdot \vec{\nabla}_{\vec{x}'} \frac{1}{| \; |} \Big|_{\vec{x}' = 0}$$

Bunu $\vec{A}(\vec{x})$'nın herhangi bir bileşeni için yapalım.

$$A_i(\vec{x}) = \frac{1}{c} \int \frac{J_i(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} d^3\vec{x}'$$

$$= \frac{1}{c} \frac{1}{|\vec{x}|} \int J_i(\vec{x}') d^3\vec{x}' + \frac{\vec{x}}{c |\vec{x}|^3} \cdot \int \vec{x}' J_i(\vec{x}') d^3\vec{x}' + \dots$$

İlk terim sıfırdır. İspat:

$\vec{x}'$'nün iyi davranışlı iki fonk.'u $f(\vec{x}')$ ve $g(\vec{x}')$'yü

ele alalım

$\vec{\nabla}'\vec{J}(\vec{x}')=0$ kararlı akımlar

$$\int \Big[f(\vec{x}')\vec{J}(\vec{x}')\cdot\vec{\nabla}' g(\vec{x}') + \overbrace{g(\vec{x}')\underbrace{\vec{J}(\vec{x}')}_{u}\cdot\underbrace{\vec{\nabla}' f(\vec{x}')}_{dv}}^{\text{kısmi integrasyon}} \Big] d^3\vec{x}' \overset{?}{=} 0$$

$$= \int f\vec{J}\cdot\vec{\nabla}' g\, d^3\vec{x}' - \underbrace{\int f\,\vec{\nabla}'\cdot(g\vec{J})\, d^3\vec{x}'}_{-v\,du} + \oint_S g f \underbrace{\cancel{\vec{J}\cdot\hat{n}\, da}}_{0}$$

$$= \int f\vec{J}\cdot\vec{\nabla}' g\, d^3\vec{x}' - \int f\vec{J}\vec{\nabla}' g\, d^3\vec{x} - \int f g \underbrace{\cancel{\vec{\nabla}'\vec{J}}}_{0}\, d^3\vec{x}$$

$= 0$ ✓

$$\int_V \vec{\nabla}(fg\vec{J})\, d^3\vec{x} = \oint_S (fg\vec{J})\hat{n}\, da$$

$f=1$ $\quad g = x_i'$ olsun

$$\int J_i(\vec{x}')\cdot\underbrace{\vec{\nabla} x_i'}_{\hat{e}_i}\, d^3\vec{x}' = 0 = \underbrace{\int J_i\hat{e}_i\, d^3\vec{x}' = 0}_{\text{ilk terim sıfır.}}$$

#) $$\int \vec{J}(\vec{x}')\, d^3\vec{x}' = \underbrace{\sum_k \oint i_k\, d\vec{r}_k}_{\substack{\text{akım dağılımı}\\ \text{kapalı yüzeylere}\\ \text{ayrılabilir.}}} = \sum_k i_k \underbrace{\oint d\vec{r}_k}_{0} = 0$$

$\int J_i\, d^3x' = 0$

##) $\vec{\nabla}\cdot\vec{J}=0$ $\quad \int \vec{x}'(\vec{\nabla}'\cdot\vec{J})\, d^3\vec{x}' = 0$

$$\sum_k \int x_i' \frac{\partial J_k}{\partial x_k'}\, d^3\vec{x}' = 0 = \sum_k \int \cancel{\frac{\partial}{\partial x_k'}(x_i' J_k)\, d^3x'} - \sum_k \int J_k \underbrace{\frac{\partial x_i'}{\partial x_k'}}_{\delta_{ik}}\, d^3x' = 0$$

İkinci terim

$f = x_i'$ $\quad g = x_j'$ seçelim

$$\int \left[x_i' \vec{J}\,\underbrace{\vec{\nabla}' x_j'}_{\hat{e}_j} + x_j' \vec{J}\,\underbrace{\vec{\nabla}' x_i'}_{\hat{e}_i} \right] d^3x' = 0$$

$$\int \left(x_i' J_j + x_j' J_i \right) d^3x' = 0$$

$$A_i = \frac{1}{c|\vec{x}|^3} \sum_j x_j \int x_j' J_i \, d^3\vec{x}'$$

$$= \frac{1}{2c|\vec{x}|^3} \sum_j x_j \int \left(x_j' J_i + x_j' J_i \right) d^3\vec{x}'$$

$$= \frac{1}{2c|\vec{x}|^3} \sum_j x_j \int \left(x_j' J_i - x_i' J_j \right) d^3\vec{x}'$$

$$= \frac{-1}{2c|\vec{x}|^3} \sum_j x_j \int \Big(\underbrace{x_i' J_j - x_j' J_i}_{\sum_k \epsilon_{ijk} (\vec{x}' \times \vec{J})_k} \Big) d^3\vec{x}'$$

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & ijk \quad 1\,2\,3 \text{ ve çift permüt.} \\ -1 & \text{"} \quad \text{tek perm.} \\ 0 & \text{ikisi eşit ise.} \end{cases}$$

antisimetrik tensör

$$(\vec{A} \times \vec{B})_i = \epsilon_{ijk} A_j B_k$$

$$= \frac{-1}{2c|\vec{x}|^3} \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} x_j \int (\vec{x}' \times \vec{J})_k \, d^3\vec{x}'$$

$$= \frac{-1}{2c|\vec{x}|^3} \left[\vec{x} \times \int (\vec{x}' \times \vec{J}) \, d^3\vec{x}' \right]_i$$

n3 n4

n4
n3

k1, k2, k3, l3, l4, n3
?

? ?
k1 k2 k3 n3 n4 l3

r_3 r_4 β_3

Input
Validity
[illegible]
Styche Ref

BS K

$$\vec{m} = \frac{1}{2c} \int \vec{x}\,' \times \vec{J}(\vec{x}\,')\, d^3\vec{x} \quad \text{magnetik dipol moment}$$

$$A_i = \frac{-1}{|\vec{x}|^3} [\vec{x} \times \vec{m}]_i$$

$$\Rightarrow \quad \vec{A}(\vec{x}) = \frac{\vec{m} \times \vec{x}}{|\vec{x}|^3} + \dots$$

$$= -\vec{m} \times \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{x}|} + \dots$$

başlangıca yerleştirilmiş magnetik dipol mom.'in $\vec{x}$'de oluşturduğu vektör pot.. $\vec{x}$ de oluşturduğu magnetik alan nedir?

$$\vec{B}(\vec{x}) = \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{m} \times \vec{x}}{|\vec{x}|^3} \right) = -\vec{\nabla} \times \left(\vec{m} \times \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{x}|} \right)$$

$$= -\vec{m} \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}}_{\nabla^2} \frac{1}{|\vec{x}|} + \underbrace{(\vec{\nabla} \cdot \vec{m}) \vec{\nabla}}_{(\vec{m} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\nabla}} \frac{1}{|\vec{x}|}$$

$$\nabla^2 \frac{1}{|\vec{x}|} = 4\pi \delta(\vec{x})$$

$\vec{x} = 0$ alamayacağımız göre bu sıfır.

$$\partial x_i (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{-3/2} = -\frac{3}{\cancel{2}} \frac{\cancel{2} x_i}{|\vec{x}|^5}$$

$$= \sum_j m_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3} \right)$$

$$= \sum_j m_j \left[-\frac{1}{|\vec{x}|^3} \frac{\partial \vec{x}}{\partial x_j} - \vec{x} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{1}{|\vec{x}|^3} \right]$$

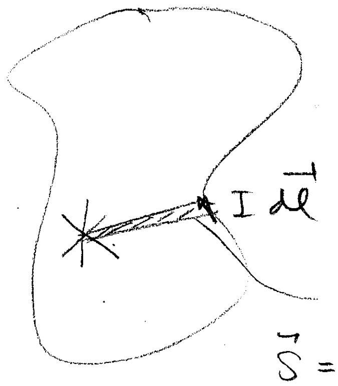
$$= \sum_j m_j \left(-\frac{1}{|\vec{x}|^3} \hat{e}_j + 3\vec{x} \frac{x_j}{|\vec{x}|^5} \right) = -\frac{\vec{m}}{|\vec{x}|^3} + \frac{3\vec{x}(\vec{x} \cdot \vec{m})}{|\vec{x}|^5}$$

$8\pi/3$

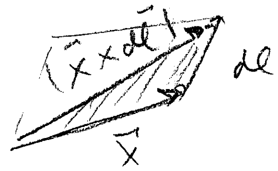
$$\vec{B}(\vec{x}) = -4\pi\,\vec{m}\,\delta(\vec{x}) + \frac{3\hat{x}(\vec{m}\cdot\hat{x})-\vec{m}}{|\vec{x}|^3}$$

olması lazım

Düzlemsel kapalı bir akım halkasının magnetik momenti



$$\vec{m} = \frac{1}{2c}\int \vec{x}\times\vec{J}\,d^3\vec{x} = \frac{I}{2c}\oint_S \vec{x}\times d\vec{l}$$



$$\vec{S} = \frac{1}{2}\oint \vec{x}\times d\vec{l}$$

$$= \frac{I}{c}\,\frac{1}{2}\oint \vec{x}\times d\vec{l}$$

$$= \frac{I}{c}\,(\text{Alan})\,\hat{n}$$ → sağ el kuralı ile belirlenir

(7)

bunu sabit bir $\vec{B}_0$ mag. alan içerisine koysam, etki eden kuvvet ne kadardır?

$$\vec{F} = \frac{I}{c}\oint d\vec{x}\times\vec{B}_0 = \frac{-I}{c}\,\vec{B}_0\times\underbrace{\oint d\vec{x}}_{0} = 0$$ (10) bağıntısı

m_i kütleli, q_i yüklü $\vec{v}_i$ hızlı N tane yüklü parçacık var.

$$\vec{J}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{N} q_i\,\vec{v}_i\,\delta(\vec{x}-\vec{x}_i)$$

bu yük dağılımının yörüngeleri sınırlı olsun.

$$\vec{m} = \frac{1}{2c}\int \vec{x}\times\sum q_i\,\vec{v}_i\,\delta(\vec{x}-\vec{x}_i)\,d^3\vec{x}$$

$$= \frac{1}{2c}\sum q_i\,\vec{x}_i\times\vec{v}_i = \sum_i \frac{q_i}{2cm_i}\,\vec{x}_i\times\vec{p}_i = \sum \frac{q_i}{2m_ic}\,\vec{l}_i$$

parçacıklar özdeş, ya da $\frac{q_i}{m_i}$ 'ler aynı ise $\frac{q_i}{m_i} = \frac{q}{m}$

$$\vec{m} = \frac{q}{2mc}\vec{\ell}$$

yörünge açısal mom.

$$\vec{\mu} = \frac{g e}{2mc}\vec{S}$$ spin halinde.

5.7. Dış magnetik alan içerisindeki akım dağılımına uygulanan kuvvet

$\vec{B} = \vec{B}_0 = \overline{\text{sbt}}$ ise

$\vec{J}(\vec{x})$

$$\vec{F} = \frac{1}{c}\int \vec{J}(\vec{x}) \times \vec{B}(\vec{x})\, d^3\vec{x}$$

$$= -\frac{1}{c}\vec{B} \times \underbrace{\int \vec{J}(\vec{x})\, d^3\vec{x}}_{=0}$$

kararlı akım $\vec{\nabla}\cdot\vec{J} = 0$

Ama tork sıfır olmayabilir.

$$B_i(\vec{x}) = B_i(0) + \vec{x}\cdot\vec{\nabla}B_i(0) + \cdots$$

$\vec{x}$'e göre yavaş değişen $\vec{B}(\vec{x})$ magnetik alanı içerisindeki $\vec{J}(\vec{x})$'e uygulanan kuvveti arıyoruz.

$$F_i = \frac{1}{c}\sum_{jk}\epsilon_{ijk}\int J_j(\vec{x})\, B_k(\vec{x})\, d^3\vec{x}$$

$$= \frac{1}{c}\sum_{jk}\epsilon_{ijk}\int J_j\left\{B_k(0) + \vec{x}\cdot\vec{\nabla}B_k(0) + \cdots\right\}$$

$$= \frac{1}{c} \sum_{jk} \epsilon_{ijk} B_k(0) \underbrace{\int J_j(\vec{x})\, d^3\vec{x}}_{0}$$

olduğunu 3 yol ile göstermiştik!

$$+ \frac{1}{c} \sum_{jk} \epsilon_{ijk} \vec{\nabla} B_k(0) \int \vec{x}\, J_j(\vec{x})\, d^3\vec{x} + \dots$$

$$= \text{hot}: \ \vec{x} \cdot \int \vec{x}'\, J_j\, d^3\vec{x}'$$

$$= -\frac{1}{2} \left\{ \vec{x} \times \int \vec{x}' \times \vec{J}(\vec{x}')\, d^3\vec{x}' \right\}_j$$

$$= -\frac{1}{2c} \sum_{jk} \epsilon_{ijk} \left\{ \vec{\nabla} B_k(0) \times \int \vec{x} \times \vec{J}\, d^3\vec{x} \right\}_j$$

j dırdı!

$$\vec{m} = \frac{1}{2c} \int \vec{x} \times \vec{J}\, d^3\vec{x}$$

$$= (-1) \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} \left(\vec{\nabla} B_k(0) \times \vec{m} \right)_j$$

$$\boxed{\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J}\, d^3x = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a}}$$

DIV. Theor.

?

$$= (+1) \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} \left(\vec{m} \times \vec{\nabla} B_k(0) \right)_j$$

$$= \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} (\vec{m} \times \vec{\nabla})_j B_k(\vec{x}) \Big|_{\vec{x}=0}$$

$$= \left\{ (\vec{m} \times \vec{\nabla}) \times \vec{B}(0) \right\}_i$$

tüm işlemlerden sonra

$$\vec{F} = (\vec{m} \times \vec{\nabla}) \times \vec{B}(0)$$

$$= \vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B}) - \underbrace{(\vec{\nabla} \cdot \vec{B})}_{=0 \text{ magnetostatik}} \vec{m}$$

$$= \vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B})$$

$U = -\vec{m} \cdot \vec{B}$ pot.'nın gradyentinden türetebilir.

BS K

$$= \int \vec{x}' \times (\vec{J}\times \vec{B}(0))\, d^3\vec{x}'$$

$$\vec{N} = \frac{1}{c}\int (\vec{x}'\cdot\vec{B}_0)\,\vec{J}\, d^3\vec{x}' - \frac{1}{c}\int(\vec{x}'\cdot\vec{J})\,\vec{B}_0\, d^3\vec{x}'$$

Taylor'daki ilk terim

$$N_i = \frac{1}{c}\int(\vec{x}\cdot\vec{B}_0)\,J_i\, d^3\vec{x} - \frac{1}{c}\int(\vec{x}\cdot\vec{J})\,B_i\, d^3\vec{x}$$

$$= \frac{1}{c}\vec{B}\int \vec{x}\, J_i\, d^3\vec{x} - \frac{1}{c} B_i \int \vec{x}\cdot\vec{J}\, d^3\vec{x}$$

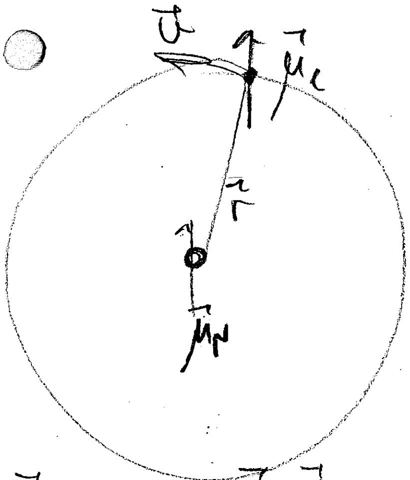
$g = f = |\vec{x}|$ $\int [f\vec{J}\cdot\vec{\nabla} g + g\vec{J}\cdot\vec{\nabla} f]\, d^3\vec{x} = 0$

$$\int \cancel{|\vec{x}|}\,\vec{J}\,\frac{\vec{x}}{\cancel{|\vec{x}|}} = 0 \qquad \int \vec{J}\cdot\vec{x}\, d^3\vec{x} = 0$$

$$N_i = \frac{-1}{2c}\left\{\vec{B}_0 \times \int \vec{x}\times\vec{J}\, d^3\vec{x}\right\}_i$$

$$= -\left\{\vec{B}_0(0)\times\vec{m}\right\}_i = \left(\vec{m}\times\vec{B}(0)\right)_i$$

$$\vec{N} = \vec{m}\times\vec{B}(0)$$



$\vec{S},\vec{L}$ etkileşmesi ince yapı (İY)

Çekirdeğin spin mag. mom.'nun elektronun alanı içerisinde bulunmasından dolayı gelen katkı **AİY**

$$U_{AİY} = -\vec{\mu}_N\cdot\left(\vec{B}_{yörüngesel} + \frac{3\hat{n}(\vec{\mu}_e\cdot\hat{n})-\vec{\mu}_e}{r^3}\right)$$

dipol alanı.

$$\vec{B}_y = \frac{e}{c}\frac{\vec{v}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{e}{mc}\frac{\vec{p}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{-e}{mc}\frac{\vec{r}\times\vec{p}}{r^3}$$

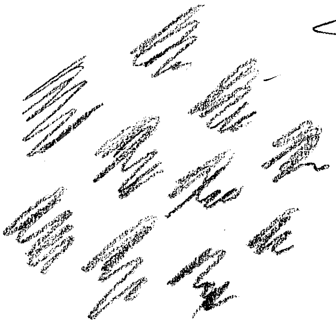
4π

$$= -\vec{\mu}_N\cdot\left(\frac{-e\,\vec{L}}{mcr^3} + \frac{3\hat{n}(\vec{\mu}_e\cdot\hat{n})-\vec{\mu}_e}{r^3} + \frac{8\pi}{3}\vec{\mu}_e\,\delta(\vec{x})\right)$$

$$= -\frac{8\pi}{3}\vec{\mu}_e\cdot\vec{\mu}_N\,\delta(\vec{x}) + \frac{1}{r^3}\left[\vec{\mu}_e\cdot\vec{\mu}_N - 3(\vec{\mu}_e\cdot\hat{n})(\vec{\mu}_N\cdot\hat{n}) - \frac{e}{mc}\vec{\mu}_N\cdot\vec{L}\right]$$

BS K

5.8. Makroskopik Denklemler



< bunların oluşturduğu yerden yere değişen (moleküller) oluşturduğu alan var.

$$\vec{\nabla}\cdot\langle \vec{B}_{mikro}\rangle = 0$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \quad \text{bu denk.,}$$

maddesel ortamlarda doğru

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}_m = \frac{4\pi}{c}\vec{J}$$ maddesel ortama geçerken ne olacak?

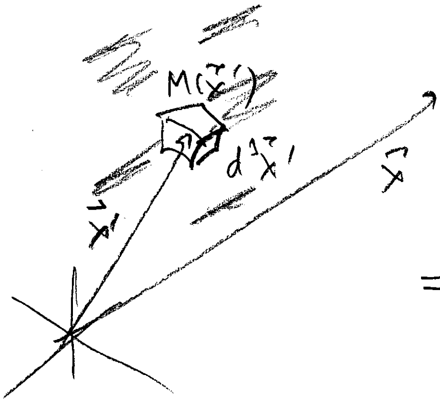
larda $\vec{\nabla}\times\vec{A} = \vec{B}$

moleküllerin herbirini kapalı akım devresi gibi düşünelim. Maddesel ortam içindeki birim hacimde

$$\vec{M}(\vec{x}) = \sum_i N_i \langle \vec{m}_i \rangle$$

mgn. mom. yoğ. [ort. makroskopik mıknatıslanma] — bunu molekül akımları oluşturur.

ortamda serbest yükler de varsa, bunların ikisinin bir $\vec{x}$ noktasında oluşturduğu vekt. pot.



$$A(\vec{x}) = \int \vec{M}(\vec{x}')\times\frac{\vec{x}-\vec{x}'}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3}\,d^3\vec{x}' + \frac{1}{c}\int\frac{J(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3\vec{x}'$$

$$= \underbrace{\int \vec{M}(\vec{x}')\times\vec{\nabla}'\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3\vec{x}'}_{\text{kısmi int.}} + \frac{1}{c}\int\frac{\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3\vec{x}'$$

$$(\quad) + \oint$$

$$= + \int \frac{\vec{\nabla}\times\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3\vec{x}' + \frac{1}{c}\int\frac{J(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3\vec{x}'$$

$$\vec A(\vec x) = \frac{1}{c}\int \frac{[\vec J(\vec x') + c\,\vec\nabla\times\vec M(\vec x')]}{|\vec x - \vec x'|}\, d^3x'$$

$$\vec\nabla\times\vec B = \frac{4\pi}{c}\Big[\vec J(\vec x) + c\,\underbrace{\vec\nabla\times\vec M(\vec x)}_{\text{moleküler } \vec J}\Big] \qquad \vec J_n = c\,\vec\nabla\times\vec M$$

$$\vec\nabla\times(\underbrace{\vec B - 4\pi\vec M}_{\vec H}) = \frac{4\pi}{c}\vec J$$

$$\vec\nabla\times\vec H = \frac{4\pi}{c}\vec J \qquad \vec H = \vec B - 4\pi\vec M$$

izotropik olan (para ve dia)magnetik maddelerde $\vec B$ ile $\vec H$ arasında

$$\vec B = \mu\vec H$$

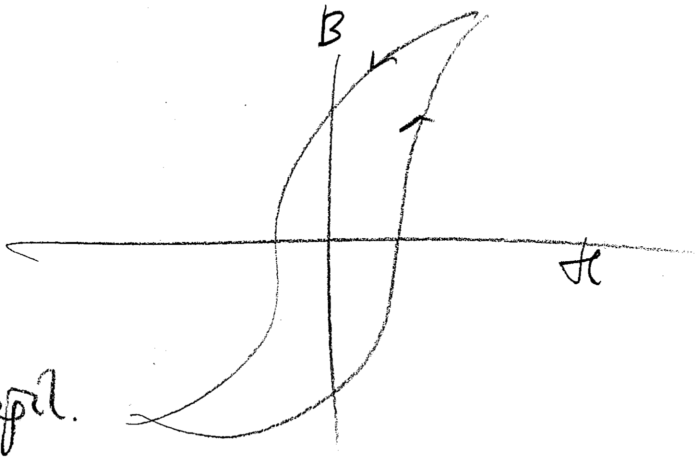
magnetizasyon $\vec M = \chi\vec H$ $\quad \vec H = \vec B - 4\pi\chi\vec H$ mag. duyarlılık

$$\vec H\,(\underbrace{1+4\pi\chi}_{\mu \text{ mag. geçirgenlik.}}) = \vec B$$

$\chi \sim 10^{-6}$ para - dia

$\mu > 1$ çok az paralarda

$\mu < 1$ " dialarda

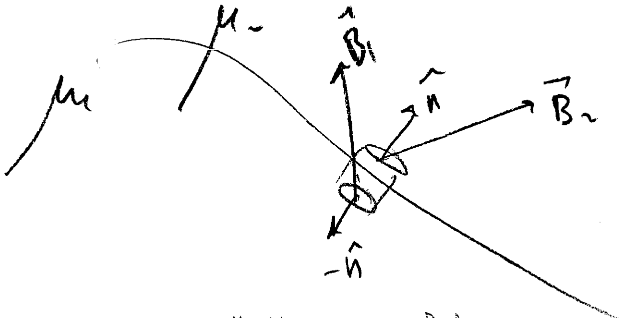


$\vec B = \vec F(\vec H)$ ferro.

tek değerli değil.

lineer ortamda $\vec B = \mu\vec H$

Bir ortamdan başka bir ortama geçerken $\vec{B}$ ve $\vec{H}$'nin sağlayacağı sınır şartları (girişe bak!)



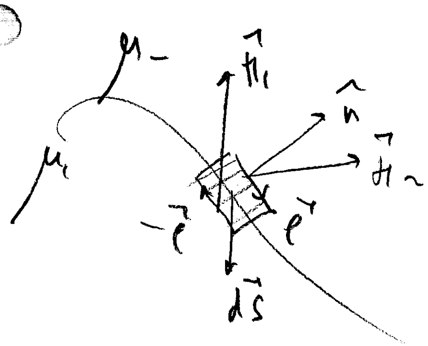
$$\int_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{B})\, d^3x = 0 \Rightarrow \oint_S \vec{B}\cdot\hat{n}\, da = 0$$

üstten geçen için

$$\left(\vec{B}_2\cdot\hat{n} - \vec{B}_1\cdot\hat{n}\right) = 0 \qquad (\vec{B}_2 - \vec{B}_1)\cdot\hat{n} = 0$$

alttan geçen için

$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{J}$'yi herhangi bir S üzerinden integre et.



$$\int_S (\vec{\nabla}\times\vec{H})\,\hat{n}\, da = \frac{4\pi}{c}\int_S \vec{J}\cdot\hat{n}\, da$$

açık yüzey üzerinden çizgi integraline geçelim.

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{c}\int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}'\, da \Rightarrow \vec{H}_2\cdot\vec{l} - \vec{H}_1\cdot\vec{l} = \frac{4\pi}{c}\vec{K}\cdot d\vec{S}'$$

yüzeysel akım dağılımı

$\vec{l}$

$$\hat{n}\times(\vec{H}_2 - \vec{H}_1)\cdot \cancel{d\vec{S}} = \frac{4\pi}{c}\vec{K}\cdot\cancel{d\vec{S}}$$

$$\frac{4\pi}{c}\vec{J}\cdot\underbrace{\hat{n}\, da}_{d\vec{S}'}$$

kağıt düzlemine dik bir doğru olan yüzeye dik vekt.

$$\hat{n}\times(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \frac{4\pi}{c}\vec{K}_\sigma$$

$$\hat{n}\times\left(\frac{\vec{B}_2}{\mu_2} - \frac{\vec{B}_1}{\mu_1}\right) = \frac{4\pi}{c}\vec{K}$$

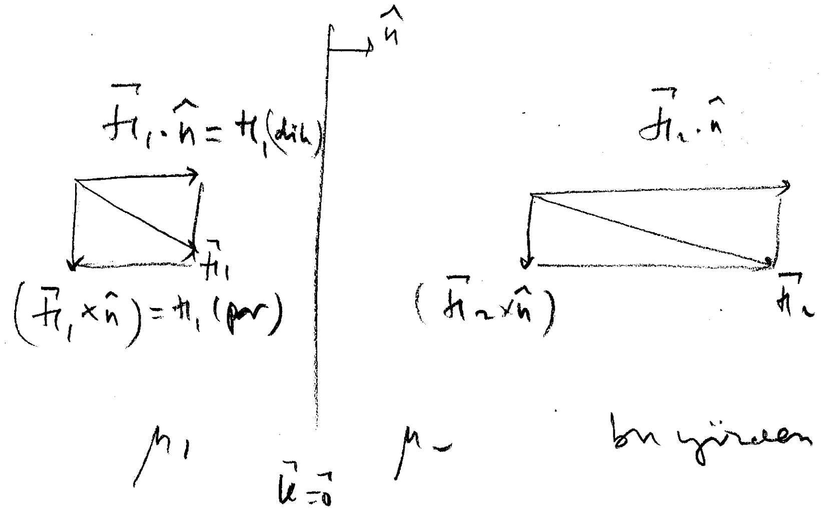
$$\frac{1}{\mu_2}\hat{n}\times\vec{B}_2 - \frac{1}{\mu_1}\hat{n}\times\vec{B}_1 = \frac{4\pi}{c}\vec{K}$$

$$\mu_2\vec{H}_2\cdot\hat{n} = \mu_1\vec{H}_1\cdot\hat{n}$$

$$\vec{H}_2\cdot\hat{n} = \frac{\mu_1}{\mu_2}\vec{H}_1\cdot\hat{n}$$

$\mu_1 \gg \mu_2$ olsun $\quad \vec{H}_2\cdot\hat{n} = \frac{\mu_1}{\mu_2}\vec{H}_1\cdot\hat{n}$

bundan bu çok büyük!



bu yüzden hakace $\vec{H}_2 \perp$ yönünde

5.9. Vektör pot. yöntemi   Sınır-Değer problemleri

$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$ ise $\quad \vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{x}) \qquad \vec{B} = \mu\vec{H}$

lineer ortamlar için $\quad \vec{\nabla}\times\left(\frac{1}{\mu}\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{x})\right) = \frac{4\pi}{c}\vec{J}(\vec{x})$

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}) = \frac{4\pi}{c}\mu\vec{J}(\vec{x})$$

$$\vec{\nabla}\,(\underbrace{\vec{\nabla}\cdot\vec{A}}_{=0 \text{ Coulomb ayarı}}) - \vec{\nabla}^2\vec{A} = \frac{4\pi}{c}\mu\vec{J}(\vec{x})$$

$$\vec{\nabla}^2\vec{A} = -\frac{4\pi}{c}\mu\vec{J}(\vec{x})$$

$\vec{J}=\vec{0}$ ⇒ Laplace denk.'i her bir $\vec{A}$ bileşeni için, ya da $\vec{J}=\vec{0}$ hallerde

magnetik skaler pot. yöntemi

$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \quad \vec{\nabla}\times\vec{H}=0 \quad \vec{H}=-\vec{\nabla}\Phi_m$ ortam lineer ise $\vec{\nabla}\cdot(\mu\vec{\nabla}\Phi_m)=0$

μ sbt $\Rightarrow$ $\nabla^2 \phi_m = 0$

sert ferromagnetlerde $\vec{M}$ verilmiş ve $\vec{J}=\vec{0}$ bölgelerinde çoğu zaman istenirse de mag. skaler pot.'i kullanılabilir.

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} \equiv \vec{\nabla}\cdot\vec{H} + 4\pi\vec{\nabla}\cdot\vec{M} = 0$$

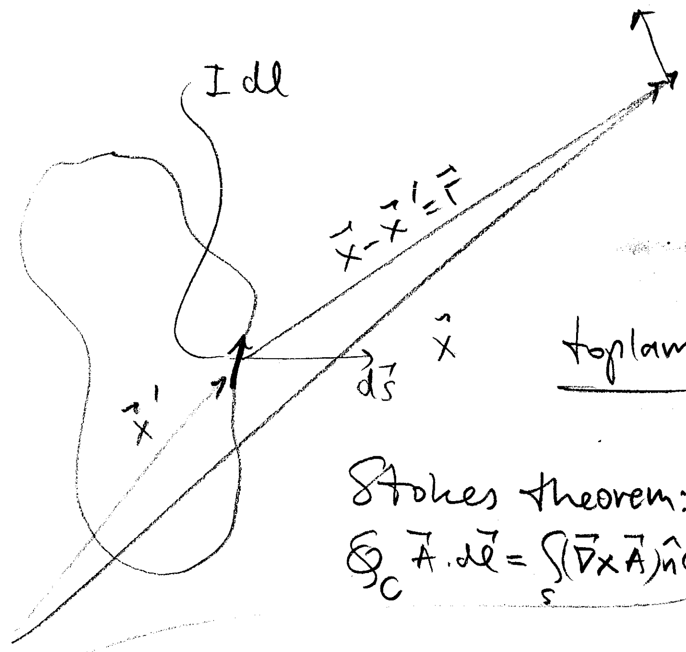
$$-\vec{\nabla}^2\phi_m + 4\pi\,\vec{\nabla}\cdot\vec{M} = 0$$

$$\nabla^2\phi_m = 4\pi\,\underbrace{\vec{\nabla}\cdot\vec{M}}_{-\rho_m \text{ gibi}} \qquad \text{gibiyse} \qquad \phi_m = \int \frac{-\vec{\nabla}'\cdot\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3\vec{x}'$$

$$\phi_m' = -\vec{\nabla}\int \frac{\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,d^3\vec{x}'$$

Çok uzakta ise bunun seriye açılımı. $\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{x}}{|\vec{x}|^3}$

5.1.)



$$d\vec B = \frac{I}{c}\, d\vec l \times \frac{\vec r}{|\vec r|^3}$$

$$\vec r \equiv \vec x - \vec x'$$

toplamı ; $\vec B(\vec x) = \frac{I}{c}\oint d\vec l \times \frac{\vec r}{|\vec r|^3}$

Stokes theorem: $\oint_C \vec A\cdot d\vec l = \int_S (\vec\nabla\times\vec A)\hat n\, dS$

$$= \frac{I}{c}\int_S [\hat n\times\vec\nabla']\times\frac{\vec r}{|\vec r|^3}\, dS$$

$$\hat n\, dS = d\vec S$$

$$(\vec a\times\vec b)\times\vec c = \vec b(\vec a\cdot\vec c) - \vec a(\vec b\cdot\vec c)$$

$$= -\frac{I}{c}\int (\underset{a}{\hat n}\times\underset{b}{\vec\nabla})\times\underset{c}{\frac{\vec r}{|\vec r|^3}}\, dS = -\frac{I}{c}\int \underset{b}{\vec\nabla}\left(\underset{a}{\hat n}\cdot\underset{c}{\frac{\vec r}{r^3}}\right) dS + \frac{I}{c}\int\left(\underset{b}{\vec\nabla}\cdot\underset{c}{\frac{\vec r}{r^3}}\right)\underset{a}{d\vec S}$$

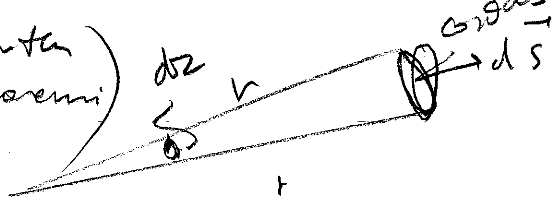
$$= -\frac{I}{c}\,\vec\nabla\int\frac{\vec r}{r^3}\cdot d\vec S$$

$$\int \frac{\vec r}{|\vec r|^3}(\hat n\cdot\vec\nabla)\, dS$$

$$\vec\nabla f(\vec x-\vec x') = -\vec\nabla' f(\vec x-\vec x')$$

$$\vec\nabla\cdot\frac{\vec r}{r^2} = \nabla^2\frac{1}{r} = 0 \qquad r\neq 0 \text{ oldukça}$$

$$\frac{\vec r\cdot d\vec S}{|\vec r|^3} = \frac{\cos\theta\, dS}{r^2} = d\Omega$$ (Thales teoremi, 2 boyutta)

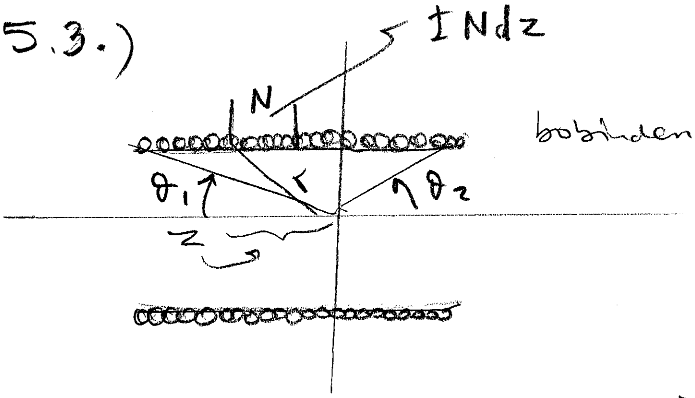


$$= -\frac{I}{c}\nabla\int d\Omega = -\frac{I}{c}\vec\nabla\Omega$$ bu $-\frac{I\Omega}{c}$ skaler pot. gibi

$$\boxed{\oint_C d\vec l\times\vec A = \int_S (d\vec S\times\vec\nabla)\times\vec A}$$ Stokes teoreminin alternatif formu.

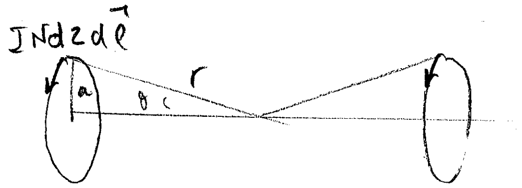
Arfken p. 66 1.113

5.3.)

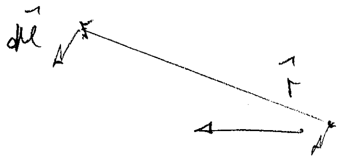


bobinden kesit birim uzunlukta N sarım var!

$$d\vec{B} = \frac{IN\,dz}{c}\,\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} \qquad \vec{B} = \frac{IN\,dz}{c}\oint\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$



$$dB_z = \frac{IN\,dz}{c}\,\frac{\cancel{\sin\theta}\;2\pi a}{r^2}\quad \frac{\pi}{2}-\theta$$



$$r = a\sec\theta = \frac{a}{\cos\theta} \qquad dz = \sec^2\theta\, a\, d\theta$$

$$dB_z = \frac{IN}{c}\,2\pi a\,\frac{\cancel{\sin\theta}\,\cos\theta}{a^2\sec^2\theta}$$

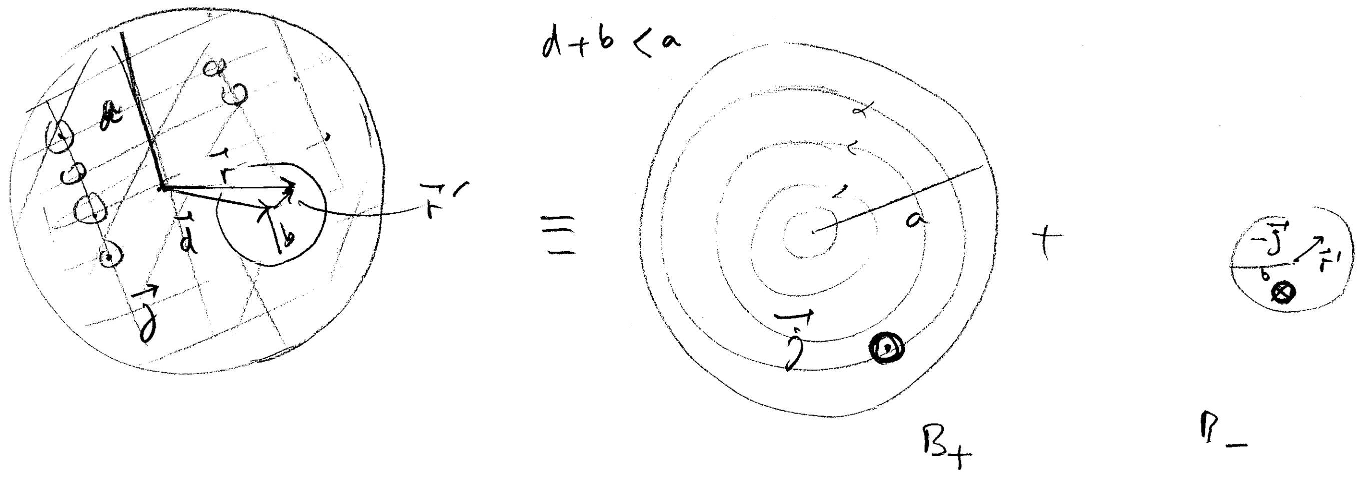
$$B_z = \frac{2\pi NI}{c}\int_{-\pi/2+\theta}^{\pi/2+\theta}\frac{\cos\theta\,\cancel{\sec^2\theta}\,\cancel{a}\,d\theta}{\cancel{a}\,\cancel{\sec^2\theta}} = \frac{2\pi NI}{c}\left(\cos\theta_1+\cos\theta_2\right)$$

b)

$$B_r = 2\,\frac{I\pi a^2}{c}\,\frac{\cos\theta}{r^3} \qquad B_\theta = \frac{I\pi a^2}{c}\,\frac{\sin\theta}{r^3}$$

$$B_\rho = B_r\sin\theta + B_\theta\cos\theta = 3\,\frac{\pi I a^2}{c}\,\frac{\cos\theta\sin\theta}{r^3}$$

$d+b<a$



$$\underbrace{\oint_C \vec{B}_+ \cdot d\vec{l}}_{B_+ 2\pi r} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} \pi r^2$$

$$\vec{B}_+(\vec{r}) = \frac{2\pi}{c} \vec{J} \times \vec{r}$$

$$\vec{B}_-(\vec{r}') = -\frac{2\pi}{c} \vec{J} \times \vec{r}'$$

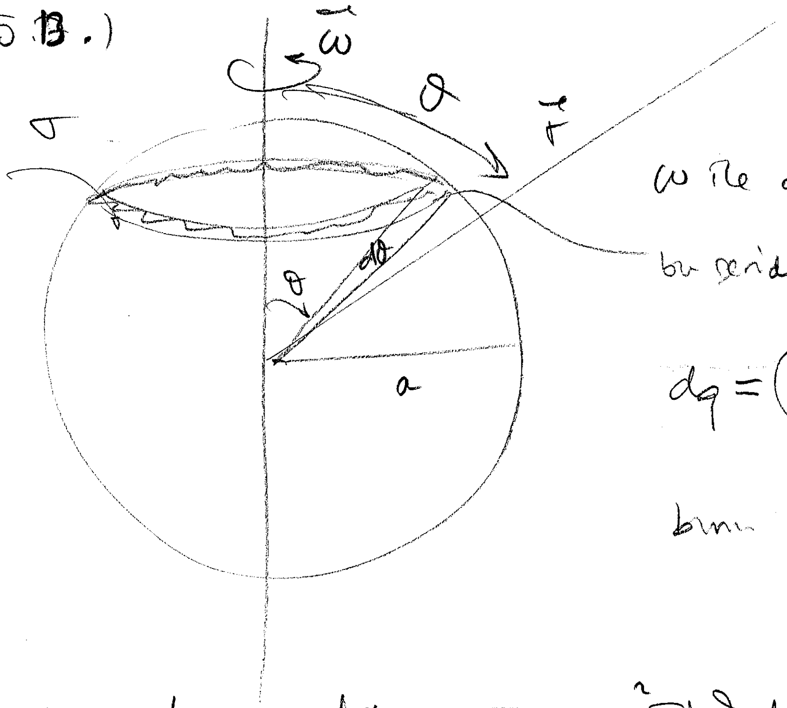
$$\vec{B} = \frac{2\pi}{c} \vec{J} \times \underbrace{(\vec{r} - \vec{r}')}_{\vec{d}} = \frac{2\pi}{c} \vec{J} \times \vec{d}$$

$$J = \frac{I}{\pi(a^2-b^2)}$$

$$I = J \times (\text{Area})$$

$$= \frac{I r^2}{a^2-b^2}$$

5.13.)



ω ile dönünce akım halkadan oluşacak bu şeridi üzerindeki toplayacağız.

$$dq = \underbrace{(2\pi a \sin\theta)}_{\text{çevre}} \underbrace{(a\, d\theta)}_{\text{kalınlığı}} \sigma$$

bunu periyoda bölersem akımı bulurum.

$$dI = \frac{dq}{T} = \frac{dq}{2\pi/\omega} = \sigma \omega a^2 \sin\theta \, d\theta$$

$$d\vec{\mu} = \frac{\sigma \omega a^2 \sin\theta \, d\theta}{c} \underbrace{(\pi a \sin\theta)^2}_{\text{halkanın kesiti}} \hat{e}_3$$

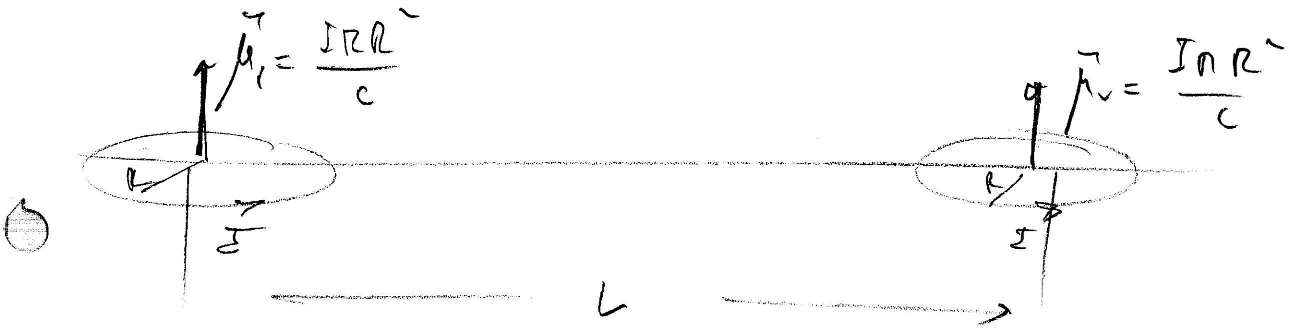
$$= \frac{\pi}{c} \sigma \omega a^4 \sin^3\theta \, \hat{e}_3$$

$$\mu = \frac{\pi}{c} \sigma \omega a^4 \int_0^\pi \sin^3\theta \, d\theta = \frac{4}{3c} \pi \sigma a^4 \omega$$

$$\vec{B} = \frac{3\hat{r}(\hat{r}\cdot\vec{\mu}) - \vec{\mu}}{r^3}$$

BS K

Prb. Aynı I kararlı akımları taşıyan aynı R yarıçaplı çembersel iki akım halkası aynı düzlemde ve birbirlerine çok uzak L mesafesinde ($R \ll L$) bulunmaktadırlar. Akım yönlerinin aynı ve zıt olması durumunda aralarındaki mag. pot. enerjiyi bulunuz.



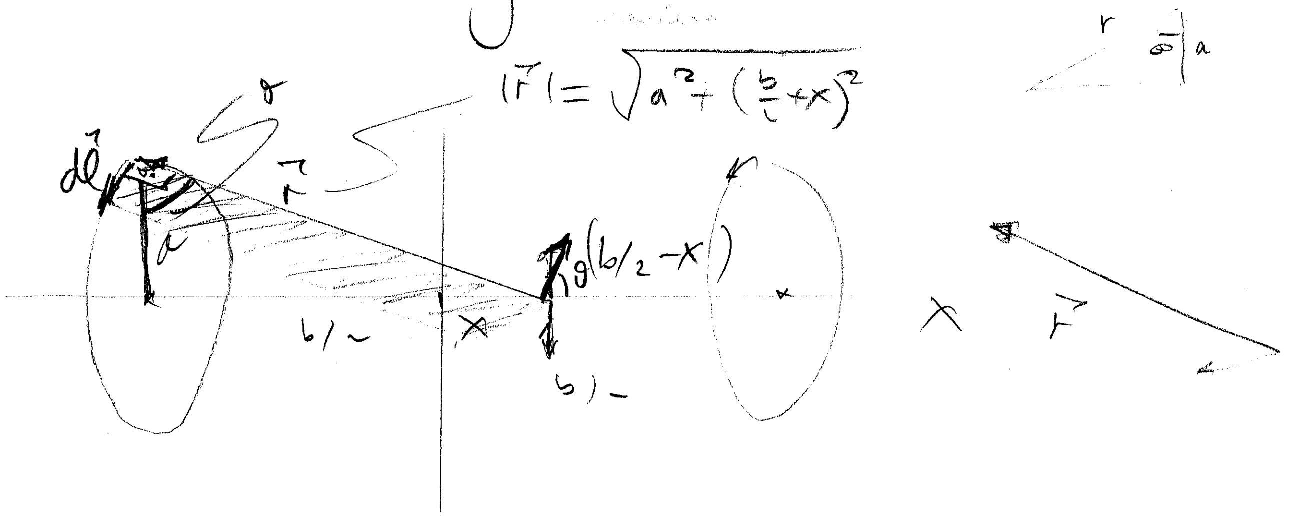
$$U = -\vec{\mu}_2 \cdot \vec{B}_1$$ 1.'in 2.'nin üzerinde oluşturduğu

$$\vec{B}_1 = \frac{3\hat{n}(\hat{n}\cdot\vec{\mu}_1) - \vec{\mu}_1}{L^3}$$

$$U = \frac{\vec{\mu}_1\cdot\vec{\mu}_2 - 3(\hat{n}\cdot\vec{\mu}_2)(\hat{n}\cdot\vec{\mu}_1)}{L^3} = \frac{\frac{I^2\pi^2R^4}{c^2} - 0}{L^3}$$

prb. x-ekseni ortak eksen kabul eden a yarıçaplı iki akım halkasının herbirinden aynı yönlü I akımları geçmekte olup, akım halkaları arasındaki uzaklık b'dir. eksen üzerinde x kadar uzaklıktaki bir noktada mag. alanı bulunuz.

$$|\vec r| = \sqrt{a^2 + \left(\frac{b}{2}+x\right)^2}$$

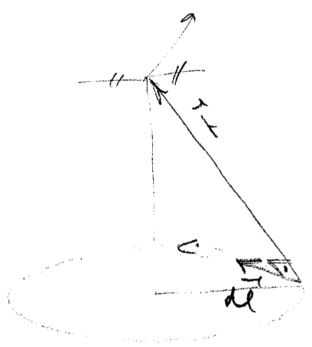


$$d\vec B = \frac{I}{c}\,\frac{d\vec l \times \vec r}{r^3} \qquad d\vec l \times \vec r = dl \cdot r \cdot \sin\frac{\pi}{2}$$

$$dB = \frac{I}{c}\,\frac{dl}{r^2} \qquad dB_{\parallel} = dB\cos\theta = \frac{I}{c}\,\frac{dl}{r^2}\cos\theta$$

$$\vec B = \hat e_1 \frac{I}{c}\int \frac{dl}{r^2}\cos\theta = \hat e_1 \frac{I}{c}\,\frac{\cos\theta}{r^2}\,2\pi a$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r} \qquad r = \sqrt{a^2 + \left(\frac{b}{2}+x\right)^2}$$



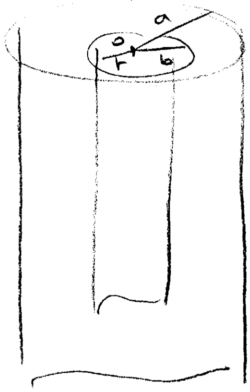
$$\vec B = \frac{I}{c}\,\frac{2\pi a^2}{\left[a^2 + \left(\frac{b}{2}+x\right)^2\right]^{3/2}}\,\hat e_1$$

İkisinin birden katkısı

$$B(x) = \frac{2\pi a^2 I}{c}\left[\frac{1}{\left[a^2+\left(\frac{b}{2}+x\right)^2\right]^{3/2}} + \frac{1}{\left[a^2+\left(\frac{b}{2}-x\right)^2\right]^{3/2}}\right]$$

5.27. a yarıçaplı uzun ince iletken bir kabuk ve içerisinde b yarıçaplı buna paralel bir telden meydana gelen bir devre olsun. Akım telin enine kesitinde heryerde üniform dağılmışsa birim uzunluk başına özindüktansı hesaplayınız. İçerdeki iletken içi boş tüpse özindüktans nedir?

$$W = \frac{1}{2c}\int \vec{J}(\vec{x})\cdot\vec{A}(\vec{x})\,d^3\vec{x}$$



$$= \frac{1}{2c}\int dl\,da\,\vec{J}(x)\cdot\vec{A}(\vec{x})$$

$$= \frac{I}{2c}\oint \vec{A}(\vec{x})\,d\vec{l} = \frac{I}{2c}\underbrace{\int (\vec{\nabla}\times\vec{A})\cdot\hat{n}\,da}_{B}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I \qquad B\,2\pi r = \frac{4\pi}{c}\frac{I}{\pi b^2}\pi r^2 \qquad B = \frac{2I}{cb^2} r$$

Bu arada telin içindeki MA $\quad B\,2\pi r = \frac{4\pi}{c} I \qquad B = \frac{2I}{cr}$

$$W = \frac{I}{2c}\left\{\int_0^b B_{iç}\,dr + \int_b^a B_{dış}\,dr\right\}$$

$$= \frac{I}{2c}\left\{\frac{2I}{cb^2}\int_0^b r\,dr + \frac{2I}{c}\int_a^b \frac{dr}{r}\right\} = \frac{I^2}{2c^2}\left(1 + 2\ln\frac{a}{b}\right)$$

$$= \frac{1}{2} I^2 L \qquad L = \frac{1}{c^2}\left(1 + 2\ln\frac{a}{b}\right)$$

6.1. a) Gösteriniz ki mag. alanda boş uzayda toplam enerjideki değişim akım taşıyıcı elemanların bir sistemi için

$$W=\frac{1}{2c^2}\iint d^3x\, d^3x' \frac{\vec{J}(\vec{x})\cdot\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$$

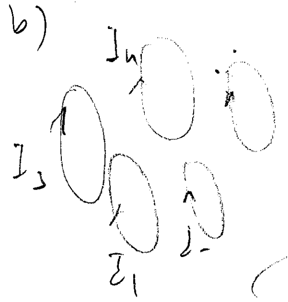
b) Akım konfigürasyonu $I_1, I_2, \ldots, I_n$ olan n tane akım taşıyıcı elemeden oluşmuşsa, enerjinin

$$W=\frac{1}{2}\sum L_i I_i^2+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} M_{ij} I_i I_j$$

(L_i öz indüktans, M_{ij} karşılıklı indüktans)

(a) $$W=\frac{1}{2c}\int d^3\vec{x}\, \vec{J}(\vec{x})\cdot\vec{A}(\vec{x})=\frac{1}{2c^2}\iint d^3\vec{x}\, d^3\vec{x}' \frac{\vec{J}(\vec{x})\cdot\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$$

b)



$$W=\frac{1}{2c^2}\sum_i\sum_j \frac{dl_i\, da_i\, dl_j'\, da_j\, J_i(\vec{x})J_j(\vec{x}')}{|\vec{x}_i-\vec{x}_j'|}$$

$$=\frac{1}{2c^2}\sum_i\sum_j \oint\oint dl_i\, dl_j' \frac{J_i(\vec{x})J_j(\vec{x}')}{|\vec{x}_i-\vec{x}_j'|}$$

$$=\frac{1}{2c^2}\sum\sum \oint\oint I_i I_j \frac{dl_i\, dl_j}{|\vec{x}_i-\vec{x}_j'|}$$

$$=\frac{1}{2c^2}\sum_i\sum_j I_i I_j \oint\oint \frac{dl_i\, dl_j}{|\vec{x}_i-\vec{x}_j'|}$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{i=1} I_i^2 \underbrace{\frac{1}{c^2}\oint\oint\frac{dl_i\, dl_i}{|\vec{x}_i-\vec{x}_i'|}}_{L_i}+\sum_i\sum_{j>i} I_i I_j \overbrace{\frac{1}{c^2}\oint\oint\frac{dl_i\, dl_j'}{|\vec{x}_i-\vec{x}_j'|}}^{M_{ij}}$$