

Zamanla Değişen Alanlar, Maxwell Denk. 'i
ve Kirchhoff yasaları6.1. Faraday'ın indüksiyon yasası (1831)

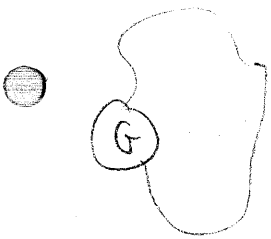
(i) bir devrebatı yakınında akan bir kablın bir akım alınıp, kapalı

bir devrebatı

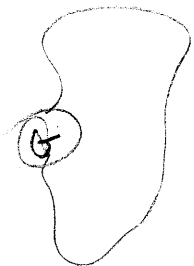
(ii) akımlı bir devrebatı devrebatı göre hareket ettirilir ise

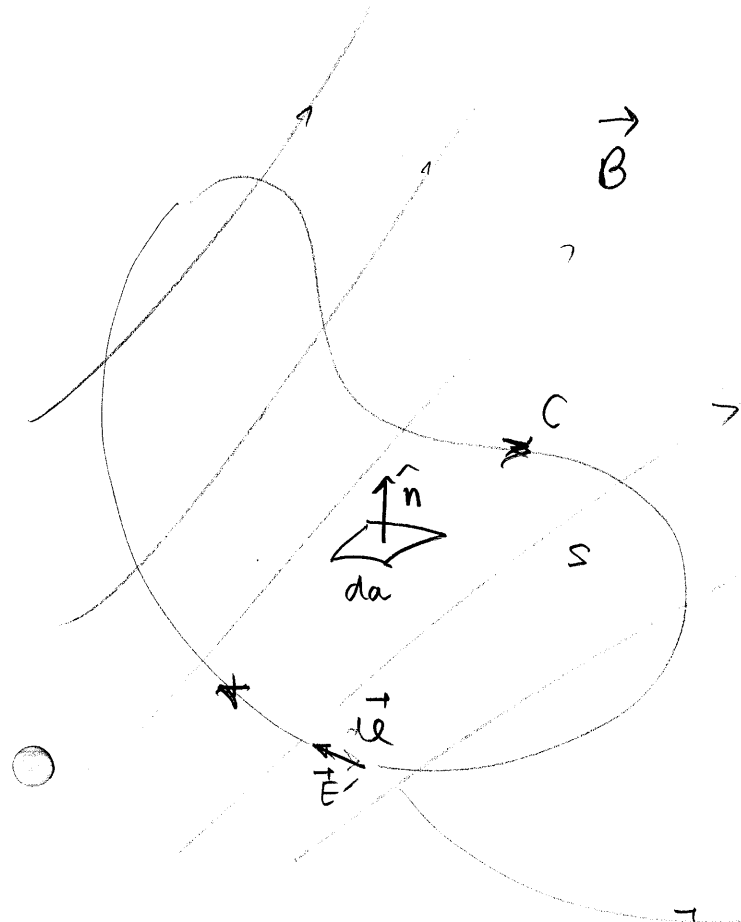
(iii) daimi bir manyetik devrebatı içinde bir kablın sokulur ya da çıkarılır ise

devrebatı aynı bir akım indüklense,



kapattığında sol tarafta bir akım
göçerir.





Deneyden geçen magnetik alan

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} da$$

Elektromotor kuvvet

$$\mathcal{E} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$d\vec{l}$ denli elelitirlik alan.

$$\mathcal{E} = -k \frac{d\Phi}{dt}$$

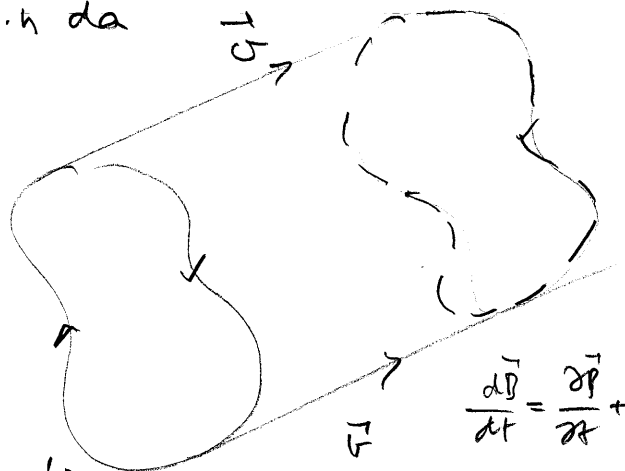
Lenz'in kâhisiye yâson.

$k = \frac{1}{c}$ Gauss birimlerinde

Olupân alanın (ve buna eqlik eden magnetik alanın) denir izâden
geçen alan değîşîrimine zât olacajâm sâzlar.

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -k \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} da$$

Eğer C denveri hareketli de
bu toplam zaman türevinde
hesaba katılmalıdır. Zani



$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{d}{dx} \frac{dx}{dt} + \frac{d}{dy} \frac{dy}{dt} + \frac{d}{dz} \frac{dz}{dt}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}$$

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{B}$$

$$+ \vec{\nabla} \times (\vec{B} \times \vec{v})$$

$$[\vec{\nabla} \times (\vec{B} \times \vec{v})]_i = \epsilon_{ijk} \partial_j (\vec{B} \times \vec{v})_k$$

$\vec{v} \rightarrow \text{stat.}$

$$= \epsilon_{ijk} \partial_j \epsilon_{kpq} B_p v_q$$

$$= \epsilon_{ijk} \epsilon_{kpq} v_q \partial_j B_p$$

$$= (\delta_{ip} \delta_{jq} - \delta_{iq} \delta_{jp}) v_q \partial_j B_p$$

$$= v_j \partial_j B_i - v_i \partial_j B_j$$

$$= (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) B_i - v_i (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{B} \times \vec{v}) = (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} - \vec{v} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})$$

$$\Rightarrow (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} = \vec{\nabla} \times (\vec{B} \times \vec{v}) + \vec{v} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})$$

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times (\vec{B} \times \vec{v})$$

$$\oint_C \vec{E}' \cdot d\vec{\ell} = -k \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} da$$

$$-k \int_S [\vec{\nabla} \times (\vec{B} \times \vec{v})] \cdot \hat{n} da$$

$$-k \oint_C (\vec{B} \times \vec{v}) \cdot d\vec{\ell}$$

$$\Rightarrow \oint_C \underbrace{[\vec{E}' - k \vec{v} \times \vec{B}]}_{\vec{E}} \cdot d\vec{\ell} = -k \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} da$$

$$\vec{E} = \vec{E}' - k \vec{v} \times \vec{B}$$

Galilean invariance

$$v \ll c$$

$$q \vec{E} = q \vec{E}' - k q \vec{v} \times \vec{B}$$

mag. konstant $k = \frac{1}{c}$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{1}{c} \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} da$$

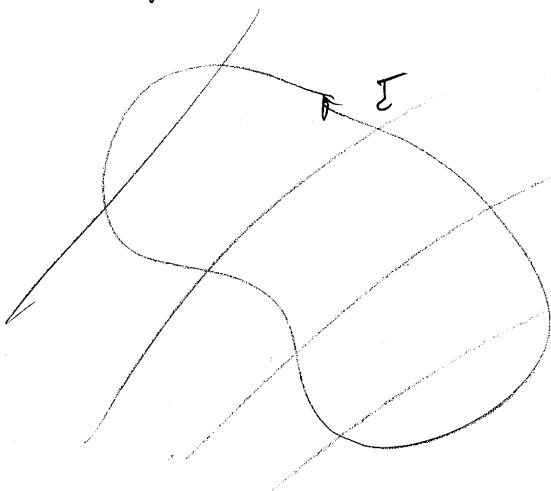
$$\int_S (\vec{v} \times \vec{E}) \cdot \hat{n} da = -\frac{1}{c} \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} da$$

$$\boxed{\vec{v} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

($\vec{v} \times \vec{E} = 0$ durumunun zamanla bağlı genelleştirilmesi,
Faraday yasa)

6.2. Magnetik Alanın Enerji

* Bir alanın enerji yoğunluğu olan birim hacim başına yayılmış olduğunu düşünürsek,



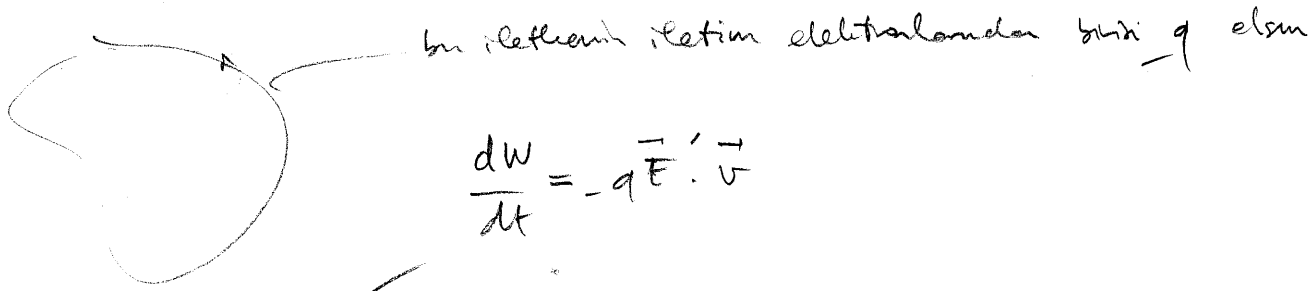
$\vec{B} \rightarrow$ değişir ise $\rightarrow E$ indüklenir.

alanın stat. tutulmuş, bir

alan kaynağından it. yapmış.

$$dE = F dx$$

$\vec{v}$ hızındaki parçacığa $\vec{F}$ kuvveti uygulanırsa olur $\Rightarrow \frac{dE}{dt} = F \frac{dx}{dt}$ enerjinin değişimi olur.



$$\frac{dW}{dt} = -q \vec{E} \cdot \vec{v}$$

bir tane iç

n birim hacimsel elektron iç

$$\begin{aligned} \frac{dW'}{dt} &= \sum_i q_i \int \vec{E} \cdot \vec{v} n d^3x \\ &= - \int (\vec{E} \cdot d\vec{l}) \underbrace{\sum_i q_i v n da}_I \\ &= -I \mathcal{E} = + \frac{I}{c} \frac{d\phi}{dt} \end{aligned}$$

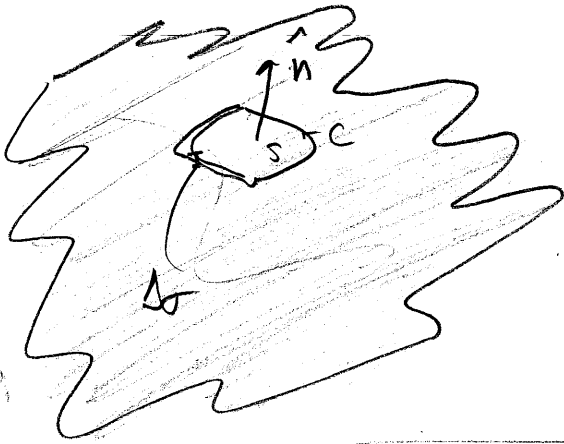
akımın değişimi $\delta\phi \Rightarrow$ yapılan iş δW

$\Downarrow$

$$\delta W = \frac{I}{c} \delta\phi$$

bu bir tek akım koluna iç.

Hacimsel kararlı akım dağılımımız akım. bunu küçük akım haline ayırabiliriz.



$$\begin{aligned} \Delta(\delta W) &= \frac{I}{c} \int_S \hat{n} \cdot \delta \vec{B} da \\ &= \frac{j \Delta \sigma}{c} \int_S \hat{n} \cdot (\vec{\nabla} \times \delta \vec{A}) da \\ &= \frac{j \Delta \sigma}{c} \oint_C \delta \vec{A} \cdot d\vec{l} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{c} \oint_C \delta \vec{A} \cdot d\vec{l} \underbrace{\Delta \sigma j}_{d^3x} = \frac{1}{c} \int \delta \vec{A} \cdot \vec{j} d^3x = \frac{1}{4\pi} \int \delta \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H}) d^3x$$

Ampere
yalan.

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{P} \times \vec{Q}) = \vec{Q} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{P}) - \vec{P} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{Q})$$

$\vec{P} \rightarrow \vec{A}$
 $\vec{Q} \rightarrow \vec{B}$

$$(\vec{\nabla}, \vec{P}, \vec{Q}) \rightarrow (\vec{P}, \vec{\nabla}, \vec{Q})$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}) - \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\delta W = \frac{1}{4\pi} \int_V [\vec{\nabla} \cdot (\vec{H} \times \delta \vec{A}) + \vec{H} \cdot (\vec{\nabla} \times \delta \vec{H})] d^3x$$

$$\frac{1}{4\pi} \oint_S (\vec{H} \times \delta \vec{A}) \cdot d\vec{S}$$

$\Downarrow$

$$\delta W = \frac{1}{4\pi} \int_{\text{Tüm uzay}} \vec{H} \cdot \delta \vec{B} d^3x$$

Ortam lineer ise $\vec{B} = \mu \vec{H}$

$$\delta (\vec{H} \cdot \vec{B}) = \delta \vec{H} \cdot \vec{B} + \delta \vec{B} \cdot \vec{H} = \frac{1}{\mu} \delta \vec{B} \cdot \vec{B} + \frac{1}{\mu} \delta \vec{B} \cdot \vec{B}$$

$$= 2 \frac{1}{\mu} \delta \vec{B} \cdot \vec{B}$$

$$\vec{H} \cdot \delta \vec{B} = \frac{1}{2} \delta (\vec{H} \cdot \vec{B})$$

$$\delta W = \frac{1}{8\pi} \int \delta (\vec{H} \cdot \vec{B}) d^3x$$

Elektrostatik benzeri

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_{\text{Tüm uzay}} \vec{E} \cdot \vec{D} d^3x$$

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_{\text{Tüm uzay}} \vec{H} \cdot \vec{B} d^3x = \frac{1}{2c} \int \vec{J} \cdot \vec{A} d^3x$$

zaman ile değişen ρ var ise

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{4\pi} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} \right) = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{J} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0$$

En genel süreklilik denk. ini sağlayacak şekilde,

Ampère yasası $\rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \left(\vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$ geçerli tüm alanlar.

1 $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi \rho$

Coulomb yasası

2 $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Faraday yasası

3 $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

Monopol'ün yokluğu

4 $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Ampère yasası

Elavet kısımları.

Makroskobik

Maxwell

Denk. 'i

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

Maxwell Denk. 'i + Lorentz kuvveti + Newton'ın 2. yasası

↓
"yükü parçacığı" taraf eder.

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + 4\pi \vec{P}$$

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi \vec{M}$$

6.4. vektör ve skaler potansiyeller:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ olduğundan bir çözüm $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, o zaman Faraday yasası

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{-\vec{\nabla} \phi}$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \begin{cases} \vec{A} \equiv \vec{A}(\vec{r}, t) \\ \phi \equiv \phi(\vec{r}, t) \end{cases}$$

● Mikroskopik (veya lokal) $\vec{D} = \vec{E}$ $\vec{H} = \vec{B}$

$$\vec{\nabla} \cdot \left(-\vec{\nabla} \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 4\pi \rho$$

$$-\vec{\nabla}^2 \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 4\pi \rho \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \frac{4\pi}{c} \vec{J} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\nabla} \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$$

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla}^2 \vec{A} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} - \frac{1}{c} \vec{\nabla} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -\frac{4\pi}{c} \vec{J}$$

Eğer $\vec{A}$ ve ϕ üzerine keyfîlik getirilecek yuhandoluh ($\vec{A}$) ve (ϕ)
keyfîyâh derh. ϕ indoluh.

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda \quad \Lambda \equiv \Lambda(\vec{x}, t) \text{ iği dâvâvâh fâh.}$$

$$\vec{B}' = \vec{\nabla} \times \vec{A}' = \vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda) = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$$

$$\vec{E}' = -\vec{\nabla} \phi' - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t}$$

$$= -\vec{\nabla} \phi' - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\nabla} \Lambda}{\partial t}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\vec{E}}$

$\vec{E}'$ nin dönüştürmemesi için ϕ nasıl olmalı?

$$\phi' \rightarrow \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \text{ olmalı}$$

$$\vec{E}' = -\vec{\nabla} \left(\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \right) - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\nabla} \Lambda}{\partial t} = \vec{E}$$

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda$$

$$\phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$$

olduğunda $\vec{B}$ ve $\vec{E}$ invariant kalacaktır. Bu dönüşümleri "Gauge"
ayarı dönüşümleri adı verilir. $\vec{B}$ ve $\vec{E}'$ mi aynı kalmaması da
Gauge invarians 'lığı demektir.

Bunlardan yararlanarak $\vec{A}$ ve ϕ 'yi öyle seçerim ki

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

(Lorentz gauge)

$\Downarrow$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \vec{J}$$

Bunun (2) de kullanarak $\vec{\nabla}^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -4\pi \rho$

$$\square^2 A_\mu = -\frac{4\pi}{c} J_\mu \quad \mu = 0, 1, 2, 3$$

$$\begin{cases} A_\mu \equiv (\phi, \vec{A}) \\ J_\mu \equiv (\rho, \vec{J}) \end{cases}$$

ya da

$$\square^2 \phi_\mu \equiv -4\pi S_\mu$$

$$S_\mu \equiv \left(\frac{J_0}{c}, \vec{J} \right)$$

6.5. Ayar Dönüşümleri: Lorentz ve Coulomb Ayarları

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda \rightarrow \vec{B} \text{ değişir}$$

$$\phi \rightarrow \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \rightarrow \vec{E} \text{ değişir}$$

Ayar dönüşümleri
Fizik Değişir

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{E}' \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}'$$

Her zaman LA' 'ı sağlayan potansiyeller bulabiliriz. Şimdi $\vec{A}$ ve Φ 'nin LA' 'ı sağlamadığını varsayalım. $\vec{A}'$ ve Φ' 'ye ayar dönüşümü yapalım ve bunların LA' 'ı sağlamasını talep edelim. Yani $\vec{A}$ ve Φ verelim

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$$

● etmiyor, 0 zaman nasıl $\vec{A}$ ve Φ olsun ki sıfır olsun (LA' 'ını sağlasın)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A}' + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi'}{\partial t} = 0 = \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda \right) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[\Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \right]$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \vec{\nabla}^2 \Lambda - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial t^2} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 \Lambda - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial t^2} = - \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) \left\{ \begin{array}{l} \Lambda \text{ 'ın seçileceği} \\ \text{diff. denk.} \\ \Lambda \text{ homojen olmayan} \\ \text{dalga denk. 'i sağlar.} \end{array} \right.$$

Başka ayarlar da seçebiliriz

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \quad \text{Coulomb ayarı (enine, ısıma ayarı)}$$

olsun desin. 0 zaman

$$\vec{\nabla}^2 \Phi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = -4\pi q \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Coulomb} + \Phi(\vec{x}, t) = \int \frac{\rho(\vec{x}', t) d^3 \vec{x}'}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \\ \text{Poisson denk. 'i} \end{array} \right.$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \vec{\nabla} \left(\cancel{\vec{\nabla} \cdot \vec{A}} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) = -\frac{4\pi}{c} \vec{J} \quad \text{idi.}$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \Phi$$

akım
akım akümü

{ boyuna (irrotational) Curl'ü
 sfr. longitudinal

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= \int \frac{(\partial \rho(\vec{x}', t)/\partial t)}{|\vec{x} - \vec{x}'|} d^3 \vec{x}' = - \int \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{x}', t)}{|\vec{x} - \vec{x}'|} d^3 \vec{x}' \\ &= \int \vec{J} \cdot \vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} d^3 \vec{x}' = -\vec{\nabla} \cdot \int \frac{\vec{J}}{|\vec{x} - \vec{x}'|} d^3 \vec{x}' \end{aligned}$$

$$\vec{J} = \vec{J}_b + \vec{J}_e \quad \text{seçilmiş ayırma mümkün!}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{J}_e &= 0 & \text{irrotational part} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_e &= 0 & \text{rotational part} \end{aligned} \right\} \text{doğru seçilme.}$$

$\vec{J}$ 'nin bu seçilmiş ayrışmalarını yapmak.

Helmholtz teoremi: $\vec{J}_e = -\frac{1}{4\pi} \vec{\nabla} \int \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{J}}{|\vec{x} - \vec{x}'|} d^3 \vec{x}'$

$$\vec{J}_r = \frac{1}{4} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \int \frac{\vec{J}}{|\vec{x} - \vec{x}'|} d^3 \vec{x}'$$

Yardımlar: $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{J} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{J}) - \vec{\nabla}^2 \vec{J}$

$$\vec{\nabla}^2 \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} = 4\pi \delta(\vec{x} - \vec{x}')$$

6.6. Dalga Denk.'i için Green Fonk.'u

Dalga denk. nin temel yapısı

$$\nabla^2 \Phi(\vec{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi(\vec{x}, t)}{\partial t^2} = -4\pi f(\vec{x}, t) \quad (I)$$

Φ ya da $\vec{A}$ 'nın bir bileşeni

kaynak.

• boşlukta, sınır yüzeylemi olmaması. çözüm bölgesi tüm uzay. Dalga denk. 'indeki t bağımlılığını kaldırabiliriz.

$$FD) \left\{ \begin{aligned} \Phi(\vec{x}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t} \tilde{\Phi}(\vec{x}, \omega) \\ f(\vec{x}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t} \tilde{f}(\vec{x}, \omega) \end{aligned} \right\}$$

$$TFD) \left\{ \begin{aligned} \tilde{\Phi}(\vec{x}, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \Phi(\vec{x}, t) \\ \tilde{f}(\vec{x}, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} f(\vec{x}, t) \end{aligned} \right\}$$

bunları (I) de koy.

eliptik kısmı türevli
diff. denk. $\Rightarrow$ Green fonk. için uygun.

$$(\nabla^2 + k^2) \tilde{\Phi}(\vec{x}, \omega) = -4\pi \tilde{f}(\vec{x}, \omega)$$

$$k = \frac{\omega}{c}$$

inhomojen Helmholtz denk. $k=0 \Rightarrow$ Poisson denk.

$$(\vec{\nabla}^2 + k^2) G_k(\vec{x}|\vec{x}') = -4\pi \delta(\vec{x} - \vec{x}')$$

Sınır yüzeyi yok ise $G_k(\vec{x}|\vec{x}')$ ^{sadece} $R \equiv |\vec{x} - \vec{x}'|$ ye bağlı. Hem de küresel simetrik olmalı. Böylece $G_k(R)$ ($\vec{\nabla}^2$ sadece r ye göre)

$$\frac{1}{R} \frac{d^2}{dR^2} (R G_k) + k^2 G_k = -4\pi \delta(\vec{r})$$

Örni sayılar.

[Not: $\vec{\nabla}^2 + k^2$ ıyı $\tilde{f}(\vec{x}, \omega) = \int G(\vec{x}|\vec{x}') f(\vec{x}', \omega) d^3x'$ 'e uygula diğer denk. bul.]

$$R \neq 0 \text{ için } \frac{d^2}{dR^2} (R G_k) + k^2 (R G_k) = 0$$

$$R G_k = A e^{ikR} + B e^{-ikR}$$

$$R \rightarrow 0 \text{ iken } \frac{d^2}{dR^2} (R G_k) + k^2 R G_k = -4\pi R \delta(\vec{r})$$

$$\Rightarrow \lim_{kR \rightarrow 0} G_k(R) = \frac{1}{R}$$

$R \rightarrow 0$ iken $A+B=1$ almeli.

$$G_k(R) = A G_k^+(R) + B G_k^-(R) \quad G_k^{(\vec{r})}(R) = \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}}{R}$$

$G_k^{(+)}$ orijinden yayılan iraksayan küresel dalga

$G_k^{(-)}$ " " " " " "

* A ve B sınır koşullarına bağlı. $t=0$ anne kade-kaynak göre

$t=0$ da var ise $B=0$, zaman davranışının detaylarını, enlayışlımları ve zaman bağlılık alınır. indir.

$$G^{\pm}(R, \tau) = \frac{1}{2R} \int_{-\omega}^{+\omega} \frac{e^{\pm i k R}}{R} e^{i \omega \tau} d\omega \quad (\text{FD'ünden})$$

$$= \frac{1}{2R} \int_{-\omega}^{+\omega} e^{i \omega (\tau \mp \frac{R}{c})} d\omega \quad \begin{cases} \tau = t - t' \\ k = \frac{\omega}{c} \end{cases}$$

$$= \frac{1}{R} \delta\left(\tau \mp \frac{R}{c}\right)$$

$$G^{\pm}(\vec{x}, t; \vec{x}', t') = \frac{\delta\left(t' - \left[t \mp \frac{|\vec{x} - \vec{x}'|}{c}\right]\right)}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \quad \begin{cases} t' - t \pm \frac{R}{c} \\ -\tau \pm \frac{R}{c} \\ \tau \mp \frac{R}{c} \end{cases}$$

G^+ Geçilemez (ya da Causal) Green fonk. u e ünü.

$$t' = t - \frac{|\vec{x} - \vec{x}'|}{c} \quad \begin{cases} \vec{x} \text{ noktasında gözlenen etki} \\ \text{geçilemez zamanda (daha emelli bir} \\ \text{zamanda } \vec{R} \text{ noktasındaki bir kaynağın etki} \\ R/c \text{ bir noktadan diğerine disturbance'ın} \\ \text{yapılma zamanı.} \end{cases}$$

G^- Herlemiz (causality'le aykırı) " "

$$t' = t + \frac{|\vec{x} - \vec{x}'|}{c}$$

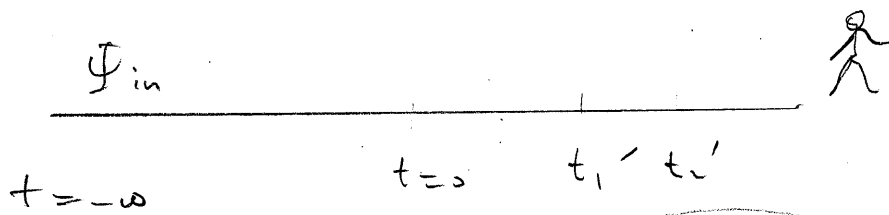
$$\Phi^{(\pm)}(\vec{x}, t) = \iint G^{(\pm)}(\vec{x}, t; \vec{x}', t') f(\vec{x}', t') d^3\vec{x}' dt'$$

inhomogen dalgalar denklemleri. En genel durumda homogen denklemleri de elemanlıyoruz.

$$\Phi(\vec{x}, t) = \Phi_{in}(\vec{x}, t) + \iint G^{(\pm)} f d^3\vec{x}' dt'$$

● kaynağı işlemeye başladığımız anda seçtiğimiz $t = -\infty$ de var olan durum

$\Phi_{in} = 0$ durumu ile ilgileniyoruz.



●
$$\Phi(\vec{x}, t) = \int d^3\vec{x}' \frac{[f(\vec{x}', t')]_{\text{geç}}}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

($\Phi_{in} = 0$ ile durum.)

($t' = t - \frac{R}{c}$ de hesaplamamız gerekir)

$$= f(\vec{x}', t - \frac{|\vec{x} - \vec{x}'|}{c})$$

$$\Phi(\vec{x}, t) = \int d^3\vec{x}' \frac{f(\vec{x}', t - \frac{|\vec{x} - \vec{x}'|}{c})}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

($\vec{x}, t$)

bu yolda ne kadar zamanda hat edebilir ne okadar zaman önce çıkarabilir.

6.8. Poynting teoremi, yüklü parçacıkların etkisi ve EMA için
kom ve En. 1. m. korunumu.

q yüklü bir parçacık için, $\vec{E}$ ve $\vec{B}$ alanları tarafından π yığına hızı (örn.)
 (bilinir zaman dilimi için)

$$\frac{dW}{dt} = q \vec{v} \cdot \vec{E} = \vec{v} \cdot \vec{F}$$

$$= q \vec{v} \cdot \vec{E} + \cancel{\frac{q}{c} \vec{v} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})}$$

(magn. alan parçacığa KE hi vermiyor)

Sürekli bir yük dağılımı ve alanlar için belirli bir V hacminde EMA tarafı
 dan π yığına hızı

$$\frac{d}{dt} (F_{\text{mek}}) = \int_V d^3x \vec{E} \cdot \vec{J} = \int_V \vec{J} \cdot \vec{E} d^3x$$

$$= \frac{c}{4\pi} \int \vec{E} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d^3x$$

(Ampère yasası)

bu da!

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{H} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) - \vec{E} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H})$$

$$= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \vec{H} \quad (\text{Faraday yasası})$$

$$\frac{dF}{dt} = \frac{c}{4\pi} \int \left[\vec{H} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) - \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right] d^3x$$

$$= \frac{c}{4\pi} \int \left[-\frac{\vec{H}}{c} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right] d^3x = \int \vec{J} \cdot \vec{E} d^3x$$

Lineer bir ortam halinde,

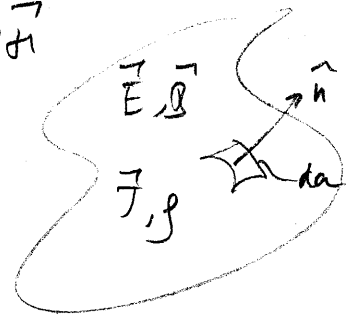
$$\vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \cdot \vec{D}) \quad \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{B} \cdot \vec{H})$$

$$\frac{d\mathcal{E}_M}{dt} = \frac{c}{4\pi} \int \left[-\frac{1}{2c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \cdot \vec{D}) - \frac{1}{2c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{H} \cdot \vec{B}) - \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) \right] d^3x$$

$$\underbrace{\frac{d\mathcal{E}_M}{dt}}_{\int \vec{J} \cdot \vec{E} d^3x} + \underbrace{\left(\frac{1}{8\pi} \int \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}) d^3x \right)}_U = - \frac{c}{4\pi} \underbrace{\int \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) d^3x}_{\int_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \hat{n} da}$$

$$\underbrace{+ \vec{J} \cdot \vec{E}}_{\frac{\partial u}{\partial t}} = - \vec{\nabla} \cdot \vec{S}$$

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H}$$



V hacmi içerisindeki

toplam FMA enerjisi

$$u(\vec{x}, t) = \frac{1}{8\pi} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}) \quad \vec{x} \text{ noktasından geçen EM enerji yoğunluğu}$$

Fiziksel Anlamı: Belirli bir hacimdeki EM enerjinin zamana göre

artışı $\oplus$ 0 hacim: kuantların girişinde oluşan enerji

= Alanların kayıplarını da kapsayan toplam ısıya negatif.

$$\frac{d\mathcal{E}_{\text{tot}}}{dt} = \frac{d}{dt} (\mathcal{E}_{\text{mek}} + \mathcal{E}_{\text{field}}) = - \oint_S \hat{n} \cdot \vec{S} da$$

birim zamanda birim yüzeye geçen enerji akışı

$\vec{S}$ 'nin yönü $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ 'ye diktir, o zaman $\vec{E}$ ve $\vec{H}$ aynı düzlemde diktir yani enine'dir.

19

Simdi EMA'nın elektrom. taşıdığını görelim. V hacimdeki
toplam güçlere uygulanan kuvvet

$$\int_V \left(\rho \vec{E} + \frac{1}{c} \underbrace{\vec{J} \times \vec{B}}_{-(\vec{B} \times \vec{J})} \right) d^3 \vec{x} = \frac{d \vec{P}_{mek}}{dt}$$

Beslenir iş yapılır. $\epsilon = \mu = 1$

(Coulomb Yasası) $\rho = \frac{1}{4\pi} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$ $\vec{J} = \frac{c}{4\pi} \left(\vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$ (Ampère yasası)

$$\frac{d(P_{mek})}{dt} = \frac{1}{4\pi} \int_V \left[\vec{E} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \frac{1}{c} \vec{B} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] d^3 \vec{x}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{B}) = \vec{E} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{B} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad - c \vec{\nabla} \times \vec{E}$$

$$\frac{d(P_{mek})}{dt} = \frac{1}{4\pi} \int_V \left[\vec{E} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{B}) + \frac{1}{c} \vec{E} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] d^3 \vec{x}$$

+ $\vec{B} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})$ çıkarılır

$$= \frac{1}{4\pi} \int_V \left[\vec{E} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{E} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{E} \times \vec{B}) \right] d^3 \vec{x}$$

$$\frac{d(P_{\text{mech}})_v}{dt} = \frac{1}{4\pi} \int \underbrace{[\vec{E}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{E} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) + \vec{B}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B})]}_{\neq} d^3x$$

$$- \frac{1}{4\pi c} \frac{d}{dt} \int (\vec{E} \times \vec{B}) d^3x$$

$$\frac{d(P_M)_v}{dt} + \frac{d}{dt} \int_v \frac{1}{4\pi c} \vec{E} \times \vec{B} d^3x = \frac{1}{4\pi} \int [\neq] d^3x$$

$$\frac{d}{dt} \left[(P_M)_v + \int_v \frac{1}{4\pi c} \vec{E} \times \vec{B} d^3x \right] = \neq$$

$$[\vec{E}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{E} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E})]_i = E_i \partial_j E_j - \epsilon_{ijk} E_j (\vec{\nabla} \times \vec{E})_k$$

$$= E_i \partial_j E_j - \underbrace{\epsilon_{ijk} \epsilon_{kmn}}_{(\delta_{im} \delta_{jn} - \delta_{in} \delta_{jm})} E_j \partial_m E_n$$

$$(\delta_{im} \delta_{jn} - \delta_{in} \delta_{jm})$$

$$= \underbrace{E_i \partial_j E_j}_{\downarrow} - E_j \partial_i E_j + E_j \partial_j E_i$$

$$= \partial_j (E_i E_j) - E_j \partial_i E_j$$

$$= \partial_j (E_i E_j) - \frac{1}{2} \partial_i \vec{E}^2$$

$$= \sum_j \partial_j (E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ji} \vec{E}^2)$$

$$\partial_i \vec{E}^2 = \partial_i E_j E_j$$

$$= E_j \partial_i E_j + E_j \partial_i E_j$$

$$= 2 E_j \partial_i E_j$$

$$\frac{d}{dt} \left[(\vec{P}_{\text{mek.}})_v + \frac{1}{4\pi c} \int (\vec{E} \times \vec{B}) d^3x \right] \quad \text{EMA'nın sonucu, b.} \quad \vec{g} = \frac{1}{4\pi c} \vec{E} \times \vec{B} = \frac{\vec{S}}{c^2} \quad (21)$$

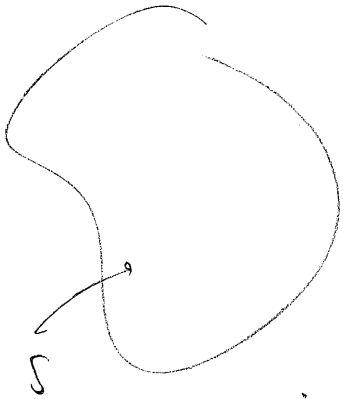
$$= \frac{1}{4\pi} \int_V \sum_j \partial_j \left(E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} \vec{E}^2 + B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} \vec{B}^2 \right) d^3x$$

T_{ij}

$$= \oint_S \sum_j T_{ij} n_j da$$

Maxwell'in EM alan tensörü

● V hacmi içindeki toplam Lin Mom.



At. Mom. bulunur 6.11.

T_{ij} bilinmiyorsa çiz. Mom. alın.

● 6.11. Dönmeler, Tansimeler ve zaman yerleşmesi altında
kaynaklar ve EMA'nın dönüşen özellikleri

$\left. \begin{matrix} I \times \\ I \cdot \\ \partial I \\ \partial I \end{matrix} \right\}$ altındaki nasıl dönüşür

Ana sonuçların özetini verilecek.
— Goldstein

Dönme :

$$x'_\alpha = \sum_\beta a_{\alpha\beta} x_\beta$$

Gerçeklik: $\overline{x'}^2 = \overline{x}^2$ } bu $a_{\alpha\beta}$ 'ların ortogonal olmaları
gerektirir.

$$\sum_\alpha a_{\alpha\beta} a_{\alpha\gamma} = \delta_{\beta\gamma}$$

ters dön: $(a^{-1})_{\alpha\beta} = a_{\beta\alpha}$

$$x'_\alpha x'_\alpha = \sum_\beta \sum_\gamma a_{\alpha\beta} x_\beta a_{\alpha\gamma} x_\gamma$$

$$= \sum_\beta \sum_\gamma a_{\alpha\beta} a_{\alpha\gamma} x_\beta x_\gamma$$

$$= \sum_\beta \left(\sum_\gamma a_{\alpha\beta} a_{\alpha\gamma} \right) x_\beta x_\gamma$$

$\delta_{\beta\gamma}$

$$A^T A = I \quad \det(A^T A) = \det I$$

$$\det A^T \det A = \det I$$

$$(\det A)^2 = \det I$$

$$\det A = \begin{pmatrix} + \\ - \end{pmatrix} 1 \quad \begin{matrix} \text{proper} & (\text{yansma içermeyen}) \\ \text{improper} \end{matrix}$$

* Fiziksel nitelikler dönme altında nasıl dönüştükleri bağlı olarak çeşitli vektörlerdeki dönme tenörleri olarak sınıflandırılırlar.

skaler $\rightarrow$ rank 0

vektör, $\vec{x} \rightarrow$ " 1

Dönme altında vektör.

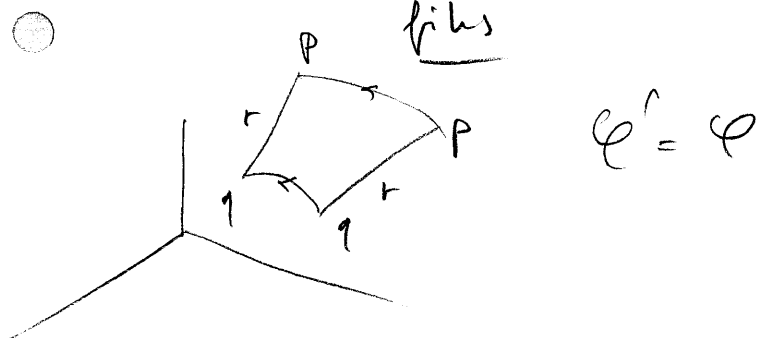
$$A'_\alpha = \sum_\beta a_{\alpha\beta} A_\beta$$

rank 1 den büyük elemler,

$$B'_{\alpha\beta} = \sum_r \sum_s a_{\alpha r} a_{\beta s} B_{rs}$$

Nokta çözümleri Elemt. pot.'i.

$$\phi = \frac{1}{r} \quad \begin{array}{l} \text{Aritif ve parif. çözümleri} \\ \downarrow \\ \text{koord. elemleri} \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ \text{çözümleri} \end{array}$$

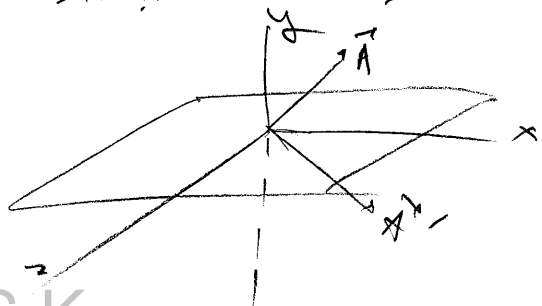


Fiziksel sistem dördüncüde, $\phi'(x_i) = \phi(x_i)$ ve ϕ dördüncü altınla çözümleri fizik. den denir.

$$\vec{\nabla} \phi \text{ vektör} \quad \vec{\nabla} \times \vec{A} \text{ vekt.} \quad \vec{A} \times \vec{B} \text{ vekt.}$$

Vzay yansıması:

Bir düzlemdeki uzay yansıması koordinat vektörleri normal bileşenleri izlettiği deyişimdir. (paralelleri aynı birlemler!)



$$\sigma A = A'$$

$$\sigma A_x = A_x \quad //$$

$$\sigma A_y = -A_y \quad \perp$$

inversiyon $\vec{x} \rightarrow \vec{x}' = -\vec{x}$

* vektörler

- vektörler (polar) $\vec{v}' = -\vec{v}$ inversiyon altında
- sağ vekt. (axial) $\vec{v}' = \vec{v}$

* skalarlar

- skalarlar $\vec{a} \cdot \vec{b} \rightarrow (\vec{a} \cdot \vec{b})$
- sağ " $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \rightarrow -\vec{a} \cdot (\vec{b}' \times \vec{c}')$

Genelde, N rankli vektörler uzaylı inversiyon altında $(-1)^N$ çapını ile döndür. O zaman gerçek tensör ya da sağık tensör olarak adlandırılır.

$(-1)^{N+1}$ ile döndürülür $\rightarrow$ sağık tensör.

Zaman terslenmesi

$$t \rightarrow t' = -t$$

Fizikî temel yasaları (en acından bilinen kanunlar) zaman döndürülmesine göre invarianttir.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\vec{\nabla}u$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{x} \rightarrow \vec{x}' = \vec{x} \\ \vec{p} \rightarrow \vec{p}' = -\vec{p} \end{array} \right\} t \rightarrow -t \text{ altında}$$

Invariant $\rightarrow$ partiklle.

	Space inv. (Parity)	Time reversal
ρ (charge dens.)	alt	alt
$\vec{E}$	tek	alt

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$$

Uygulama :

$$\vec{D} = \chi_0 \vec{E} + \chi_1 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{B}_0 + \chi_2 (\vec{B}_0 \cdot \vec{B}) \vec{E} + \chi_3 (\vec{E} \cdot \vec{B}) \vec{B}_0 + \dots$$

$\left. \begin{array}{l} \text{polar veht.} \\ \text{ve} \\ \text{(zaman tesl. altinda)} \\ \text{(cift.)} \end{array} \right\} = \checkmark \quad \left(\vec{B}_0 \cdot \vec{B} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \text{ dogru}$

6.12. Magnetik Monopol üzerine

Soru: parçacıkların elektriksel yüke sahip oldukları gibi magnetik yüke de sahip olduklarını söylemek mümkün müdür?

$\int_M$ ve J_M deneyim uyarayalım. (tabii ki elektriksel yüke gibi, benzer bir şekilde denklemlere sahip olabilir)

$$\left. \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi\rho_e, \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_e + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 4\pi\rho_m, \quad -\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_m + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Genelleştirilmiş Maxwell} \\ \text{denk. i.} \end{array}$$

Aşağıdaki dualite dönüşümlerini görüne dalım.

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}' \cos \zeta + \vec{H}' \sin \zeta & \vec{D} &= \vec{D}' \cos \zeta + \vec{B}' \sin \zeta \\ \vec{H} &= -\vec{E}' \sin \zeta + \vec{H}' \cos \zeta & \vec{B} &= -\vec{D}' \sin \zeta + \vec{B}' \cos \zeta\end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{c} \vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H} \\ \text{Eski} \end{array} \right) \longrightarrow \left(\begin{array}{c} \vec{E}', \vec{D}', \vec{B}', \vec{H}' \\ \text{Yeni} \end{array} \right) \quad \zeta \text{ reel.}$$

- $\vec{E} \times \vec{H}$, $\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{B} \cdot \vec{H}$, $T_{\alpha\beta}$ 'ın bileşenleri bu dönüşümle altında invariant olmalı (kaynaklarda aynı şekilde dönüşüyorlar da)

$$\begin{aligned}\vec{E} \times \vec{H} &= (\vec{E}' \cos \zeta + \vec{H}' \sin \zeta) \times (-\vec{E}' \sin \zeta + \vec{H}' \cos \zeta) \\ &= \vec{E}' \times \vec{H}' \cos^2 \zeta - \vec{H}' \times \vec{E}' \sin^2 \zeta = \vec{E}' \times \vec{H}'\end{aligned}$$

Eğer kaynaklarda senzer şekilde dönüşüyorlar da

● $\rho_e = \rho_e' \cos \zeta + \rho_m' \sin \zeta$ $\vec{J}_e = \vec{J}_e' \cos \zeta + \vec{J}_m' \sin \zeta$

$\rho_m = -\rho_e' \sin \zeta + \rho_m' \cos \zeta$ $\vec{J}_m = -\vec{J}_e' \sin \zeta + \vec{J}_m' \cos \zeta$

Öyleki, $\begin{pmatrix} \rho_e \\ \rho_m \\ \vec{J}_e \\ \vec{J}_m \end{pmatrix}$ ile yazılma $\begin{pmatrix} \rho_e \\ \rho_m \\ \vec{J}_e \\ \vec{J}_m \end{pmatrix}$ için genelleştirilmiştir
Maxwell denk. i invariant
 yani kalır.

$\begin{pmatrix} \rho_e' \\ \rho_m' \\ \vec{J}_e' \\ \vec{J}_m' \end{pmatrix}$ ile " " $\begin{pmatrix} \rho_e' \\ \rho_m' \\ \vec{J}_e' \\ \vec{J}_m' \end{pmatrix}$ için de Maxwell denk. i de
çer.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}' = 4\pi \rho_e'$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}' = 4\pi \rho_m'$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{E}' \cos \gamma + \vec{B}' \sin \gamma) = 4\pi (\rho_e' \cos \gamma + \rho_m' \sin \gamma)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}' \cos \gamma + \vec{\nabla} \cdot \vec{B}' \sin \gamma = 4\pi \rho_e' \cos \gamma + 4\pi \rho_m' \sin \gamma$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}' = 4\pi \rho_e'$$

Bu invarians magnetik yükü reği ama elektirik yükü olup

bir parçacık için kompozmanın bir konvansiyon olduğunu gösterir.

EDinamik denklemler farklı döründürü alırken invariansı bir parçacık elektirik yükü taşıyıp magnetik yük taşımadığını söylemek bir anlamına gelmez.

* Anlamak için tüm parçacıkların magnetik yük / elektirik yük

oranını aynı olup olmadığını soruyoruz. Öyle değil, o zaman $\rho_m = 0$

$\vec{T}_m = 0$ olacak şekilde bir γ seçersek bir dualite dörüne yapabiliriz. Böylece, Maxwell denk. i bilinen forma sahip olur.

Tanınmaması $q_e = -e$ ve $q_m = 0$ seçersek, proton için teresterial ölçülerden

$$q_e = +e \quad q_m(\text{proton}) < 2 \cdot 10^{-29} e$$

olduğunu biliyoruz.

ρ_m ve $\vec{T}_m$ 'nin dörüneler, zaman-teresterialine uy dörünelerden alın dörü dörüneler dörüneleri çok benzerlik dörüneler?

	Birime	Uyg.-bir.	zaman-teresteriali
ρ_e	skaler	cift	tek
ρ_m	vektörskaler	tek	cift

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 4\pi g_m$$

(pseudo time rev. pseudo scalar)

Gözlemlerimiz g_m ve g_e 'nin zıt uyay-ınc. ve zaman terslenmesi belirtilerine sahip oldukları.

$$(-)(+) = -$$

Sonuç: Hem magnetik ve elektrik yüklü parçacıklar varlığı uyay-ıncı ve zaman terslenmesi (PT) simetrisini bozar.

● Zayıf etkileşimlerde PT korunumu olduğu biliniyor. Öyleki, q_e, q_m 'li parçacığın CP korunumunun taşıyıcısı olarak düşünülebilir.

Dirac Önerisi: monopol'ün mag. yükü

$$\frac{g_e}{hc} = \frac{n}{2} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ (elektro)}$$

$$e = \left(\frac{n}{2}\right) hc \frac{1}{g}$$

Dirac'ın önerisi yük kuantizasyonunu açıklar. Bu fikir testlenebilir.

$$\frac{e^2}{hc}$$

biliniyor. O zaman, g yüklü magnetik monopol'ün varlığı,

$$\frac{g^2}{hc} = \frac{n^2}{4} \left(\frac{hc}{e^2} \right) \approx \frac{137}{4} n^2$$

bilinir.

"ince-yeğin etkisi" bu kadar

$$\vec{B} = g \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

$$\vec{F} = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B}$$

monopol'in kumyugu

Elektron üreidechi kummet, $F_y = \frac{e v}{c} B_x = \frac{e v g}{c r^2} = \frac{e v g}{c (b^2 + z^2)^{3/2}}$

$= \frac{e g v}{c (b^2 + v^2 + z^2)^{3/2}}$

kazandırlar impuls (y-aygırlıdır) percaul enlem boyuncu aygırlar.

$$\Delta p_y = \frac{egb}{c} \int_{-\omega}^{\omega} dt \frac{1}{(b^2 + v^2 t^2)^{3/2}} = \frac{2eg}{cb}$$

$$\Delta L_2 = b \Delta p_7 = \frac{2eg}{c} \quad (\text{b und } \tilde{v} \text{ den begimnen) exzessuell vergrößert}$$

Barlangreft, $L_2 = 0$ $\Delta L_2 = \frac{2g}{c} = n \frac{1}{4}$ acil non. mantıyon

$$\frac{e_g}{h_c} = \frac{n}{2} \quad \text{Dirac Quantization}$$

Em FMA'in ağırlamom. dahi değışim qorınur alarak da hcelere-
gılıb.

Parade

Alan

 $+ \Delta L_2$

7 - olmah.

$X = \mathbb{R}_+ = \widehat{a_2}$ da $\widehat{a_2}$ monopol vorzuziehen

$$\vec{x} = \vec{R}_q = -a\hat{z} \quad " \quad " \quad \text{gute Lösung}$$

EMA'lar

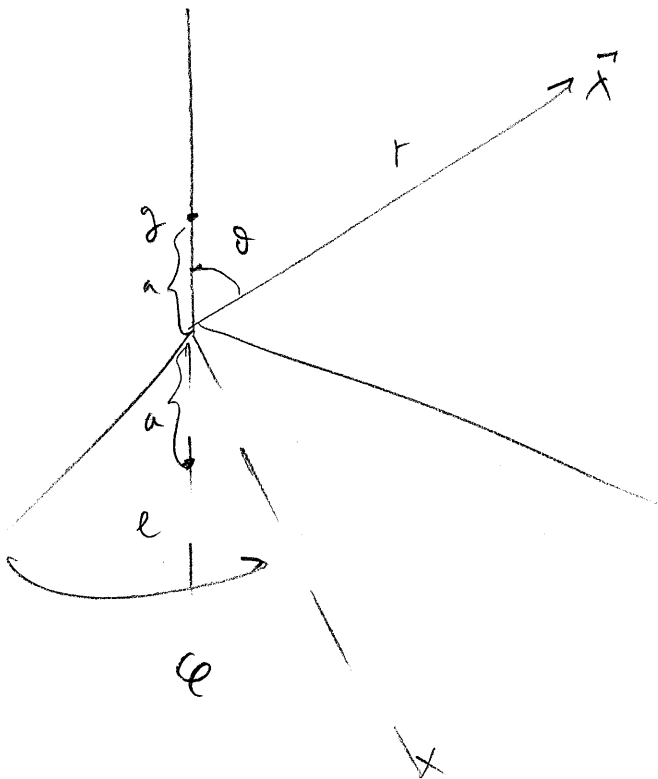
$$\vec{B} = g \frac{\vec{x} - \vec{P}_m}{|\vec{x} - \vec{P}_m|^3} \quad \vec{E} = e \frac{\vec{x} - \vec{P}_e}{|\vec{x} - \vec{P}_e|^3}$$

$$\vec{r} = \frac{\vec{x} - \vec{R}_e}{|\vec{x} - \vec{R}_e|^3}$$

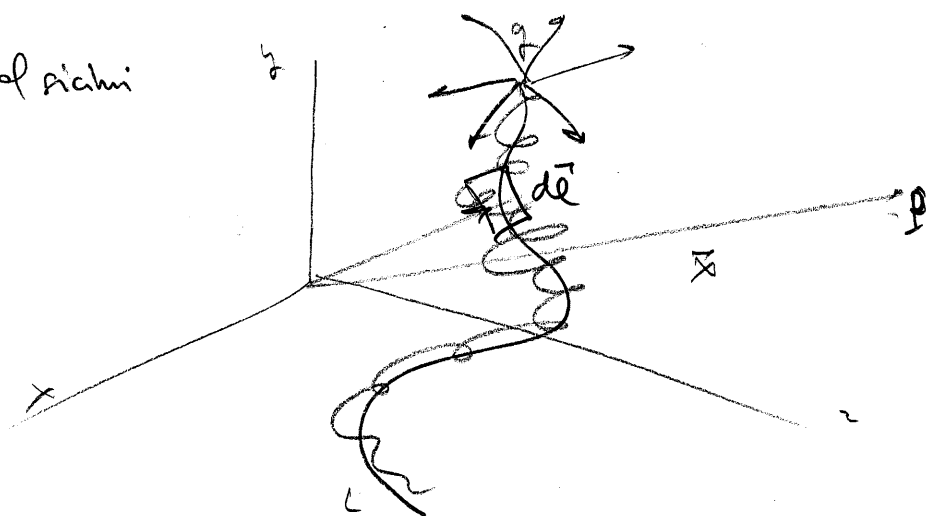
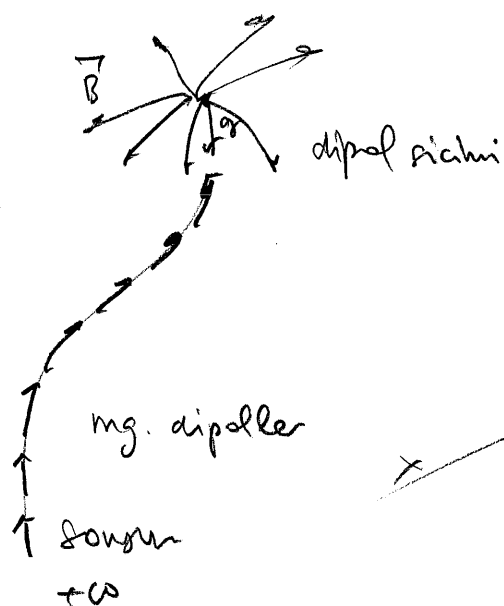
$$\vec{L}_{\text{EMA}} = \int_V \vec{r} \times \left(\frac{1}{4\pi c} \vec{E} \times \vec{B} \right) d^3\vec{r}$$

$$= \frac{29}{5}$$

$$\Delta L_2^{\text{Acm}} = 2 \frac{rg}{c}$$



son olarak Dirac'ın orijinal argümanını tartışalım.



$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = e\Phi - \frac{e}{mc} \vec{p} \cdot \vec{A}$$

$$d\vec{A} = -d\vec{m} \times \vec{\nabla} \left(\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \right)$$

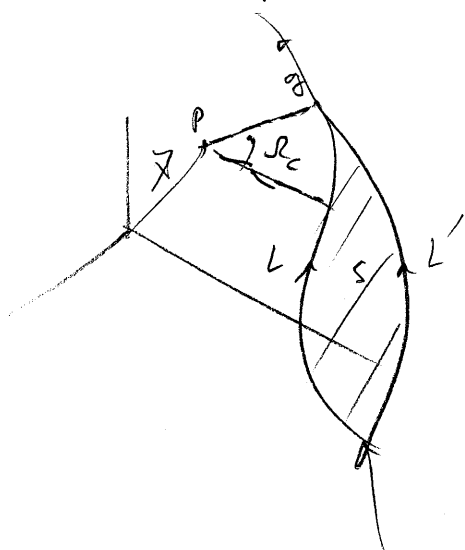
$$\vec{A}_L = -g \int_L d\vec{e} \times \vec{\nabla} \left(\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \right), \quad d\vec{m} = g d\vec{e}$$

$$\vec{B}_{\text{mag}} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{A}_L$$

$$\vec{B}_{\text{mag}} = \vec{\nabla} \times \vec{A}_L - \vec{B}'$$

içeriden

sistemin yerel kayıpları Sımsıkı



$$\begin{aligned} \vec{A}_L' - \vec{A}_L &= -g \int_{L-L'} d\vec{e} \times \vec{\nabla} \left(\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \right) \\ &= g \vec{\nabla} \mathcal{L}_L(\vec{x}), \quad \text{p. 5.1} \end{aligned}$$

kyasla :

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \chi$$

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \chi}{\partial t}$$

$$\vec{A}'_L = \vec{A}_L + \vec{\nabla} (g \cdot L_c)$$

L den L' ye göre sisteme $\chi = g \cdot L_c$ li bir ayar alınışından
elde eder. Schwinger denklemleri bu ayar alınışından altında duyarlı

● belirlenir.

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \Phi e^{i e \chi / \hbar c}$$

olman gereğini bilip, tek değeri bir Φ iştir

$$\frac{e g}{\hbar c} \Omega_c = 2 \pi n \quad e^{2 i \pi n} = 1$$

$$\frac{e g}{\hbar c} \gamma \hbar = 2 \pi n$$

$$\frac{e g}{\hbar c} = \frac{\gamma}{2}$$