

7. BÖLÜM

DÜZLEM ELEKTROMAGNETİK DALGALAR

ve DALGA YAYILIMI

7.1. iletken olmayan bir ortamda ($\sigma=0$) düzlem dalgalar (DD)

Maxwell denk. nin temel özelliklerinden biri Herleyen dalgalar

- çözümlerin varlığını gösterge olmaktadır. kayıpların yokluğunda
sonuç bir ortamda,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (\text{Faraday'ı})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\mu\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (\text{Ampere'ı})$$

● μ, ϵ frekans bağımsız. $\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = 0$$

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = 0$$

$$-\vec{\nabla}^2 \vec{E} + \frac{\mu\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

Benzer şekilde

$$-\vec{\nabla}^2 \vec{B} + \frac{\mu\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

$$\vec{\nabla}^2 u - \frac{\mu\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

$$u \equiv (\vec{E}; \vec{B};)$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad \text{faz hızı. (sbt. ve ortam tarafından karakterize edilir)}$$

$$\nabla^2 u - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Düzlem Dalga Çözümleri

$$\textcircled{\ominus} \quad u = e^{i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

serbest uzaya sahip ilek (vakumda) $\mu_0 = \epsilon_0 = 1$ $v = c$

$$\nabla^2 u = -k^2 u \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2 u$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{v^2} \quad k = \omega/v = \frac{\omega}{c/\sqrt{\mu\epsilon}} = \sqrt{\mu\epsilon} \frac{\omega}{c}$$

$$\textcircled{\ominus} \quad u(x,t) = e^{i k x - i \omega t} + e^{-i k x - i \omega t}$$

$\int$ |
 sağa ilerleyen sola ilerleyen

Genel durum

$$u(x,t) = A e^{i k x - i \omega t} + B e^{-i k x - i \omega t}$$

$$= A e^{i k (x - vt)} + B e^{-i (k x + vt)}$$

v , k 'nin bir fonksiyonu değil ise, (yani frekansa bağımsız) μ 'li bir ^{non-dispersive} ortamda) 0 zaman genel çözümünü şu şekilde kurabiliriz.

$$u(x,t) = f(x-vt) + g(x+vt) \quad f \text{ ve } g \text{ herhangi bir fonksiyon.}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \underbrace{A(k)}_{\neq 0} e^{ik(x-vt)} dk + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \underbrace{B(k)}_{\neq 0} e^{-ik(x+vt)} dk$$

dalga denklemini sağlar.

$$z = x - vt$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial x^-}, \quad \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = -v \frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

Şimdiye değin ortamın non-dispersive olduğunu varsaydık. dispersive bir ortamın yukarıdaki hesaplamalar değiştirilmeli.

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[\underbrace{\mu \epsilon}_{\neq c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right]$$

dispersiyon alınmalı.

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \vec{E}(\vec{x}, \omega) e^{i\omega t} d\omega$$

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \vec{B}(\vec{x}, \omega) e^{i\omega t} d\omega$$

$$\mu \epsilon(t) = \frac{1}{2\pi} \int \mu \epsilon(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{\mu \epsilon}{c} \omega^2 \vec{E} = 0 \quad \text{w\u00e4hlt } k \text{ haben } k = \frac{\omega}{v} \text{ versch}$$

haben DD ϵ drüber vor. Vektoren beachtete nicht, da M_1

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E} e^{ik\hat{n} \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \vec{B} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}$$

$\vec{e}, \vec{p}, \hat{n}$ komplexes Vektorfeld. $\vec{e}$ und $\vec{p}$ haben hier ein Element

$$\nabla^2 u + \mu \in \frac{W^{-1}}{L^2} \quad u=0$$

denk. in' soplmon rechtig: in yone.

$$k^{\mu} \hat{n} \cdot \hat{n} = \mu + \frac{w^{\mu}}{c^{\mu}} \quad \text{olması şart. Re}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \hat{n} \cdot \vec{E} &= 0 \\ \hat{n} \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad \text{Emberde dolqala}$$

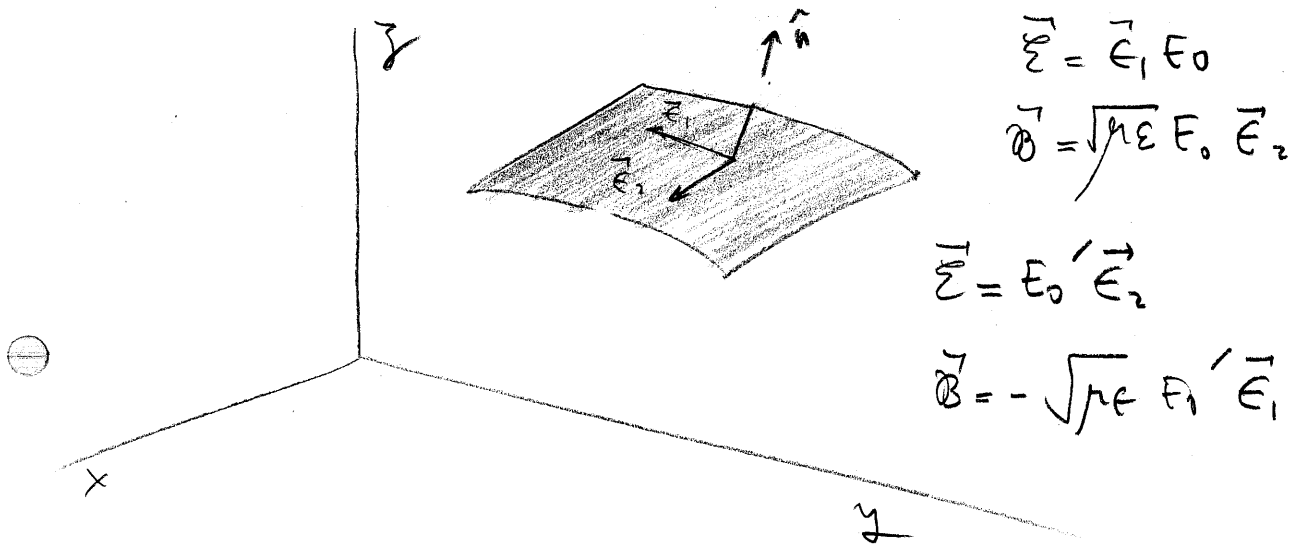
$$\vec{D} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \text{if } \hat{n} \times \vec{E} = \frac{1}{c} \omega \vec{B}$$

$$\vec{B} = \sqrt{\mu_0 \hat{n} \times \hat{e}}$$

$\vec{B} \perp \vec{E}$

$\hat{n}$ reel $\Rightarrow \vec{E}$ ve $\vec{B}$ aynı faza sahiptir.

karşılıklı ortogonal üç birim vektör olsun $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \hat{n}$



Poynting vektörü

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H}^*$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 E_0 e^{ik\hat{n} \cdot \vec{x} - i\omega t} \\ \vec{B} &= \vec{E}_2 \sqrt{\mu\epsilon} E_0 e^{ik\hat{n} \cdot \vec{x} - i\omega t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{S} = \frac{c}{8\pi} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_0|^2 \hat{n}$$

enerji akışı.

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$$

$$u = \frac{1}{16\pi} \left(\epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}^* + \frac{1}{\mu} \vec{B} \cdot \vec{B}^* \right) = \frac{\epsilon}{8\pi} |E_0|^2 \text{ enerji yoğunluğu.}$$

$$\Rightarrow \vec{S} = \sqrt{\frac{1}{\mu\epsilon}} c u \hat{n} \Rightarrow \frac{\vec{S}}{u} = v \hat{n} \quad v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

$$\hat{n} \text{ kompleks} \Rightarrow \hat{n} = \hat{n}_R + i\hat{n}_I$$

$$e^{ik\hat{n} \cdot \vec{x} - i\omega t} = \underbrace{e^{-k\hat{n}_I \cdot \vec{x}}}_{\text{exp. olarak}} \underbrace{e^{-i\omega t + ik\hat{n}_R \cdot \vec{x}}}_{\text{bilinen DD}} \quad \text{inhomogen}$$

büyükler ya da
büyük.

saat far ve genlikleri yörüze hata düklenmel, ama ortal
paralel değiller. Hata,

$$\hat{n} \cdot \vec{E} = 0 \quad \hat{n} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\hat{n} \cdot \hat{n} \text{ gerektikini} \begin{cases} \hat{n}_R^2 - \hat{n}_I^2 = 1 \\ \hat{n}_R \cdot \hat{n}_I = 0 \end{cases} \quad \text{ortogonal}$$

$$n_R = \hat{x} \quad n_I = \hat{y} \text{ seçelim} \quad n_R^2 - n_I^2 = 1 \text{ ornek ve ornek}$$

$$\hat{n} = \vec{e}_1 \cosh \theta + i \vec{e}_2 \sinh \theta \quad \text{real} \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta=0 \text{ için emelhi} \\ \text{seçimler elde} \\ \text{edilir!} \end{array} \right.$$

olurca seğılan. $\odot$ zaman, $\hat{n} \cdot \vec{E} = 0$ kabulünü seğılayın
en genel $\vec{E}$ uelüsü

$$\vec{E} = A (i \vec{e}_1 \sinh \theta - \vec{e}_2 \cosh \theta) + \vec{e}_3 A'$$

ort. ler.

7.2. Linear ve dairesel polarizasyon ve Stokes Parametreleri

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E} e^{ik\hat{n} \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \vec{B} e^{ik\hat{n} \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

Eğer $\vec{E} = \vec{E}_1 E_0$ ve $\vec{B} = \vec{E}_2 \sqrt{\mu\epsilon} E_0$ ise, o zaman bu $\vec{E}$ daima

$\vec{E}_1$ - doğrultusunda ila orantılıdır ($\vec{E}_1$ polarizasyon vektörü lineer

⊙ lineer polarizasyon dalgası). Diğer benzer bir set su şekilde kurulabilir.

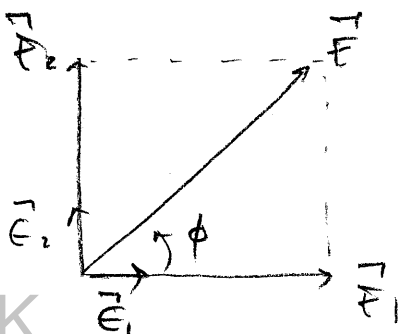
$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 E_0' \\ \vec{B} &= -\vec{E}_2 \sqrt{\mu\epsilon} E_0' \end{aligned} \right\} \vec{E}_2 \text{ boyuna lineer pol. olma}$$

Böylece, herhangi bir doğrultuda lineer polarize olma DD elde etmek için bu iki kışme kullanılabilir.

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = (\vec{E}_1 E_1 + \vec{E}_2 E_2) e^{ik\hat{n} \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

kompleks genlikler

lineer polarize DD elde etmek için E_1 ve E_2 aynı frekansa sahiptir.



$$|\vec{E}| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{E_2}{E_1}$$

* E_1 ve E_2 farklı frekanslara eliptik kırılganlık

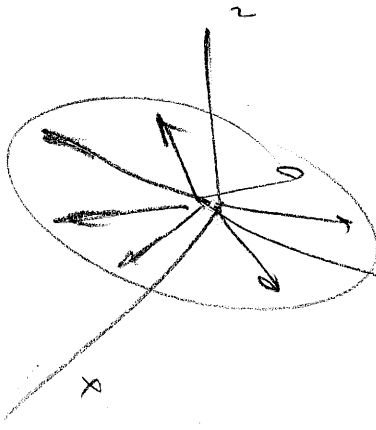
$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| \quad \phi = \frac{\pi}{2}$$

dairesel kırılganlık

$$\vec{E}_1 = \hat{x} \quad \vec{E}_2 = \hat{y} \quad , \quad \text{veçelim} \quad \vec{k} = k \hat{z} \quad \text{olur.}$$

8

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 (\hat{x} \pm i \hat{y}) e^{i(kz - \omega t)}$$



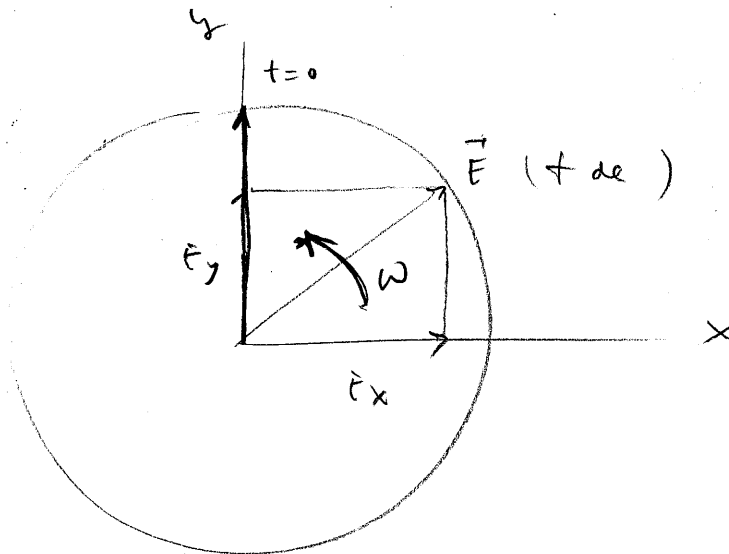
$$E_x(\vec{r}, t) = \text{Re} [\vec{E}_x(\vec{r}, t)]$$

$$= E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$E_y(\vec{r}, t) = \text{Re} [\vec{E}_y(\vec{r}, t)]$$

$$= \mp E_0 \sin(kz - \omega t)$$

belirli bir zamanda, uzayda bir noktada



$\vec{E}_1 + i \vec{E}_2$ sol dairesel pol. pozitif helisite

$\vec{E}_1 - i \vec{E}_2$ sağ " " negatif

$\vec{E}_1, \vec{E}_2, \hat{n}$: lineer pol. nış bñm kar vektörleri

$$\vec{E}_+, \vec{E}_-, \hat{n} \text{ seçebiliriz} \quad \vec{E}_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{E}_1 + i \vec{E}_2)$$

$$\vec{E}_- = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{E}_1 - i \vec{E}_2)$$

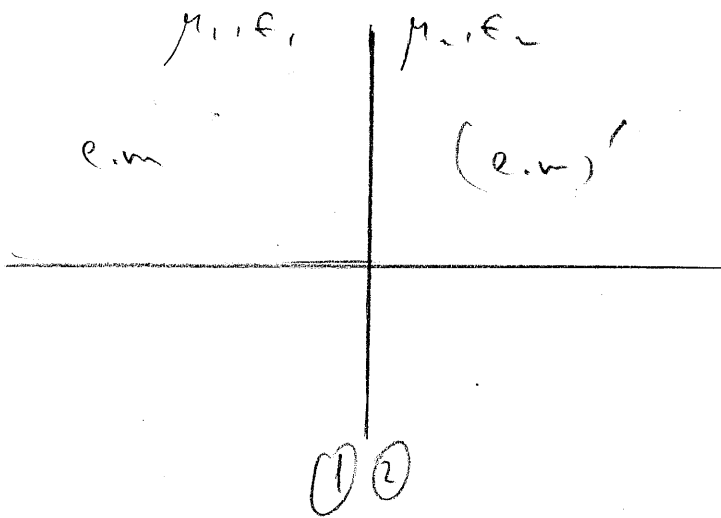
$$\left. \begin{array}{l} \vec{E}_+ \cdot \vec{E}_- = 0 \\ \vec{E}_\pm \cdot \vec{E}_\pm = 1 \end{array} \right\} \text{dairenel pol. nış bñm kar vektörleri}$$

Her elekt. DD nm pol. bilgisi $(E_1, \text{ve } E_2)$ ya da $(E_+ \text{ ve } E_-)$ ya bilerek bulunabilir.

Ters problem: bir demetleri gözlemlenirden, tüm özelliklerde ki pol. ve ya durumun nasıl belirtilebilir. Stokes parametreleri bunları öleden bilimsel pol. u tamamen belirtir.

$$S_0, S_1, S_2, S_3$$

7.3. Tanırma ve kırılma



1.) Lehimetik özellikler: (Dalgaların ya da sınır şartlarının detaylı bilgisine bağlı olmayıp, FMD'ın dalga doğasından çıkarılır)

a) Tanırma açısı = Gelir açısı

b) Snell yasası $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n'}{n}$

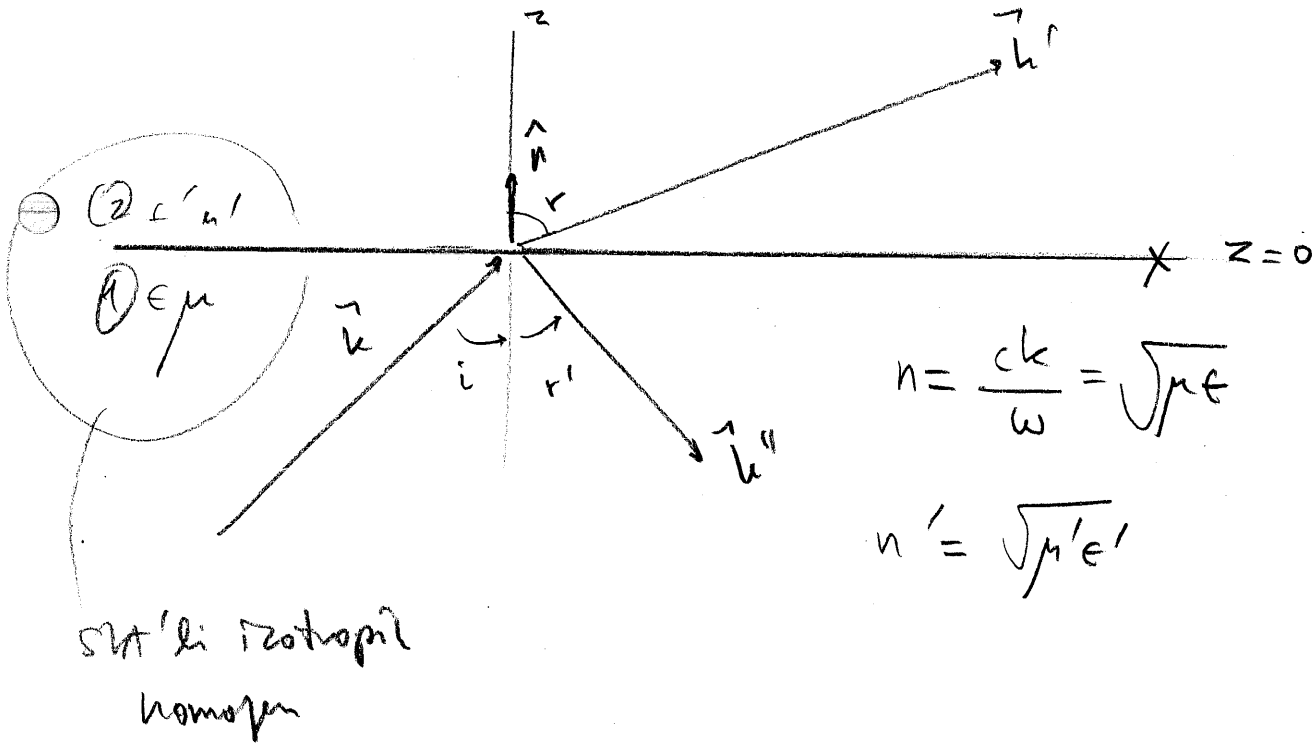
gelen

kırılma hızları

yansıma

2. Dinamik özellikleri : (Tamamen FMD'ın özel doğasına bağlıdır)

- a) Yansıma ve kırılma katsayılarının siddetleri
b) Faz değişimleri ve kutuplanması



Özümleme + Maxwell denklemleri kullanılarak doğru EMD olduğunu gösterilebilir.

Gelen

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = \sqrt{\mu\epsilon} \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{k}$$

Kırılan

$$\vec{E}'(\vec{x}, t) = \vec{E}'_0 e^{i\vec{k}' \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

$$\vec{B}'(\vec{x}, t) = \sqrt{\mu'\epsilon'} \frac{\vec{k}' \times \vec{E}'}{k'}$$

Yansıyan

$$\vec{E}''(\vec{x}, t) = \vec{E}''_0 e^{i\vec{k}'' \cdot \vec{x} - i\omega t}$$

$$\vec{B}''(\vec{x}, t) = \sqrt{\mu\epsilon} \frac{\vec{k}'' \times \vec{E}''}{k''}$$

Dalga sayıları: $k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\mu\epsilon} = k''$

$$|\vec{k}'| = k' = \frac{\omega}{c} \sqrt{\mu'\epsilon'}$$

$z=0$ daki sınır şartları

- 1.) Alanların sınırda vray ve zaman değişimleri aynı olmalı. Yani fazları eşit olmalı, yani

$$\vec{k} \cdot \vec{x} \Big|_{z=0} = \vec{k}' \cdot \vec{x} \Big|_{z=0} = \vec{k}'' \cdot \vec{x} \Big|_{z=0}$$

$$\text{bu} \Rightarrow k \sin i = k' \sin r = k'' \sin r' = i = r'$$

gelen ve yansıma eşit

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{k'}{k} = \frac{(\omega/c) \sqrt{\epsilon_1'}}{(\omega/c) \sqrt{\epsilon_1}} = \frac{n'}{n} \quad \text{Snell yasası}$$

2. Dinamik özellikleri

$\vec{D}$ ve $\vec{B}$ 'nin normal bileşenleri } süreklilikler

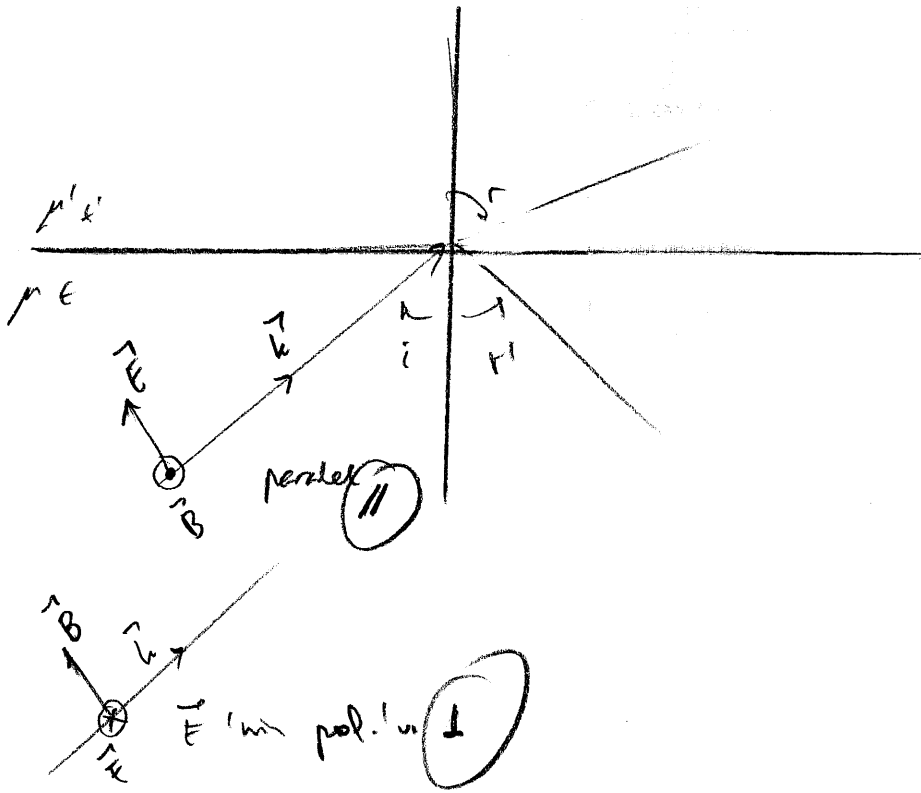
$\vec{E}$ ve $\vec{H}$ 'nin teğet " " " "

$$1. \quad D_{1n} = D_{2n} \Rightarrow [\epsilon (\vec{E}_0 + \vec{E}_0'') - \epsilon' \vec{E}_0'] \cdot \hat{n} = 0$$

$$2. \quad B_{1n} = B_{2n} \Rightarrow [\hat{n} \times \vec{E}_0 + \vec{k}'' \times \vec{A}_0'' - \vec{k}' \times \vec{A}_0'] \cdot \hat{n} = 0$$

$$3. \quad (\vec{E}_0 + \vec{E}_0'' - \vec{E}_0') \times \hat{n} = 0 \quad E_{1t} = E_{2t}$$

$$4. \quad \left[\frac{1}{\mu} (\vec{k} \times \vec{E}_0) + \frac{1}{\mu} (\vec{k}'' \times \vec{E}_0'') - \frac{1}{\mu'} (\vec{k}' \times \vec{E}_0') \right] \times \hat{n} = 0 \quad H_{1t} = H_{2t}$$

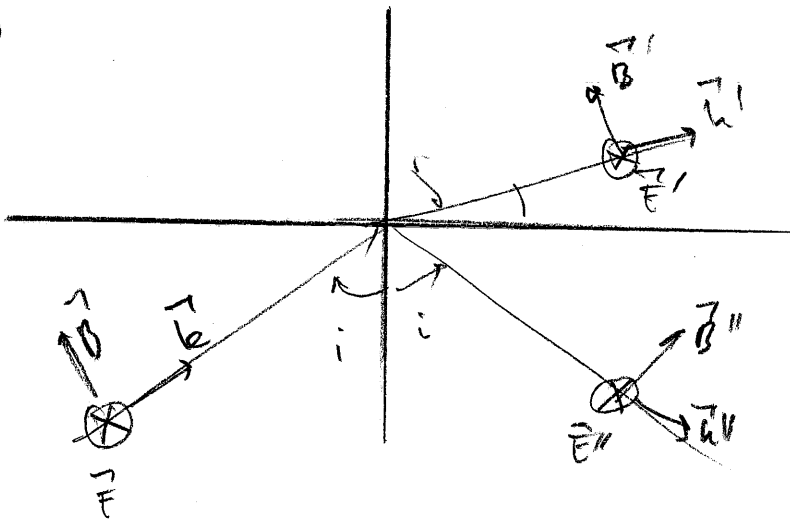


$z=0$ daki sınır şartları dikkate alınarak bulunabilir.

Bu şekilde bulunur:

- (i) Gelen dalganın kutuplanma vektörü gelme düzlemine ($\vec{n}, \vec{k}$ ile tanımlanan düzlem) dik olarak gelirse dalganın yansıması
- (ii) kutuplanma vekt. gelme düzlemine paralel

(i)



$$B + B'' - B' = 0 \quad (3)$$

$$(4) \quad \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (E_0 - E_0'') \cos i - \sqrt{\frac{\epsilon'}{\mu'}} E_0' \cos r = 0$$

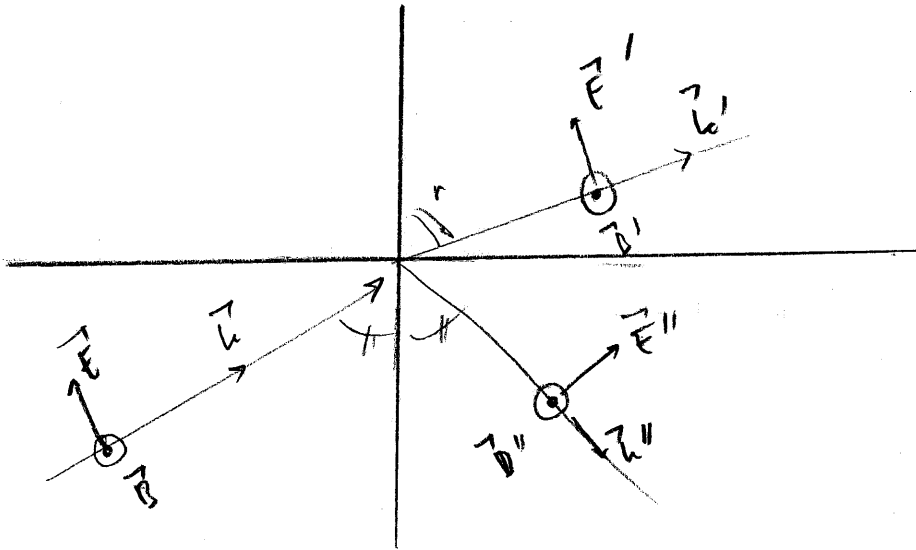
Snell yasası kullanılarak (2) (3) ü verelim.

$$\Rightarrow E_0' / E_0 = 2n \cos i / [n \cos i + \frac{1}{\mu'} \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 i}]$$

$$\frac{E_0''}{E_0} = [n \cos i - \frac{1}{\mu'} \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 i}] / [n \cos i + \frac{1}{\mu'} \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 i}]$$

● $i = \pi/2 \Rightarrow E_0' = 0$

(ii)



$$(3) \rightarrow (E_0 - E_0'') \cos i - E_0' \cos r = 0$$

$$(4) \rightarrow \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (E_0 + E_0'') - \sqrt{\frac{\epsilon'}{\mu'}} E_0' = 0$$

1 + Snell yasası + 4 ü verelim

$$E_0' / E_0 = 2\mu' \cos i / [(\mu/\mu') n' \cos i + n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 i}]$$

$$E_0'' / E_0 = [(\mu/\mu') n' \cos i - n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 i}] / [(\mu/\mu') n' \cos i + n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 i}]$$

7.4. Yansıma ile kırılma ve tam iç yansıma

(i) Yansıma ile kırılma

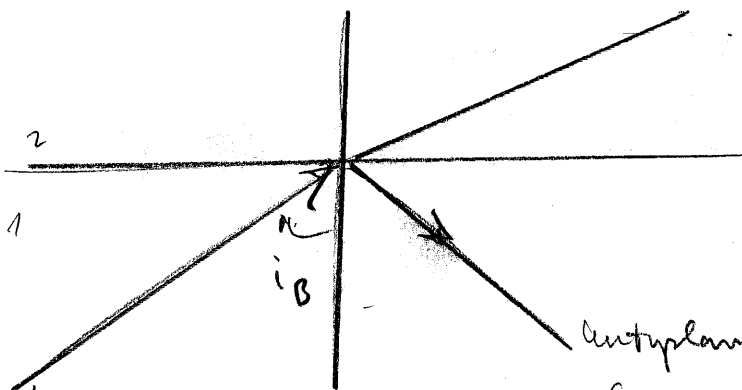
Geliş dairesine paralel kırılmaya için, yansıyan dalganın olmadığı Brewster açısı olarak adlandırılan bir geliş açısı vardır. Bilindiği gibi $n = n'$ alalım.

$$\frac{E_0'}{E_0} = 0 \quad n'^2 \cos^2 i = n \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 i} \quad E_0'/E_0 = 1 \text{ olmak}$$

$$n'^4 \cos^2 i = n^2 n'^2 - n^4 \sin^2 i = n'^4 (1 - \sin^2 i)$$

$$\sin i_B = \frac{(n'/n)}{\sqrt{1 + (n'/n)^2}} \quad i_B = \tan^{-1} (n'/n)$$

tipik bir oran için $(n'/n \approx 1.5) \quad i_B \approx 56^\circ$



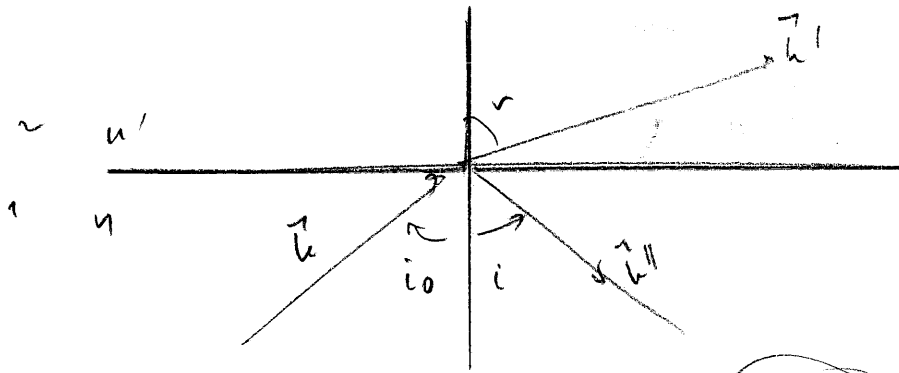
kırılma kırılması
D)

kırılma kırılması
dışarıya geliş dairesine göre
dışarıya geliş dairesine göre
kırılma kırılması
D) elde edilir.

bu olay yansıma
paralel yansıma.

(ii) Tam İç Yansıma (TİY)

$n > n'$ (ice) olduğunda çok yavaşla → az yavaş



$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n'}{n} < 1$$

$$\sin i < \sin r$$

$$i < r$$

$$r = \pi/2 \Rightarrow i_0 = \sin^{-1} \left(\frac{n'}{n} \right) \text{ ya da } \sin i_0 = \frac{n'}{n}$$

$$i = i_0 \text{ ile } \sin r = \frac{n}{n'} \sin i = \frac{n}{n'} \sin \left(\sin^{-1} \frac{n'}{n} \right) = \frac{n}{n'} \frac{n'}{n} = 1 \text{ olur}$$

$$i < \pi/2$$

$$r = \frac{\pi}{2}$$

kurda dalgaya göre paralel yansıma.

? $i > i_0 \Rightarrow$ ne olur. $\sin r > 1$

bu r'ın

$\cos^2 r = 1 - \sin^2 r < 0$ olduğunda $\cos r$ ne

• saf sanal olduğum. Bu

$$\cos r = i \sqrt{\sin^2 r - 1} = i \sqrt{\left(\frac{n}{n'} \right)^2 \sin^2 r - 1} \quad \vec{E} \perp \vec{GD}$$

$$= i \sqrt{\frac{\sin^2 r}{(n'/n)^2} - 1} = i \sqrt{\frac{\sin^2 i}{\sin^2 i_0} - 1}$$

$$\vec{k} \cdot \vec{x} = k' (x \sin r + z \cos r) = k' \left[\left(\frac{\sin^2 i}{\sin^2 i_0} - 1 \right)^{1/2} \right] z \quad k' \frac{\sin i}{\sin i_0} \times$$

sinine karşılık gelen
içerilerde

sinine paralel
iterleme

Zirveyi diğer yanından alarak oha
bile yavaşca enerji alması gibi.

$$\vec{S} \cdot \hat{n} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left\{ \hat{n} \cdot (\vec{E}' \times \vec{H}') \right\}$$

$$S = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} (\vec{E}' \times \vec{H}')$$

$$\vec{H}' = \frac{c}{\mu' \omega} (\vec{k}' \times \vec{E}')$$

$$\vec{S} \cdot \hat{n} = \frac{c^2}{8\pi \omega \mu'} \operatorname{Re} [(\hat{n} \cdot \vec{k}') |\vec{E}'|^2]$$

$$\hat{n} \cdot \vec{k}' = |\hat{n}| |\vec{k}'| \cos \alpha = k' \cos \alpha$$

purely im. no real part

$$\vec{S} \cdot \hat{n} = 0$$