# BÖLÜM 4

# TAM OLARAK ÇÖZÜLEBİLİR MODELLER

## 4.1. Potansiyel saçılması

$V(r) \to$ imp. pot. (spin, uyarılmış durum vb. iç yapısı yok)

(Diğer tüm etk. ler ihmal) Orijinde.

$r$'nin sadece bir fonk.u, ve küresel sim.

$$\mathcal{H}\psi_\lambda = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r)\right] = \varepsilon_\lambda \psi_\lambda$$

tek bir parçacığın enerjisi ve dalga fonk.ları.

Çok.cisim teorisinde impurity problemi bir saçılma merkezi olarak ortaya çıkar.

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{k} c_{k}\, e^{i k \cdot r}$$ serbest parçacık durumları dür. dalgalar.

$$\mathcal{H} = \int d^3r\, \psi^\dagger(r)\, \mathcal{H}\, \psi(r) = \frac{1}{V} \sum_{k} \sum_{k'} \int d^3r\, c_k^\dagger e^{-i k \cdot r} \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\right) \times c_{k'} e^{i k' \cdot r}$$

$$+ \frac{1}{V} \sum_{k} \sum_{k'} \int d^3r\, c_k^\dagger e^{-i k \cdot r}\, V(r)\, c_{k'} e^{i k' \cdot r}$$

$$\mathcal{H} = \frac{1}{V} \sum_{\underline{k}} \sum_{\underline{k}'} c_{\underline{k}}^{\dagger} c_{\underline{k}'} \int d^3\underline{r} \, \frac{\hbar^2 k'^2}{2m} \, e^{i(\underline{k}'-\underline{k})\cdot\underline{r}}$$

$$+ \frac{1}{V} \sum_{\underline{k}} \sum_{\underline{k}'} c_{\underline{k}}^{\dagger} c_{\underline{k}'} \int d^3\underline{r} \, V(\underline{r}) \, e^{i(\underline{k}'-\underline{k})\cdot\underline{r}}$$

$$= \sum_{k} \varepsilon_k c_k^{\dagger} c_k + \underbrace{\sum_{\underline{k}} \sum_{\underline{k}'} V_{\underline{k}\underline{k}'} c_k^{\dagger} c_{k'}}$$

sabit parçacıkların pot. saçılmaları.

<u>Problem</u>: bu Ham.'i diagonalize etmeliyiz. Aslında evvelki Schrödinger denk.ini çözmeliyiz, yani 2. mertebeden bir denk. (:) iki çözüm vardır: <u>Gelen</u> ve <u>giden</u> dalgalar, ya da birleştirilmişlerde <u>duran dalgalar</u>.

$$\psi_k(\underline{r}) = \phi_k(\underline{r}) + \sum_{\underline{k}'} \frac{\phi_{\underline{k}'}(\underline{r})}{\varepsilon_k - \varepsilon_{\underline{k}'}} \int d^3\underline{r}' \, \phi_{\underline{k}'}^{*}(\underline{r}') V(\underline{r}') \psi_k(\underline{r}')$$

$$(1/\sqrt{V}) \, e^{i\underline{k}\cdot\underline{r}} \qquad \varepsilon_k = k^2/2m$$

SD.'li bağlı durum olabilir ama o şuan konumuz değil.

[ bu durumda $\varepsilon_k \to -\varepsilon_B$ $(\varepsilon_B > 0)$ ]

Bu Schr. Denk.inden başka bir şey değil. ispat →

BS K

$$(\mathcal{H}_0 - \mathcal{E}_k)\,\psi_k(\underline{r}) = \cancel{(\mathcal{H}_0 - \mathcal{E}_k)\,\phi_k(\underline{r})} + \sum_{\underline{k}'} \frac{\overbrace{(\mathcal{H}_0 - \mathcal{E}_k)\,\phi_{k'}(\underline{r})}^{=-1}}{\epsilon_k - \epsilon_{k'}}$$

$$\times \int d^3\underline{r}'\, \phi_{k'}^*(\underline{r}')\, V(r')\, \psi_{\underline{k}}(r')$$

$$= -\sum_{\underline{k}'} \phi_{k'}(\underline{r}) \int d^3\underline{r}'\, \phi_{k'}^*(\underline{r}')\, V(r')\, \psi_k(\underline{r}')$$

$$\sum_{k'} \phi_{k'}(r)\, \phi_{k'}^*(r') = \delta(r'-r)$$

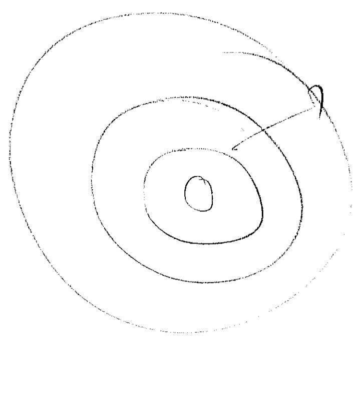
$$\Rightarrow (\mathcal{H}_0 - \mathcal{E}_k)\,\psi_k(\underline{r}) = -V(\underline{r})\,\psi_k(\underline{r})$$

$$(\mathcal{H}_0 + V - \mathcal{E}_k)\,\underline{\psi_k(\underline{r})} = 0$$

SD (   2. met. → 2 lineer hof. çözüm.

kombinasyonlar — duran dalga — R matris denk.:

Gelen - Giden Dalga. — T matrisi.



outgoing wave $e^{ik\cdot r}/r$   u ...

BS K

Fazın $e^{-i\underline{k}\cdot\underline{r}}/r$ dan ziyade, bu şekildeki seçimi zaman gelişiminin $e^{-i\omega t}$ olmasından.

Duran, giden, gelen dalgalar için çeşitli seçimler int. denklemdeki enerji paydasının kompleks kısmı ile belirlenir.

$E_k - E_{k'}$ çarpanı DD içindir; değeri "principal part" (Pk) payda ile seçilir; $E_k - E_{k'} + i\delta$ GID için, $-i\delta$ lı olanı ise GFD içindir.

A. Reaksiyon matrisi

Burada enerji paydası reel, PK ile verilir. O zaman serbest parçacık GF u

$$G_0(\underline{k},\underline{r}-\underline{r}') = \mathbb{P}\sum_{\underline{k}'} \frac{\phi_{k'}(\underline{r})\,\bar{\phi}_{k'}(\underline{r}')}{\epsilon_k - \epsilon_{k'}} = \frac{1}{V}\mathbb{P}\sum_{\underline{k}'}\frac{e^{i\underline{k}'\cdot(\underline{r}-\underline{r}')}}{\epsilon_{\underline{k}} - \epsilon_{\underline{k}'}}$$

$$= \mathbb{P}\int \frac{d^3\underline{k}'}{(2\pi)^3}\frac{e^{i\underline{k}'\cdot(\underline{r}-\underline{r}')}}{\epsilon_{\underline{k}} - \epsilon_{\underline{k}'}}$$

$$= -\pi\rho(\underline{k})\,\frac{\cos k|\underline{r}-\underline{r}'|}{k|\underline{r}-\underline{r}'|} \qquad \rho(k) = \int\frac{d^3k'}{(2\pi)^3}\,\delta(\epsilon_k - \epsilon_{k'})$$

$$= \frac{mk}{2\pi^2\hbar^2}$$

BS K

spin dejenarasyonu dikkate alındığında, net DOS bunun iki katıdır.

GF, ' u $\underline{r}$ ve $\underline{r}'$ nün fonk. u olarak açılabilir;

$$G_0(k, \underline{r}-\underline{r}') = +\pi g(k) \sum_\ell (2\ell+1) P_\ell(\hat{r}.\hat{r}') j_\ell(kr) \eta_\ell(kr')$$

$r<r'$

$$= \pi g(k) \sum_\ell (2\ell+1) P_\ell(\hat{r}.\hat{r}') j_\ell(kr_<) \eta_\ell(kr_>)$$

Bunu SD 'nin integral denk. formunda koy.

$$\psi_k(\underline{r}) = \phi_k(\underline{r}) + \int d^3\underline{r}'\, G_0(k, \underline{r}-\underline{r}')\, V(\underline{r}')\, \psi_k(\underline{r}')$$

DD. : $e^{i\underline{k}.\underline{r}} = \sum_\ell (2\ell+1)\, i^\ell P_\ell(\hat{r}.\hat{k})\, j_\ell(kr)$

benzer bir açılım gerçek dalga fonk. u için kullanılsa

$$\psi_k(\underline{r}) = \sum_\ell (2\ell+1)\, i^\ell P_\ell(\hat{k}.\hat{r})\, R_\ell(\underline{k}, r)$$

tanımlamaya ihtiyacımız radyal kısım.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R}{\partial r}\right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}R\right] + (V(\underline{r}) - E_k)R = 0$$

denk. iki tarafı her açısal mom bileşeni denk. i $P_\ell(\hat{k}.\hat{r})$ ile çarpıp integre edilerek bulunur:

$$\int d\Omega_r\, P_\ell(\hat{k}.\hat{r})\, P_m(\hat{r}.\hat{p}) = \frac{4\pi}{2\ell+1}\delta_{\ell m} P_\ell(\hat{k}.\hat{p})$$

BS K

$$P \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\underline{k}'\cdot(\underline{r}-\underline{r}')}}{k^2-k'^2} = \frac{-1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \int_0^{\infty} dk' \frac{e^{ik'|r-r'|\cos\theta}}{k'^2-k^2} k'^2$$

$$= \frac{-1}{(2\pi)^{\cancel{3}}} \cancel{2\pi} \int_{-1}^{+1} du \int_0^{\infty} dk' \frac{k'^2 e^{ik'|r-r'|u}}{k'^2-k^2}$$

$$= \frac{-1}{(2\pi)^2} \frac{1}{i|\underline{r}-\underline{r}'|} \int_0^{\infty} dk' \frac{k'\left(e^{ik'|r-r'|} - e^{-ik'|r-r'|}\right)}{k'^2-k^2}$$

$$= \frac{-1}{(2\pi)^2} \frac{1}{i|\underline{r}-\underline{r}'|} \int_{-\infty}^{+\infty} d\underline{k}' \frac{k' e^{ik'|\underline{r}-\underline{r}'|}}{k'^2-k^2}$$

$$= \frac{-1}{(2\pi)^2} \frac{1}{\cancel{i}|r-r'|} 2\pi \cancel{i} \sum \mathrm{Res} \frac{k' e^{ik'|r-r'|}}{k'^2-k^2}$$

$$= \frac{-1}{2\pi|r-r'|} \sum \mathrm{Res} \frac{k' e^{ik'|r-r'|}}{k'^2-k^2}$$

$$= \frac{-1}{2\pi|r-r'|} \Bigg\{ \lim_{k'\to k} \cancel{(k'-k)} \frac{k' e^{ik'|r-r'|}}{\cancel{(k'-k)}(k'+k)}$$

$$+ \lim_{k'\to -k} \cancel{(k'+k)} \frac{k' e^{+ik'|r-r'|}}{(k'-k)\cancel{(k'+k)}} \Bigg\}$$

$$= \frac{-1}{4\pi|r-r'|} \left(e^{ik|r-r'|} + e^{-ik'|r-r'|}\right) = \frac{-1}{2\pi|r-r'|} \cos k|r-r'|$$

BS K

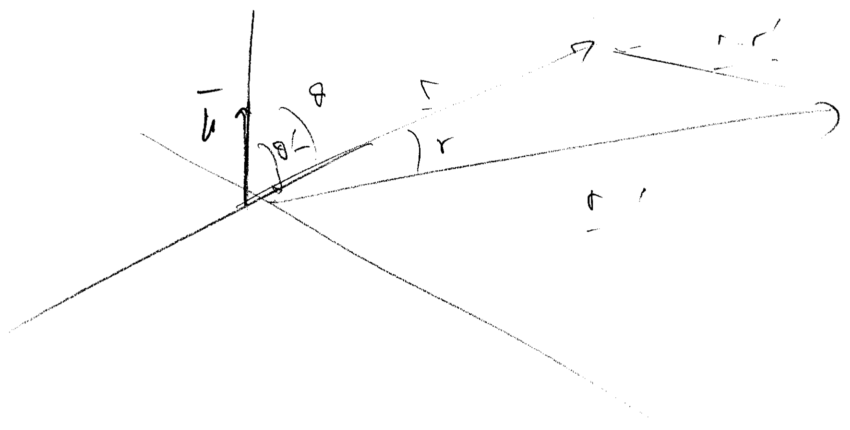
$$G_0(k, r-r') = -\pi g(k) \frac{\cos k|r-r'|}{k|r-r'|} = -\pi g(k) \,\mathrm{Re}\, \frac{e^{ik|r-r'|}}{k|r-r'|}$$

$$\frac{e^{ik|r-r'|}}{k|r-r'|} = 4\pi i \sum_l j_l(kr_<)\, h_l^{(1)}(kr_>) \sum_m Y_{lm}^*(\vartheta', \varphi')\, Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$$

$$h_l^{(1)}: \quad j_l(kr_>) + i\, y_l(kr_>)$$

$$Y_{lm}: \quad \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}}\, P_l^m(\vartheta)\, e^{im\varphi}$$

$$P_l(\cos\gamma) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum_m Y_{lm}^*(\vartheta', \varphi')\, Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$$




$$= \cancel{4\pi} i \sum_l j_l (j_l + i y_l) \left(\frac{2l+1}{\cancel{4\pi}}\right) P_l(\hat{r} \cdot \hat{r}')$$

$$\Rightarrow \mathrm{Re}\, \frac{e^{ik|r-r'|}}{k|r-r'|} = -\sum_l (2l+1) P_l(\hat{r}\cdot\hat{r}')\, j_l(kr_<)\, y_l(kr_>)$$

$$G_0(k, r-r') = \pi g(k) \sum_l (2l+1) P_l(\hat{r}\cdot\hat{r}')\, j_l(kr_<)\, y_l(kr_>)$$

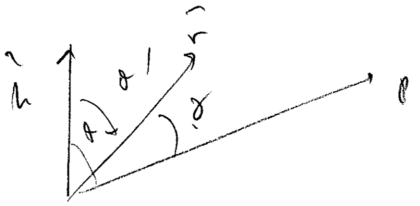
q.e.d.

BS K

$$e^{i\underline{k}\cdot\underline{r}} = \sum_{\ell} (2\ell+1)\, i^{\ell}\, P_\ell(\hat{k}\cdot\hat{r})\, j_\ell(kr)$$

$\Downarrow$

$$f_k(\underline{r}) = \sum_{\ell} (2\ell+1)\, i^{\ell}\, P_\ell(\hat{k}\cdot\hat{r})\, R_\ell(kr) \quad \text{yazılabilir.}$$



$$P_\ell(\cos\gamma) = \frac{4\pi}{2\ell+1} \sum_{m=-\ell}^{+\ell} Y^{*}_{\ell m}(\theta',\varphi')\, Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$$

$$= \frac{\cancel{4\pi}}{\cancel{2\ell+1}} \sum_m \frac{\cancel{2\ell+1}}{\cancel{4\pi}} \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!} P_\ell(\cos\theta')\, P_\ell(\cos\theta)\, e^{im(\varphi'-\varphi)}$$

$$\int d\Omega'\, P_n(\cos\theta')\, P_\ell(\cos\gamma) = \sum_m \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!} P_\ell(\cos\theta)$$

$$\times \int d\Omega'\, P_\ell(\cos\theta')\, P_n(\cos\theta')\, e^{im(\varphi'-\varphi)}$$

$$\int d\Omega' \to \int \sin\theta'\, d\theta' \int d\varphi$$

$$= \sum_m \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!} P_\ell(\cos\theta) \frac{4\pi}{2\ell+1}\, \delta_{\ell n}\, \delta_{m0}$$

$$= \frac{4\pi}{2\ell+m} P_\ell(\cos\theta)\, \delta_{\ell n}$$

BS K

$$\int d\Omega_r \, P_n(\hat{k}\cdot\hat{r}) \, P_m(\hat{r}\cdot\hat{p}) = \frac{4\pi}{2n+1} \delta_{nm} P_n(\hat{k}\cdot\hat{p})$$

$$\psi_k(\underline{r}) = \phi_k(\underline{r}) + \int d^3\underline{r}' \, G_0(k, \underline{r}-\underline{r}') V(r') \psi_k(\underline{r}')$$

$$= \phi_k(r) + \pi f(\underline{k}) \sum_l (2l+1) \int d^3\underline{r}'$$

$$\times P_l(\hat{r}\cdot\hat{r}') \, j_l(kr_<) \, \eta_l(kr_>) \, V(r') \psi_k(\underline{r})$$

$$\psi \; \sum_l (2l+1) \, i^l \, P_l(\hat{k}\cdot\hat{r}) \, R_l(kr)$$

$$= \phi_k(r) + \pi f(\underline{k}) \sum_l \sum_{l'} i^{l'} (2l+1)(2l'+1) \int d^3 r'$$

$$\times P_l(\hat{r}\cdot\hat{r}') \, j_l(kr_<) \, \eta_l(kr_>) \, P_{l'}(\hat{k}\cdot\hat{r}') R_{l'}(kr') V(r')$$

$$\sum_l (2l+1) \, i^l \, R_l(kr) \int d\Omega_r \, P_l(\hat{k}\cdot\hat{r}) P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}) \; \frac{4\pi}{2l+1} \delta_{lm} P_l(\hat{k}\cdot\hat{p})$$

$$= \int d\Omega_r \, P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}) \, \phi_k(r) + \pi f(k) \sum_{ll'} i^{l'} (\cancel{2l+1})(2l'+1)$$

$$\times \int d^3 r' \, j_l(kr_<) \, \eta_l(kr_>) \, P_{l'}(\hat{k}\cdot\hat{r}') \, R_{l'}(kr') \, V(r')$$

$$\times \int d\Omega_r \, P_l(\hat{r}\cdot\hat{r}') \, P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}) \; \frac{4\pi}{\cancel{2l+1}} \delta_{ml} P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}')$$

BS K

$$4\pi \sum_{l} i^{l} \delta_{ml} P_l(\hat{k}\cdot\hat{p}) R_l(kr)$$

$$= \int d\Omega_r \, P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}) \phi_k(r) + 4\pi^2 \rho(k) \sum_{l}\sum_{l'} i^{l'} (2l'+1)$$

$$\times \delta_{ml} \int d^3 r' \, v(r') j_l(kr_<) h_l(kr_>) P_{l'}(\hat{k}\cdot\hat{r}') R_l(kr') P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}')$$

$$4\pi i^m R_m(kr) P_m(\hat{k}\cdot\hat{p}) = \int d\Omega_r \, P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}) \phi_k(r)$$

$$+ 4\pi^2 \rho(k) \sum_{ll'} i^{l'} (2l'+1) \delta_{lm} \int r'^2 dr' \left[ j_l(kr_<) h_l(kr_>) R_l(kr') \right.$$

$$\times v(r') \underbrace{\int d\Omega_{r'} P_{l'}(\hat{p}\cdot\hat{r}') P_m(\hat{r}\cdot\hat{r}')}_{\frac{4\pi}{2l'+1}\delta_{l'm} P_m(\hat{p}\cdot\hat{r})}$$

$$= \int d\Omega_r \, P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}) \phi_k(r) + 16\pi^3 \rho(k) i^m \int r'^2 dr' \, j_m(kr_<)$$

$$\times h_m(kr_>) v(r') R_m(kr') P_m(\hat{p}\cdot\hat{r})$$

---

#1 $$\int d\Omega_r \, P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}) \phi_k(r) = \int d\Omega_r \, P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$$

$$= \sum_l (2l+1) i^l j_l(kr) \underbrace{\int d\Omega_r \, P_m(\hat{p}\cdot\hat{r}) P_l(\hat{k}\cdot\hat{r})}_{\frac{4\pi}{2l+1}\delta_{lm} P_m(\hat{p}\cdot\hat{r})}$$

$$= 4\pi i^m j_m(kr) P_m(\hat{p}\cdot\hat{k})$$

BS K

$$R_\ell(kr) = j_\ell(kr) + 4\pi^2 \rho(k) \int_0^\infty r'^2 dr' \, j_\ell(kr_<) \, \eta_\ell(kr_>) V(r') R_\ell(kr')$$

$$= j_\ell(kr) + 4\pi^2 \rho(k) \left[ \int_0^r + \int_r^\infty \right]$$

$$= j_\ell(kr) + 4\pi^2 \rho(k) \left[ \eta_\ell(kr) \int_0^r r'^2 dr' \, j_\ell(kr') V(r') R_\ell(kr') \right.$$

$$\left. + j_\ell(kr) \int_r^\infty r'^2 dr' \, \eta_\ell(kr') V(r') R_\ell(kr') \right]$$

Ş.1.6.

$kr \to \infty$ limitinde radyal kesim

$$R_\ell(kr) = A_\ell j_\ell(kr) + B_\ell \eta_\ell(kr)$$

$$= A_\ell \left[ j_\ell(kr) + \frac{B_\ell}{A_\ell} \eta_\ell(kr) \right]$$

$$kr \to \infty \begin{cases} j_\ell(kr) \to \dfrac{1}{kr} \sin\left(kr - \dfrac{\ell\pi}{2}\right) \\ \eta_\ell(kr) \to \dfrac{-1}{kr} \cos\left(kr - \dfrac{\ell\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$$\lim_{kr \to \infty} R_\ell(kr) \to \frac{A_\ell}{kr} \left[ \sin\left(kr - \frac{\ell\pi}{2}\right) - \frac{B_\ell}{A_\ell} \cos\left(kr - \frac{\ell\pi}{2}\right) \right]$$

$$\operatorname{tg} \delta_\ell = \frac{\sin \delta_\ell}{\cos \delta_\ell}$$

BS K

$$\lim_{kr\to\infty} R_\ell(kr) \to \frac{A_\ell}{kr\cos\delta_\ell}\left[\sin\left(kr-\frac{\ell\pi}{2}\right)\cos\delta_\ell + \sin\delta_\ell\cos\left(kr-\frac{\ell\pi}{2}\right)\right]$$

$$\to \frac{C_\ell(k)}{kr}\sin\left(kr+\delta_\ell(k)-\frac{\ell\pi}{2}\right) \qquad 4.1.7.$$

Şimdi bunu tanımlayalım. 4.1.6. integral denkleminin asimtotik limiti

$$\lim_{kr\to\infty} R_\ell(kr) \to j_\ell(kr) + \left[4\pi^2\rho(k)\int_0^\infty r'^2 dr'\, j_\ell(kr')V(r')R_\ell(kr')\right] \eta_\ell(kr)$$

$$\to j_\ell(kr) + D_\ell\, \eta_\ell(kr)$$

$$\to \frac{\sin(kr-\ell\pi/2)}{kr} - D_\ell\,\frac{\cos(kr-\ell\pi/2)}{kr}$$

$$4\pi^2\rho(k)\int_0^\infty r'^2 dr'\, j_\ell(kr')\,V(r')\,R_\ell(kr') \qquad 4.1.9.$$

kısa menzilli varsayıldı..

Int. in iyi tanımlı olabilmesi için

$1/r^2$ den hızlı sıfıra gitmeli.

bu durumda saçılma açısal mom ve dalga vektörüne bağlı olan $\delta_\ell(k)$ faz kayması ile verilir.

BS K

$$D_\ell(k) = -\tan\delta_\ell = \omega \hat{y}(k) \int_0^\infty r'^2 dr' \, j_\ell(kr') V(r') R(kr')$$

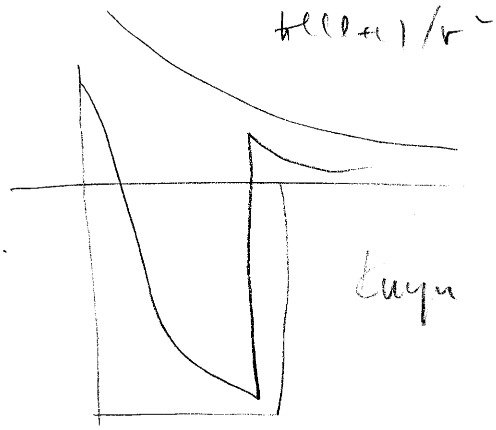
alınır ⇒

$$\lim_{kr\to\infty} R_\ell(kr) \to \frac{1}{kr\cos\delta}\left[\cos\delta \sin\left(kr - \frac{\ell\pi}{2}\right) + \sin\delta\cos\left(kr - \frac{\ell\pi}{2}\right)\right]$$

$$\to \frac{\sin\left[kr - \frac{\ell\pi}{2} + \delta_\ell\right]}{kr\cos\delta_\ell(k)}$$

$$C_\ell = \frac{1}{\cos\delta_\ell(k)}$$

Dalga fonk.nu çözüldüğü zaman, elde edilen çözüm orijinde iyi davranışlı olmalıdır.




$$\psi_k(r) = \phi_k(r) + P\sum_{k'} \frac{\phi_{k'}(r)}{\epsilon_k - \epsilon_{k'}} \int d^3r' \, \phi_{k'}(r') V(r') \psi_k(r')$$

$$R_{kk'} = \int d^3r \, \phi_{k'}(r) V(r) \psi_k(r)$$ Reaksiyon matrisi.

BS K

DD ve dalga fonk.unu açtığımız gibi, açısal mom. bileşenleri cinsinden seriye açılabilir:

$$R_{kk'} = 4\pi \sum_\ell (2\ell+1) P_\ell(\hat{k}\cdot\hat{k}')\, R_\ell(k',k)$$

$$R_\ell(k',k) = \int_0^\infty r^2\, dr\, j_\ell(k'r)\, V(r)\, R_\ell(kr)$$

$k = k'$ özel durumu

$$R_\ell(k,k) = -\frac{\tan\delta_\ell}{4\pi^2 \rho(k)} = \frac{-\hbar^2 \tan\delta_\ell}{2mk}$$

<u>Sonuç</u>: Diagonal terimler için $\tan\delta_\ell$ ile orantılı.

bunu integral denk. de yerine koyarsak,

$$\psi_k(r) = \phi_k(r) + \sum_{k'} \frac{\phi_{k'}(r)}{E_k - E_{k'}}\, R_{k'k} \quad — \int d^3r'\, \phi_{k'}^*(r')\, V(r')\, \psi_k(r')$$

$$\underbrace{\int d^3r\, V(r)\, \phi_{k_1}^*(r)\, \psi_k(r)}_{R_{k_1,k}} = \underbrace{\int d^3\underline{r}\, V(r)\, \phi_{k_1}^*(r)\, \phi_k(r)}_{V_{k_1,k}}$$

$$+ \sum_{k'} \frac{R_{k'k}}{E_k - E_{k'}} \underbrace{\int d^3\underline{r}\, \phi_{k_1}^*(r)\, \phi_{k'}(r)\, V(r)}_{V_{k_1,k'}}$$

$$R_{k_1,k} = V_{k_1,k} + \sum_{k'} \frac{V_{k_1,k'}\, R_{k'k}}{E_k - E_{k'}}$$

BS K

B) T Matrisi

Diğer bir seçim giden dalga seçimidir. Serbest parçacık GF'nin paydasına sonsuz küçük bir $i\delta$ kompleks kısım ekleriz:

$$G_0(k, r-r') = \frac{1}{V}\sum_{\underline{k}'} \frac{e^{-i\underline{k}'\cdot(\underline{r}-\underline{r}')}}{\epsilon_k - \epsilon_{k'} + i\delta}$$

$$\psi_{\underline{k}}(\underline{r}) = \phi_{\underline{k}}(\underline{r}) + \int d^3\underline{r}'\, G_0(\underline{k}, \underline{r}-\underline{r}')\, V(\underline{r}')\, \psi_{\underline{k}}(\underline{r}')$$

$$G_0(\underline{k}, R) = -\pi g(\underline{k}) \frac{e^{ikR}}{kR} = -\pi g(\underline{k}) \left( \frac{\cos kR}{kR} + i\frac{\sin kR}{kR} \right)$$

bunu daha evvel hesaplamıştık

$$\frac{\sin k|\underline{R}-\underline{r}'|}{k|r-r'|} = \sum_{\ell} (2\ell+1) P_\ell(\hat{r}\cdot\hat{r}') j_\ell(kr) j_\ell(kr')$$

integral denklemde yerine koyarak,

$$\tilde{R}_\ell(kr) = j_\ell(kr) + 4\pi^2 g(k) \int_0^\infty r'^2 dr' \left[ j_\ell(kr_<) n_\ell(kr_>) - i j_\ell(kr) j_\ell(kr') V(r') \tilde{R}_\ell(kr') \right]$$

Bu kesimdeki seçimle daha önceki kesimdeki seçim arasındaki fark $C_\ell$ normalizasyon katsayıdır. Yukarıdaki integral denklem

$$\tilde{R}_\ell(kr) = j_\ell(kr)\left[1 + 4\pi^2 \rho(k)\int_r^\infty r'^2 dr'\, \eta_\ell(kr')V(r')\tilde{R}_\ell(kr') - 4\pi^2 i\rho(k)\int_0^\infty r'^2 dr'\, j_\ell(kr')V(r')\tilde{R}_\ell(kr')\right] + 4\pi^2\rho(k)\eta_\ell(kr)\int_0^r r'^2 dr'\, j_\ell(kr')V(r')\tilde{R}_\ell(kr')$$

Şimdi $kr \to \infty$ limiti alınırsa,

$$\lim_{kr\to\infty}\tilde{R}_\ell(kr) = j_\ell(kr)\left[1 - i\tilde{D}_\ell(k)\right] + \tilde{D}_\ell(k)\eta_\ell(kr)$$

$$= 4\pi^2\rho(k)\int_0^r r'^2 dr'\, j_\ell(kr')V(r')\tilde{R}_\ell(kr')$$

Bu denklem $\tilde{R}_\ell(kr)$ için bulduğumuz sonsuz uzaydaki dif. denk. ile aynı dif. denk.: Bunun için

$$\tilde{D}_\ell(k) = -e^{i\delta_\ell}\sin\delta_\ell$$

olması olur. Öyleki $j_\ell(kr)$ 'nin katsayısı

$$1 - i\tilde{D}_\ell = e^{i\delta_\ell}\cos\delta_\ell$$

$$\lim_{kr\to\infty}\tilde{R}_\ell(kr) = \frac{e^{i\delta_\ell}}{\quad}\left(j_\ell(kr)\cos\delta_\ell - \eta_\ell(kr)\sin\delta_\ell\right)$$

$$= \frac{e^{i\delta_\ell}}{kr}\sin\left(kr + \delta - \frac{\ell\pi}{2}\right)$$

BS K

ki bu gerçekten 4.24. biçimindedir. Böylece giden dalga sınır şartları için normalizasyon katsayısının uygun seçimi

$$C_\ell(k) = e^{i\delta_\ell}$$

T matrisi şu şekilde tanımlanır:

$$T_{k'k} = \int d^3r\, \phi^*_{\underline{k}'}(\underline{r})\, V(\underline{r})\, \psi_{\underline{k}}(\underline{r})$$

$$= 4\pi \sum_\ell (2\ell+1)\, P_\ell(\hat{k}\cdot\hat{k}')\, T_\ell(k',k)$$

$$T_\ell(k',k) = \int_0^\infty r^2 dr\, j_\ell(k'r)\, V(r)\, \tilde{R}_\ell(kr)$$

$\psi_k(\underline{r})$ için orijinal integral denklem kullanılırsa, (4.35)

$$T_{k'k} = V_{k'k} + \sum_{k_1} \frac{V_{k'k_1}\, T_{k_1 k}}{\epsilon_k - \epsilon_{k_1} + i\delta}$$

T matrisi denklemini bulunur. $\psi_k(r)$ için Sch. Dalga denk.-i çözülür; çözüm pot.'den uzaklarda dalga fonk.-u 4.24 formunu sahip olacak şekilde normalize edilir. Katsayı, $C = e^{i\delta}$ verir. Bu radyal çözümde $T_{k'k}$ da kullanılır. Bu sonuç Reaktans matrisi sonucundan $C$ kadar farklı eder:

BS K

Diagonal T-matrisi :

$$T_\ell(k,k) = \frac{-1}{4\pi^2 \rho(k)} e^{i\delta_\ell} \sin\delta_\ell(k) = -\frac{1}{2mk} e^{i\delta_\ell} \sin\delta_\ell$$

imaginer kısmı,

$$-\operatorname{Im} T_\ell(k,k) = \frac{1}{4\pi^2 \rho(k)} \sin^2\delta_\ell(k)$$

$$-\operatorname{Im} T_{kk} = \frac{1}{\pi \rho(k)} \sum_\ell (2\ell+1) \sin^2\delta_\ell$$

ki bu saçılma tesir kesiti ile ilişkilidir.

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_\ell (2\ell+1) \sin^2\delta_\ell = -\frac{2}{v_k} \operatorname{Im} T_{kk}$$

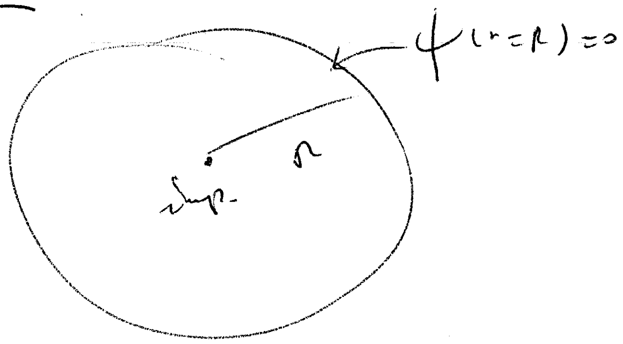
$$-2 \operatorname{Im} T_{kk} = 2\pi \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} |T_{k'k}|^2 \delta(\epsilon_k - \epsilon_{k'})$$

optik teoremde ispatlanabilir. R-matris T-matrisin reel kısmını açıklar.

BS K

## 4.1.3. Friedel teoremi

Faz kaymalarını içeren bir çok önemli teorem vardır. Bunlar, katıyı $R$ yarıçaplı bir küresel şekil ve küre merkezinde yerleşmiş impurity ile ele alır. Sonra $R\to\infty$ limiti alınır. Sonlu hacim kullanılmasının sebebi dalga fonksiyonunun asimptotikliği sağlamak olmamasıdır. Kürenin yüzeyinde DF'nın sıfır kabul ederiz.




Potansiyelin yokluğunda, orijinde regüler olan çözümler $j_\ell(kr)$ radyal kısmına sahiptirler. Kürenin yüzeyinde 0 olma şartı;

$$j_\ell(k_\alpha R)=0$$

genellikle $\ell$'nin küçük değerleri ile ilgilendiğimizden $(\ell<5)$ ve $R$ büyük olduğundan

$$j_\ell(k_\alpha R)\to\frac{1}{k_\alpha R}\sin\left(k_\alpha R-\frac{\ell\pi}{2}\right)$$

yi yaklaşık olarak kullanabiliriz. Öyleyse, DF'nın yüzeyde 0 olması şartı;

$$k_\alpha R = \left(n + \frac{l}{2}\right)\pi$$

böylece $l$'nin herbir değeri için ek bir "n" tamsayısı ile de çözüm vardır. impurity varlığında, ($E_k > 0$ için) DF'nin büyük $R$'lerde seriye açarsan,

$$R_l(kr) \to \frac{a}{kr}\sin\left(kr + \delta_l - \frac{l\pi}{2}\right)$$

her bir $k_n$ için çözüm;

$$k_n R + \delta_l(k_n) = \left(n + \frac{l}{2}\right)\pi$$

impurity varlığında ek parçacık durumlarını saymaya çalışıyoruz. $k - k+dk$ arasındaki $dn$ durumlarının sayısı,

$$\frac{dn}{dk} = \frac{R}{\pi} + \frac{1}{\pi}\frac{d\delta_l}{dk}$$ impurity'den dolayı.

impurity yokken

impurity'nin sebep olduğu parçacık durum yoğunluğundaki değişiklik.

Örneğin, pot. itici ise, parçacıklar impurity bölgesinden itilecek. dolayısıyla $d\delta_l/dk < 0$ olacaktır. tersi durumda $+$ olacaktır.

$d\delta_l/dk$ niceliği her bir $l$, $m_l$, $m_s$ için DOS takı değişimidir.

DOS taki toplam değişim, tüm kuantum sayıları üzerinden toplam alınarak elde edilir:

$$\frac{d}{dk}N = \frac{d}{dk}\sum_{\ell, m_\ell, m_s}\left(\frac{\delta_{\ell m_\ell m_s}}{\pi}\right)$$

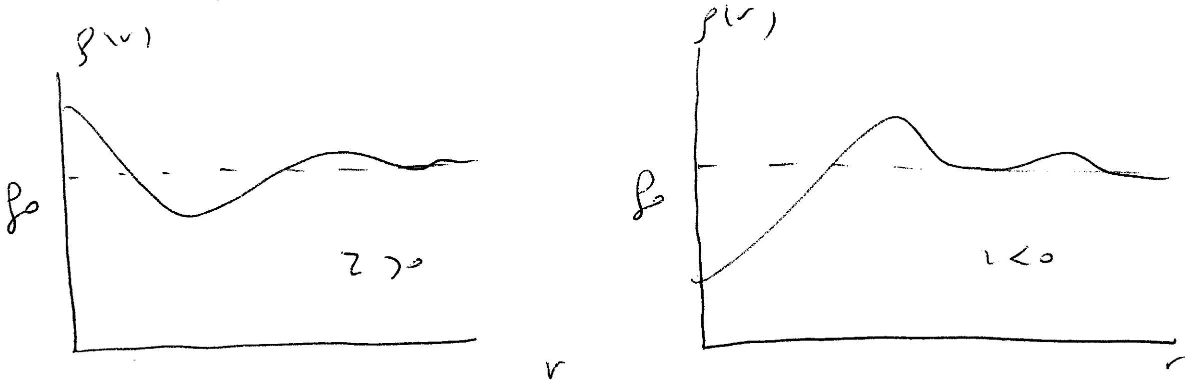
Bir metalde, elektron durumları $k_F$'ye kadar doludurlar.

Friedel toplam kuralı (1952-53)

$$\int_0^{k_F} dk\,\frac{dN}{dk} = Z = \sum_{\ell, m_\ell, m_s}\frac{\delta_{\ell m_\ell m_s}}{\pi}$$

impuriti yükü.

Friedel top. kuralı yük nötralliğinin bir ifadesidir. Statik bir elektron gazında $1/r$ erimli Coulomb pot. yoktur. Bunun yerine impuriti komşuluğunda bunu cancel eden ekstra bir yük oluşur "perdeleme yükü."

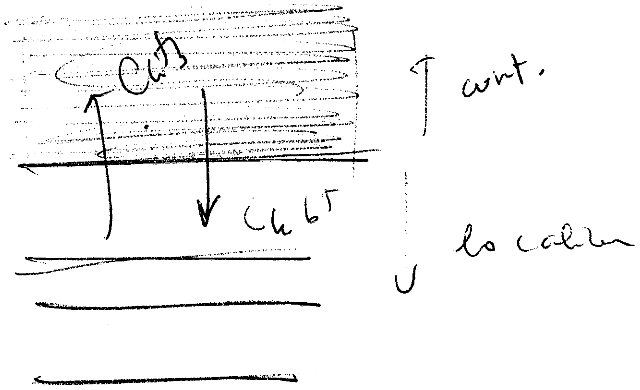


4.2. Localized state in the continuum.

$$\mathcal{H} = \underbrace{\varepsilon_c}_{\text{lokalize}} b^+ b + \sum_{k} \left[ \underbrace{\varepsilon_k c_k^+ c_k}_{\text{sürekli}} + A_k \underbrace{( c_k^+ b + b^+ c_k )}_{\text{karışık}} \right]$$

tam olarak çözeceğiz.

Anderson – Fano (1961)




hopping durumun paralelin spektrumunu değiştirmiyor.

$\mathcal{H}$ kuadratik olduğundan köşegenleştirilebilir (bir matris ile) bunun yerine analitik olarak başka şekilde yapacağız.

Önce, GF sını çözümü yapılacak, daha sonra GF'ler verilecek. Çözüm, kritik olarak $\varepsilon_c$ enerjisinin $\varepsilon_k$ band durumlarının içinde olup olmadığına bağlıdır.

$$W_1 < \varepsilon_k < W_2$$

$\varepsilon_k$ bunlar sınırlarda ise,

Çözüm $\varepsilon_c$'nin bu aralıkta olup olmadığına bağlıdır.

Gerçekte bu ifade doğru değildir. Çünkü sürekli band durumlar ile olan etkileşmeler yüzünden $\varepsilon_c \to \bar{\varepsilon}_c$ değerine değişir. $\bar{\varepsilon}_c$'yi bilmiyoruz ama

$$\bar{\varepsilon}_c = \varepsilon_c + \sum_k \frac{A_k^2}{\bar{\varepsilon}_c - \varepsilon_k}$$

olmalıdır. Bu değer $w_1 < \bar{\varepsilon}_c < w_2$ bölgesinde ise önemli bir özelliğe sahiptir: Sistemde lokalize durumlar yoktur. Sürekli bir parçacık imp. ile hoplar, bir müddet sonra burada sürekli durumlara hoplar. Böylece parçacık impuritide az zaman harcar ki bu iyi tanımlı bir özdurum değildir. Böylece impurity durum saçılma rezonansını verir. $\bar{\varepsilon}_c$ sürekli band durumlarının dışında $\Rightarrow$ gerçek bir lokalize durum olacaktır.

Önce bağlı durum olmadığı, $\bar{\varepsilon}_c$'nin sürekli band durumlar arasında bulunduğu durum için çözüm yapalım.

$$b = \sum_k \nu_k \alpha_k \qquad H\text{'nin özdurumları olsun.}$$

$$C_k = \sum_{k'} \eta_{kk'} \alpha_{k'}$$

$\sim 10^{23}$ parçacık arasında bir tek imp. bunların enerjilerini çok az değiştirir. enerji $\to \varepsilon_k$ değişmeden kabul edilebilir bu durumlarda.

BS K

$\nu_k$, $\eta_{kk'}$ tam çözüm için bulunmam gerekiyor.

<u>1-boyutta</u>: (2 ve 3 boyuta genellenebilir)

$$H = \sum_k \epsilon_k \alpha_k^\dagger \alpha_k$$

$$[b, H] = \left[ \sum_k \nu_k \alpha_k , \sum_{k'} \epsilon_{k'} \alpha_{k'}^\dagger \alpha_{k'} \right]$$

$$= \sum_k \sum_{k'} \nu_k \epsilon_{k'} \left\{ \alpha_{k'}^\dagger [\alpha_k, \alpha_{k'}] + \underbrace{[\alpha_k, \alpha_{k'}^\dagger]}_{\delta_{kk'}} \alpha_{k'} \right\}$$

$$= \sum \nu_k \epsilon_k \alpha_k$$

$$= \left[ b, \epsilon_c b^\dagger b + \sum_k A_k ( \overset{C_k^\dagger b + C_k b^\dagger}{\phantom{x}} ) + \sum_k \epsilon_k C_k^\dagger C_k \right]$$

$$= b\, \epsilon_c + \sum_k A_k C_k$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon_c \sum_k \nu_k \alpha_k + \sum_k \sum_{k'} A_k \eta_{kk'} \alpha_{k'} = \sum_k \nu_k \epsilon_k \alpha_k$$

$$\boxed{\nu_k (\varepsilon_k - \varepsilon_c) = \sum_{k'} A_{k'} \eta_{k'k}}$$

BS K

aynı prosedürü $[C_k, H]$'ye uygularsak,

$$[C_k, H] = \epsilon_k C_k + A_k b = \sum_{k'} \eta_{k'k}\, \epsilon_{k'}\, \alpha_{k'}$$

$$\Rightarrow \quad \eta_{k'k}\,(\epsilon_k - \epsilon_{k'}) = -A_k \nu_{k'}$$

bu denklem $\epsilon_k \neq \epsilon_{k'}$ olduğu zaman $\eta_{k'k}$ için çözüm verir $(k' \neq k)$ $k = k'$ için bilgi ihtiva etmez. $k = k'$ olduğu zaman

$Z_k$ önerelim:

$$\eta_{k'k} = -\frac{A_k \nu_{k'}}{\epsilon_k - \epsilon_{k'}} + \delta_{kk'} Z_k A_k \nu_k$$

"Principal part."

$$\cancel{\nu_k}\,(\epsilon_k - \epsilon_c) = \sum_{k'} A_{k'} \left( -\frac{A_{k'} \cancel{\nu_k}}{\epsilon_{k'} - \epsilon_k} + \delta_{kk'} Z_k A_k \cancel{\nu_k} \right)$$

$$\epsilon_k - \epsilon_c = -\underbrace{\sum \frac{A_{k'}^2}{\epsilon_{k'} - \epsilon_k}}_{\Sigma(\epsilon_k)} + Z_k A_k^2$$

$$Z_k = \frac{1}{A_k^2} \left[ \epsilon_k - \epsilon_c - \Sigma(\epsilon_k) \right]$$

$\eta_{kk}$ ve $\nu_k$ yı elde etmek için daha fazla denkleme ihtiyaç var.

bunlarda eski op. ların komutasyon bağıntılarından bulunur.

1. $[b, b^+] = 1 = \sum_k v_k^2$

2. $[C_k, C_{k'}^+] = \delta_{k'k} = \sum_{k''} \eta_{kk''}\eta_{k'k''}$

3. $[b_k, C_k^+] = 0 = \sum_{k'} \eta_{kk'} v_{k'}$

3. denklemden

$$0 = \sum_{k'} v_{k'}\left[-\frac{A_k v_{k'}}{\epsilon_k-\epsilon_{k'}} + \delta_{kk'} Z_k A_k v_k\right]$$

$$= \underset{\neq 0}{A_k}\Big[Z_k v_k^2 + \underbrace{\sum_{k'}\frac{v_{k'}^2}{\epsilon_{k'}-\epsilon_k}}_{\neq}\Big] = 0 \text{ olmalı.}$$

$$\boxed{Z_k v_k^2 = -\sum \frac{v_{k'}^2}{\epsilon_{k'}-\epsilon_k}}$$

2. denklemde $\eta_{kk'}$ yi yerine koyarsak

$$\delta_{kk'} = \sum_{k''}\left[\frac{A_k v_{k''}}{\epsilon_{k''}-\epsilon_k} + \delta_{k''k} Z_k v_k A_k\right]\left[\frac{A_{k'} v_{k''}}{\epsilon_{k''}-\epsilon_{k'}} + \delta_{k'k''} A_{k'} v_{k'} Z_{k'}\right]$$

BS K

$$S_{kk'} = \delta_{kk'} Z_k^2 \nu_k^2 A_k^2 + \frac{A_k A_{k'}}{\epsilon_k - \epsilon_{k'}} \left(Z_k \nu_k^2 - Z_{k'} \nu_{k'}^2\right)$$

$$+ A_k A_{k'} \sum_{k''} \frac{\nu_{k''}^2}{(\epsilon_{k''}-\epsilon_{k'})(\epsilon_{k''}-\epsilon_k)}$$

Poincaré teoremini kullanarak bunu düzenleyebiliriz.

$$P\frac{1}{\epsilon_{k''}-\epsilon_{k'}}\,\frac{1}{\epsilon_{k''}-\epsilon_k} = P\frac{1}{\epsilon_k-\epsilon_{k'}}\left(\frac{1}{\epsilon_{k''}-\epsilon_k} - \frac{1}{\epsilon_{k''}-\epsilon_{k'}}\right)$$

$$+\pi^2\delta(\epsilon_{k''}-\epsilon_k)\,\delta(\epsilon_{k''}-\epsilon_{k'})$$

kutu normalizasyon kullandığımızdan dolayı Kronecker $\delta$'lar $\delta$-fonk. larına dönüşmelidirler:

$$\delta(\epsilon_k-\epsilon_{k'}) = \frac{L}{2\pi v_k}\delta_{kk'} \qquad v_{k'} = \frac{\partial \epsilon_k}{\partial k}$$

böylece,

$$= \delta_{kk'}\, \nu_k^2 A_k^2\left[Z_k^2 + \left(\frac{L}{2v_k}\right)^2\right]$$

$$+ \frac{A_kA_{k'}}{\epsilon_k-\epsilon_{k'}}\left[\underbrace{\left(Z_k\nu_k^2 + \sum_{k''}\frac{\nu_{k''}^2}{\epsilon_{k''}-\epsilon_k}\right)}_{=0 \quad 4.152} - \underbrace{\left(Z_{k'}\nu_{k'}^2 + \sum_{k''}\frac{\nu_{k''}^2}{\epsilon_{k''}-\epsilon_{k'}}\right)}_{=0}\right]$$

BS K

Geri kalanlar sadece $k=k'$ için vardır.

$$\nu_k^{\sim} = A_k^{\sim} \left[ Z_k^{\sim} + \left( {}^{L}/_{2\nu_k} \right)^{\sim} \right]$$

bilinirse

4.144'den yazılı bulunur.

bunun evvelki 4.148 ile mukayesesi ($Z$ ile olur)

(I) $$\nu_k^{\sim} = \frac{A_k^{\sim}}{\left[ \epsilon_k - \epsilon_c - \underbrace{\Sigma(\varepsilon_k)}_{} \right]^{\sim} + \left( L A_k^{\sim} / 2\nu_k \right)^{\sim}}$$

geciken self enerjinin reel kısmı olarak yorumlanacak.

$$\Sigma_{ret}(\varepsilon) = \sum_{k'} \frac{A_{k'}^{\sim}}{\epsilon_k - \epsilon_{k'} + i\eta}$$

$$Re\, \Sigma_{ret}(\varepsilon) = P \sum_{k'} \frac{A_{k'}^{\sim}}{\epsilon_k - \epsilon_{k'}} = \Sigma(\varepsilon_k)$$

$$Im\, \Sigma_{ret}(\varepsilon) = -\pi \sum_{k'} A_{k'}^{\sim} \underbrace{\delta(\varepsilon - \varepsilon_{k'})}_{\frac{L}{2\pi\nu_k}\delta_{kk'}} = -\frac{L}{2\nu_k} A_k^{\sim}$$

BS K

Bunun sağındaki ifade $\Sigma$ 'in paydasında beliren ifadedir. O zaman

$$v_k^2 = -\left(\frac{2 v_k}{L}\right) \frac{\mathrm{Im}\left[\Sigma(\varepsilon_k)\right]}{\left\{\varepsilon_k-\varepsilon_c-\mathrm{Re}\left[\Sigma(\varepsilon_k)\right]\right\}^2+\left\{\mathrm{Im}\left[\Sigma(\varepsilon_k)\right]\right\}^2}$$

$$v_k^2 = -\frac{2 v_k}{L}\,\mathrm{Im}\left\{\left[\varepsilon_k-\varepsilon_c-\Sigma_{ret}(\varepsilon_k)\right]^{-1}\right\}$$

GGF'nin imajiner kısmı ile orantılı.

$$\frac{1}{\varepsilon_k-\varepsilon_c-\Sigma_{ret}} = \frac{1}{(\varepsilon_k-\varepsilon_c-\mathrm{Re}\,\Sigma) - i\,\mathrm{Im}\,\Sigma} = \frac{(\varepsilon_k-\varepsilon_c-\mathrm{Re}\,\Sigma)+i\,\mathrm{Im}\,\Sigma}{(\varepsilon_k-\varepsilon_c-\mathrm{Re}\,\Sigma)^2+(\mathrm{Im}\,\Sigma)^2}$$

$$\Rightarrow \mathrm{Im}\,\frac{1}{\varepsilon_k-\varepsilon_c-\Sigma_{ret}} = \frac{\mathrm{Im}\,\Sigma}{(\varepsilon_k-\varepsilon_c-\mathrm{Re}\,\Sigma)^2+(\mathrm{Im}\,\Sigma)^2}$$ ✓

3.3 de GGF'nin imajiner kısmının spektral fonksiyonu ile orantılı olduğunu görmüştük.

$$A(\varepsilon) = -2\,\mathrm{Im}\left\{\left[\varepsilon-\varepsilon_c-\Sigma_{ret}(\varepsilon)\right]^{-1}\right\}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_k^2 = \frac{v_k}{L} A(\varepsilon_k)}$$

BS K

$\sum_k v_k^2 = 1$ idi

$$1 = \sum_k \frac{v_k}{L} A(\varepsilon_k) = \frac{1}{2\pi} \int dk\, v_k\, A(\varepsilon_k)$$

ya da

$$1 = \int \frac{d\varepsilon_k}{2\pi} A(\varepsilon_k)$$

Geciktirmiş GF'u $G(\varepsilon) = \dfrac{1}{\varepsilon - \varepsilon_0 - \Sigma_{ret}(\varepsilon)}$

Bu lokalize parçacığın GF'dur, ya da delokalize olduktan sonra lokalize olan parçacığın GF'dur. Fermiyonlar için lokalize GGF'nun tanım görüntüsü alınırsa, bu iddia şu şekilde açık hale gelir:

$$G(t) = -i \langle b(t)\, b^\dagger(0) + b^\dagger(0)\, b(t) \rangle \Theta(t)$$

$$= -i \sum_k v_k^2 \langle \underbrace{\alpha_k(t)}_{= e^{iHt}\alpha_k e^{-iHt}} \alpha_k^\dagger(0) + \alpha_k^\dagger(0)\, \alpha_k(t) \rangle \Theta(t)$$

$; \; H\alpha_k^\dagger|\rangle = \varepsilon_k \alpha_k^\dagger|\rangle$

$H|\rangle_0 = \varepsilon_0|\rangle$

$$= -i \sum_k v_k^2\, e^{-i\varepsilon_k t}\, \Theta(t)$$

$$= -\frac{i}{L} \sum_k v_k\, A(\varepsilon_k)\, e^{-i\varepsilon_k t} = -i\, \Theta(t) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\varepsilon_k}{2\pi} A(\varepsilon_k)\, e^{-i\varepsilon_k t}$$

Fano_Anderson modeli lokalize saçılma rezonansının bir tarifidir. Cont. parçacıklar impuritye gelir (burada rezonant durumda zaman geçirirler) sonra sayısız Cont. durumu saçılırlar. Bu, evvelki kesimdekilerden pek de farklı değildir. burada faz kayması

$$\tan[\delta(\varepsilon)] = \mathrm{Im}[\Sigma_{res}(\varepsilon)] \Big/ (\varepsilon - \varepsilon_c - \mathrm{Re}[\Sigma_{res}(\varepsilon)])$$

rezonant davranışı $\rightarrow -\mathrm{Im}\,\Sigma \simeq \Gamma$ (sbt ya da en azından çok yavaş değişen bir fonk. olduğu zaman) Bu durumda Spekt. fonk.u $A(\varepsilon)$ Lorentzian olur. $\Gamma$ küçük ise bu bir rezonans tarif eder.

Model şimdi GF lar kullanılarak çözülecektir. Sadece bir self enerji diyagramı olduğundan evvelki metoda göre daha kısa çözüm yapılabilir.

$H = H_0 + V$

lokalize durum için GF'u:

$$\mathcal{G}(ip) = -\int_0^\beta d\tau\, e^{ip\tau} \langle T b(\tau) b^\dagger(0) \rangle$$

ilk self enerji terimi S-matrisi açılımında $n=2$ dan gelir:

$$-\frac{1}{2}\int_0^\beta d\tau\, e^{ip\tau} \int_0^\beta d\tau_1 \int_0^\beta d\tau_2 \sum_{k_1}\sum_{k_2} A_{k_1} A_{k_2}$$

$$\langle T\, b(\tau) \left[ C_{k_1}(\tau_1) b^\dagger(\tau_1) + b(\tau_1) C^\dagger_{k_1}(\tau_1)\right]$$

$$\left[ C_{k_2}(\tau_2) b^\dagger(\tau_2) + b(\tau_2) C^\dagger_{k_2}(\tau_2)\right] b^\dagger(0) \rangle$$

korelasyon fonk.u lokalize durum pertürbe olmamış $\mathcal{G}^{(0)}(\tau)$ GF ları cinsinden kolaylıkla hesaplanır ve $\mathcal{G}^{(0)}(k,\tau)$ sürekli durumlar

$$\# \; + \sum_k A_k^2 \int_0^\beta d\tau\, e^{ip\tau} \int_0^\beta d\tau_1 \int_0^\beta d\tau_2\, \mathcal{G}^{(0)}(\tau-\tau_1)\, \mathcal{G}^{(0)}(k,\tau_1-\tau_2)\, \mathcal{G}^{(0)}(\tau_2)$$

$$= \sum_k A_k^2\, \mathcal{G}^{(0)}(ip)^2\, \mathcal{G}^{(0)}(k,ip) = \mathcal{G}^{(0)}(p)^2\, \Sigma(ip)$$

$$= \sum_k A_k^2\, \mathcal{G}^{(0)}(k, ip) \qquad \frac{A_k^2}{ip - \epsilon_k}$$

$$G^{(0)}(k,\tau_1-\tau_2)=\frac{1}{\beta}\sum_{ip} e^{-ip(\tau_1-\tau_2)}\, G^{(0)}(k,ip)$$

$$\# \sum_k A_k^2 \frac{1}{\beta^3}\sum_{ip_1,ip_2,ip_3} G^{(0)}(k,ip_2)\, G^{(0)}(k,ip_1)\, G^{(0)}(ip_3)$$

$$\times \underbrace{\int_0^\beta d\tau\, e^{ip\tau}\int_0^\beta d\tau_1 \int_0^\beta d\tau_2\, e^{-ip_1(\tau-\tau_1)}\, e^{-ip_2(\tau_1-\tau_2)}\, e^{-ip_3\tau_2}}$$

$$= \frac{1}{\beta}\int_0^\beta d\tau\, e^{-i(p_1-p)\tau}\,\frac{1}{\beta}\int_0^\beta d\tau_1\, e^{-i(p_1+p_2)\tau_1}$$

$$\times \frac{1}{\beta}\int_0^\beta d\tau_2\, e^{-i(p-p_2)\tau_2}$$

Bu sadece tek bir self-enerji diyagramı ile sonuçlanır. S-matrisindeki diğer terimler yalnızca bu self enerji katkısının kuvvetleridir:

$$G(ip)=G^{(0)}(ip)\left[1+G^{(0)}\Sigma+\left(G^{(0)}\Sigma\right)^2+\dots\right]$$

Seri Matsubara GF'ları için Dyson denklemlerinde toplandılar:

$$G(ip)=\frac{1}{ip-\varepsilon_c-\Sigma(ip)}$$

$ip \to \varepsilon+\mu+i\delta$ G~~EF~~F'ları verir: $G(\varepsilon)=\dfrac{1}{\varepsilon-\varepsilon_c-\Sigma_{ret}(\varepsilon)}$

daha önce bulduğumuzun aynısı.

Bu $V_k$'nın gerçekten $G(\varepsilon)$'nın spektral fonk. u ile orantılı olduğunu doğrular.

$$G_{ret}(t) = -i\,\Theta(t)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\varepsilon}{2\pi}A(\varepsilon)e^{-i\varepsilon t}$$

sonuç daha yüksek boyutlara ve diğer enerji bandlarına genellenebilir. b-op.'lerinin GF'nın Matsubara formu

$$\mathcal{G}(ip) = \frac{1}{ip - \varepsilon_c - \Sigma(ip)}$$

self enerji op.ü, sistemdeki tüm durumlardan toplam.

$$\Sigma(ip) = \sum_{\underline{k},\lambda}\frac{\tilde{A}_{\underline{k},\lambda}}{ip - \varepsilon_{\underline{k},\lambda}}$$

GGF'ın paydasının gerçel kısmı $(ip \to \varepsilon)$

$$\varepsilon - \varepsilon_0 - \mathrm{Re}[\Sigma_{ret}(\varepsilon)]\,.$$

GF'nın paydası "0" olduğu yerlerde kutuplar saklıdır. GF'nın kutupları sistemin uyarımlarına karşı gelir. Böylece kutuplarda $\tilde{\varepsilon}_c$ enerjisindedir:

$$\tilde{\varepsilon}_c = \varepsilon_c + \mathrm{Re}[\Sigma_{ret}(\varepsilon)]$$

BS K

Eğer bu kutup sürekli durumlar arasında ise, rezonans olur ve bağlı durum yoktur. Ama kutup, cont. durumların bandının dışında $\exists$ sistem gerçek bir bağlı durum sahiptir demektir.

Paydanın reel kısmının sıfır olduğu aynı noktada $\text{Im}\,\Sigma = 0$ 'dır ~~...~~ $\exists$ bir kutup belirir. Genel olarak, $\text{Im}\,\Sigma$ cont. band boyunca sıfır değildir. Söylenir sadece band dışında $\text{Im}\,\Sigma = 0$ 'dır.

Bağlı durumların bandın dışında meydana geldiğini varsayarak spekt. fonk.'u..,

$$A(\varepsilon) = 2\pi\,\delta\underbrace{\left\{\varepsilon - \varepsilon_0 - \text{Re}\left[\Sigma(\varepsilon)\right]\right\}}_{\text{G.F.'nın kutbundan gelir}} + \underbrace{\frac{-2\,\text{Im}(\Sigma)}{\left[\varepsilon - \varepsilon_0 - \text{Re}\,\Sigma\right]^2 + \left[\text{Im}\,\Sigma\right]^2}}_{\text{Im}\,\Sigma\text{'nın sıfırdan farklı olduğu kısımlardan gelir}}$$

G.F.'nın kutbundan gelir.

Im Σ'nın sıfırdan farklı olduğu kısımlardan gelir.

şu şekilde de yazılabilir

$$= 2\pi Z\,\delta(\varepsilon - \varepsilon_c) - \frac{2\,\text{Im}\,\Sigma}{\left[\varepsilon - \varepsilon_c - \text{Re}\,\Sigma\right]^2 + \left[\text{Im}\,\Sigma\right]^2}$$

$$\left[1 - \frac{d}{d\varepsilon}\text{Re}\,\Sigma\right]^{-1}_{\varepsilon_c}$$

$$\delta(g(x)) = \frac{\delta(x - x_0)}{|g'(x)|_{x_0}}$$

birden fazla bağlı durum olması olasıdır. O zaman ilk terim δ-fonk.lar serisi olur.

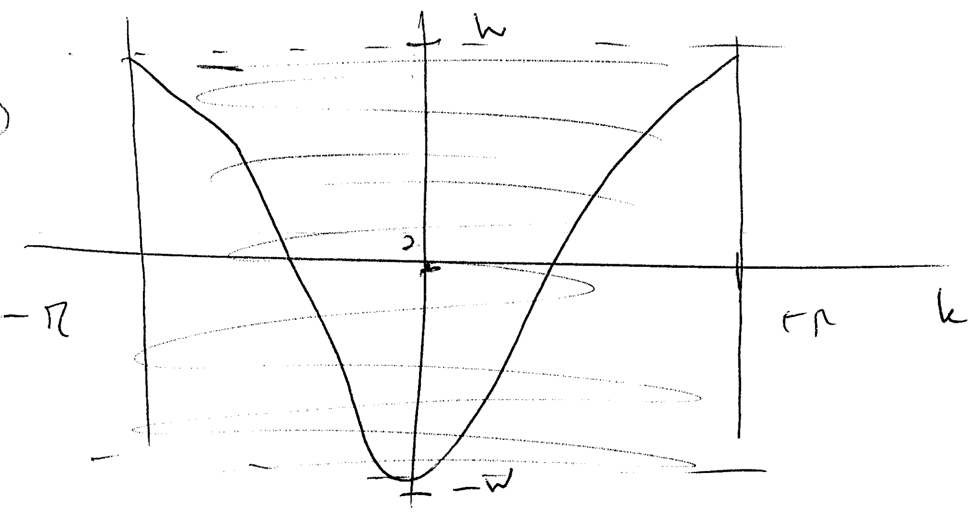
BS K

Bunu bir örnek ile açıklayalım:

$$\epsilon_k = -2W\cos(k) \qquad \text{TB Ham. } (1d) \quad a=1$$

$$A_k^2 = C/L$$

başlangıç bağlı durumu $\varepsilon_c$ yi de bandın ortasında $\varepsilon_c = 0$ alalım.




Brillouin Bölg.

$$\Sigma_{ref}(\varepsilon) = \frac{C}{L}\sum_k \frac{1}{\varepsilon + W\cos k + i\delta} = \frac{C}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{dk}{\varepsilon + W\cos k + i\delta}$$

$$\mathrm{Re}\,\Sigma_{ref}(\varepsilon) = \frac{C}{2\pi} P \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{dk}{\varepsilon + W\cos k} = \begin{cases} \dfrac{C\,\mathrm{Sgn}\,\varepsilon}{(\varepsilon^2 - W^2)^{1/2}} & \varepsilon^2 > W^2 \\ 0 & \varepsilon^2 < W^2 \end{cases}$$

$$-\mathrm{Im}\,\Sigma_{ref}(\varepsilon) = \frac{C}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} dk\,\pi\,\delta(\varepsilon + W\cos k) = \frac{C}{W|\sin k|} = \frac{C}{(W^2 - \varepsilon^2)^{1/2}}$$

$\times \cancel{\theta(W^2-\varepsilon^2)}$

$\Leftarrow W^2 > \varepsilon^2$

BS K

(·.·) lokalize durum GF'nin spektral fonk.u

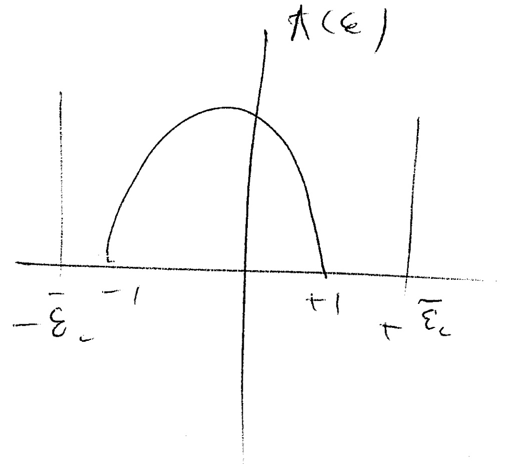
$$A(\varepsilon)=\left\{2\pi\,\delta\left[\varepsilon-\frac{c}{\sqrt{\varepsilon^2-w^2}}\right]+2\pi\,\delta\left[\varepsilon+\frac{c}{\sqrt{\varepsilon^2-w^2}}\right]\right\}$$

$$\times\ \Theta(\varepsilon^2-w^2)$$

$$+\ \frac{2c\,\Theta(w^2-\varepsilon^2)}{\sqrt{w^2-\varepsilon^2}\left[\varepsilon+\left(c^2/(w^2-\varepsilon^2)\right)\right]}$$

1. terim sadece sürekli band durumları dışında sonludur. 2. terim de sadece band içinde sonludur. Kesikli 2 bağlı durum vardır. biri bandın altında, biri üstündedir. Sürekli hatta son terimdendir. Toplam kuralı gereği tüm katkıların altındaki alan $2\pi$ olmalıdır:

$$\bar{\varepsilon}_c=\frac{c}{\sqrt{\bar{\varepsilon}_c^2-w^2}}$$




$$\Rightarrow\ \bar{\varepsilon}_c=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{w^2+(w^4+4c^2)^{1/2}}$$

$$Z_c=\frac{\bar{\varepsilon}_c^2-w^2}{2\bar{\varepsilon}_c^2-w^2}$$

renormalizasyon çarpanı her iki bağlı durum için aynıdır. Kuvvetli bağlaşım için $c$ büyükse $\bar{\varepsilon}_c \gg w$ olur.

$\Rightarrow Z_c \to 1/2$ olur, sürekli spektral ağırlığı yoksa için katkıdan

## 4.5. Tomonaga Modeli

Model 1B'lu elektron gazını tarif eder. Bu gaz tam çözülebilir olmamasına rağmen belirli bir yaklaşımla tam çözülebilir hale gelir. Elementer parçacıkla elektronlar, fermiyonlar olmasına rağmen uyarımları bozon'lardır. Bu yaklaşım gazı tam çözülebilir kılar.

Model.

$$\mathcal{H} = v_F \sum_{ks} |k|\, a^{\dagger}_{ks} a_{ks} + \frac{1}{2L} \sum_{k} V_k\, \rho(k)\, \rho(-k)$$

$4\pi e^2/k^2$

den ziyade

$$\rho(k) = \sum_{ps} a^{\dagger}_{p-\frac{k}{2},s}\, a_{p+\frac{k}{2},s}$$

boyut analizi: $e^2 (k_F/k)^4$ boyutu sağlayacak şekilde

sistemin boyutu

$L \to \infty$ için $\sum_k \to \frac{L}{2\pi} \int dk$

$s = \pm 1$

BS K

Tomonaga modelinin 1. adımı yoğ. op.nü ikiye bölmektir;

$$\rho_1(k) = \sum_{p>0,s} a^+_{p-\frac{k}{2},s}\, a_{p+\frac{k}{2},s}$$

$$\rho_2(k) = \sum_{p<0,s} a^+_{p-\frac{k}{2},s}\, a_{p+\frac{k}{2},s}$$

$$\rho(k) = \rho_1(k) + \rho_2(k)$$

○ $\rho(k)$ diğer bir $\rho(k')$ ile sıradeğişirler. Ancak, $\rho_1$ ve $\rho_2$ dalga vektörlerinin aynı konumu olanlar ile sıradeğişmez:

$$[\rho_1(k), \rho_1(k')] = \sum_{s\,p>0} \sum_{s'p'>0} \left[ a^+_{p-\frac{k}{2}s}\, a_{p+\frac{k}{2}s},\; a^+_{p'-\frac{k'}{2}s'}\, a_{p'+\frac{k'}{2}s'} \right]$$

$$= a^+_{p-\frac{k}{2}s} \left[ a_{p+\frac{k}{2}s},\, a^+_{p'-\frac{k'}{2}s'}\, a_{p'+\frac{k'}{2}s'} \right]$$

$$+ \left[ a^+_{p-\frac{k}{2}s},\, a^+_{p'-\frac{k'}{2}s'}\, a_{p'+\frac{k'}{2}s'} \right] a_{p+\frac{k}{2}s}$$

$$= a^+_{p-\frac{k}{2}s} \left\{ \underbrace{\left[ a_{p+\frac{k}{2}s},\, a^+_{p'-\frac{k'}{2}s'} \right]}_{\delta_{ss'}\,\delta_{p',\,p+\frac{k}{2}+\frac{k'}{2}}} a_{p'+\frac{k'}{2}s'} \right\}$$

$$+ \left\{ -\, a^+_{p'-\frac{k'}{2}s'} \underbrace{\left[ a_{p'+\frac{k'}{2}s'},\, a^+_{p-\frac{k}{2}s} \right]}_{\delta_{ss'}\,\delta_{p',\,p-\frac{k}{2}-\frac{k'}{2}}\ >0} \right\} a_{p+\frac{k}{2}s}$$

$>0 \qquad >0$

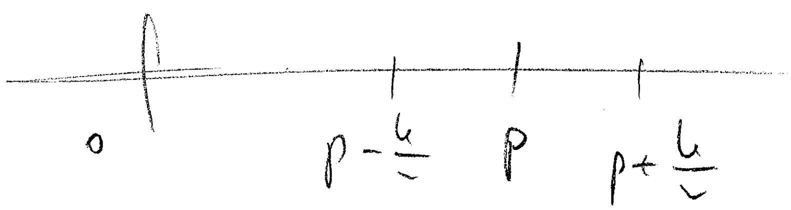
BS K

$$= \sum_{sp>0} \left\{ a^{+}_{p-\frac{k}{2}s}\, a_{p+\frac{k}{2}+k's}\, \Theta\left(p+\frac{k+k'}{2}\right) - a^{+}_{p-\frac{k}{2}-k's}\, a_{p+\frac{k}{2}s}\, \Theta\left(p-\frac{k+k'}{2}\right) \right\}$$

$$\boxed{k' = -k}$$

$$[\rho(k), \rho_1(-k)] = \sum_{sp>0} \left[ a^{+}_{p-\frac{k}{2}s}\, a_{p-\frac{k}{2}s}\, \cancel{\Theta(p)}^{\,1} - a^{+}_{p+\frac{k}{2}s}\, a_{p+\frac{k}{2}s}\, \cancel{\Theta(p)}^{\,1} \right]$$

$$= \sum_{sp>0} \left[ n_{p-\frac{k}{2}s} - n_{p+\frac{k}{2}s} \right]$$




$$= \sum_{s} \sum_{-\frac{k}{2} < \bar{p} < +\frac{k}{2}} n_{\bar{p}s} = \sum_{\bar{p}s} \langle n_{\bar{p}s} \rangle = 2 \sum_{-\frac{k}{2} < \bar{p} < \frac{k}{2}} \Theta(k_F - |p|)$$

BS K

$$2 \int_{-k/2}^{+k/2} \frac{L}{2\pi}\, \Theta(k_F - |p|)\, dp$$

$$= 2\, \frac{L}{2\pi} \int_{-k/2}^{+k/2} \Theta(k_F - |p|)\, dp$$

$$2 \int_0^{k/2} \Theta \underbrace{(k_F - p)}\, dp$$

$$= \begin{cases} 1 & k_F - p > 0 \\ 0 & k_F - p < 0 \end{cases}$$

$$2$$

$$= \begin{cases} \cancel{2}\, \dfrac{L}{\cancel{2}\pi} k_F & k < 2k_F \\ 2\, \dfrac{L}{\pi} k_F & k > 2k_F \end{cases}$$

$$[\rho_1(k), \rho_1(-k)] = \frac{kL}{\pi}$$

$$[\rho_2(k), \rho_2(-k)] = -\frac{kL}{\pi}$$

$$[\rho_1(k), \rho_2(k)] = 0$$

BS K

Bu model şunu varsayar:

$$[\rho_1(k), \rho_1(-k')] = \delta_{kk'} \frac{Lk}{\pi}$$

$$[\rho_2(k), \rho_2(-k')] = -\delta_{kk'} \frac{Lk}{\pi}$$

$$[\rho_1(k), \rho_2(-k')] = 0$$

Tomonaga modelinde <u>oluyor</u>.

bunların ort. değerleri alındığında yüksek sonuçlar bulunur

burada "<u>tam</u>" olmamasına karşın <u>bulunan değerler</u> <u>tam</u>'dır

Hiç de kötü bir yaklaşım değil! <u>Şimdiki adım</u>, $\rho_j(\pm k)$'ları yaratıcı-yok edici op. cinsinden ifade etmektir

$$\rho_1(k) = \sqrt{\frac{kL}{\pi}}\, b_k$$

$$\rho_1(-k) = \sqrt{\frac{kL}{\pi}}\, b_k^+$$

$$[b_k, b_{k'}^+] = \delta_{kk'}$$

$$\rho_2(k) = \sqrt{\frac{kL}{\pi}}\, b_{-k}^+$$

$$\rho_2(-k) = \sqrt{\frac{kL}{\pi}}\, b_{-k}$$

BS K

$$\mathcal{H}_{int} = \frac{1}{2L}\sum_k V_k\, \rho(k)\,\rho(-k)$$

$$\rho(k) = \rho_1 + \rho_2 = \sqrt{\frac{k}{\pi}}\,(b_k + b_{-k}^\dagger)$$

$$= \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{L}{\pi}}\sum_k \sqrt{|k|}\,V_k\,(b_k + b_{-k}^\dagger)\sqrt{|k|}\,(b_{-k} + b_k^\dagger)\sqrt{\frac{L}{\pi}}$$

$$= \sum_k \tilde{V}_k\,(b_k + b_{-k}^\dagger)(b_{-k} + b_k^\dagger)$$

$$\tilde{V}_k = \frac{|k|V_k \cancel{L}}{\pi}\,\frac{1}{2\cancel{L}}$$

artık, elekt.-elekt. etkileşimi elektron gazının uyarımlar arasındaki etkileşmeye dönüşmüştür.

$\sum |k|\, a_k^\dagger a_k$ (K.E)'yi bu bozon op. leri cinsinden nasıl ifade edeceğiz henüz açık değil!

Bu durumda yapılacak en iyi şey bunların kom. bağıntılarını bulmak. Aynı kom. bağıntılarını üreten K.E op.nun bozon temsilini bulmak.

$$[\rho_1(k), H_0] = v_F \sum_{\substack{k'p>0 \\ ss'}} |k'| \left[ a^\dagger_{p-\frac{k}{2}s}\, a_{p+\frac{k}{2}s} \,,\, a^\dagger_{k's'}\, a_{k's'} \right]$$

$$= v_F \sum_{sp>0} a^\dagger_{p-\frac{k}{2}s}\, a_{p+\frac{k}{2}s} \underbrace{\left( |p+\tfrac{k}{2}| - |p-\tfrac{k}{2}| \right)}_{= \begin{cases} k & p > \frac{k}{2} \\ 2p & p < \frac{k}{2} \end{cases}}$$

k'nın küçük değerleri için,

$$= v_F k \underbrace{\sum_{sp>0} a^\dagger_{p-\frac{k}{2}s}\, a_{p+\frac{k}{2}s}}_{\rho_1(k)}$$

$$= v_F k \underbrace{\rho_1(k)}_{\propto b_k}$$

$$[b_k, \underbrace{H_0}_{\sum_k \omega_k b_k^\dagger b_k}] = \omega_k b_k$$

BS K

$$H_0 = \sum_k \omega_k b_k^\dagger b_k$$

$$H = \sum_k \left[ \omega_k b_k^\dagger b_k + \tilde{V}_k (b_k + b_{-k}^\dagger)(b_k^\dagger + b_{-k}) \right]$$

( TMNG MDL )

bu tam çözülebilir. En kolay yolu bozon op → koord. temsili

$$Q_k = \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} (b_k + b_{-k}^\dagger) \qquad [Q_k, P_{k'}] = i\delta_{kk'}$$

$$P_k = i\sqrt{\frac{\omega_k}{2}} (b_k^\dagger - b_{-k})$$

$$H_0 = \frac{1}{2} \sum_k \left[ P_{-k} P_k + \omega_k^2 Q_k Q_{-k} \right]$$

$$H = \frac{1}{2} \sum_k \left[ P_{-k} P_k + E_k^2 Q_k Q_{-k} \right]$$

$$(\omega_k^2 + 4\omega_k \tilde{V}_k)$$

yeni frekans

$$\left.\begin{aligned} Q_k &= \frac{1}{\sqrt{2E_k}} (\alpha_k + \alpha_{-k}^\dagger) \\ P_k &= i\sqrt{\frac{E_k}{2}} (\alpha_k^\dagger - \alpha_{-k}) \end{aligned}\right\} H = \sum_k E_k \left( \alpha_k^\dagger \alpha_k + \frac{1}{2} \right)$$

BS K

bu

$$b_k + b_{-k}^{\dagger} = \sqrt{\frac{\omega_k}{E_k}}\,(\alpha_k + \alpha_{-k}^{\dagger})$$

ile dönüştürmek lazım

$$b_k^{\dagger} - b_{-k} = \sqrt{\frac{E_k}{\omega_k}}\,(\alpha_k^{\dagger} - \alpha_{-k})$$

$$E_k = \sqrt{\omega_k^2 + 4\omega_k \tilde{V}_k} \sim \omega_p^2 \to \text{plazma frek.}$$

$v_F k$

$$= k v_F \sqrt{1 + \frac{4\tilde{V}_k}{\omega_k}}$$

$$= k v_F \sqrt{1 + \frac{4\tilde{V}_k}{k v_F}} \qquad \frac{|k| V_k}{2\pi}$$

$$= k \tilde{v}_F \sqrt{1 + \frac{2 V_k}{v_F \pi}} \qquad \propto e^2 = V_0 > 0$$

etkileşme akustik plazmon hızını artırır.

$$V_k = \frac{2}{3} e^2 \frac{k_F^2}{k^2}$$

$$\omega_p^2 = 4\omega_k \tilde{V}_k = \frac{4\pi e^2 n_0}{m} \qquad n_0 = \frac{k_F^3}{3\pi^2}$$

elek. gazında (1°) uzun dalga sınırında plazma modları (2°) kısa dalga sayısında

elekt. hol uyarımları ($V_k = V_0$)

## 4.5.2. Spin Dalgaları:

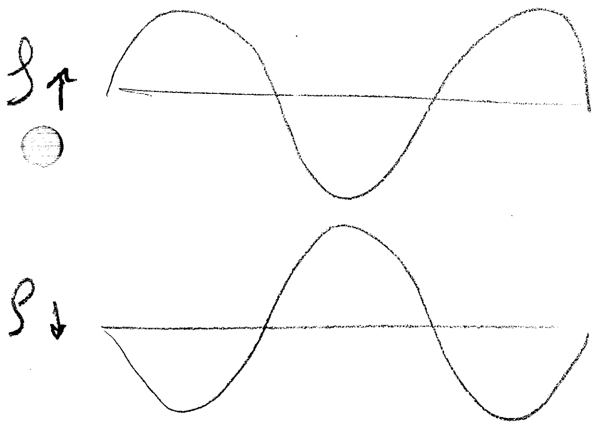
Yoğunluk dalgalanmalarının yanı sıra, spin dalgaları, ya da magnon karakterine sahip elekt. gaz'ının kollektif uyarımları da vardır.

$$\sigma(k) = \sigma_1(k) + \sigma_2(k)$$

$$\sigma_1(k) = \sum_{sp>0} s\, a^{+}_{p-\frac{k}{2}s}\, a_{p+\frac{k}{2}s}$$

$s = \pm 1,\ \uparrow\downarrow$

$$\sigma_2(k) = \sum_{sp>0} s\, a^{+}_{p-\frac{k}{2}s}\, a_{p+\frac{k}{2}s}$$




$\rho_\uparrow - \rho_\downarrow = 0$ zıt varyasyonlara sahip.

$\rho_\uparrow - \rho_\downarrow \neq 0$

Elektrik alan → yoğunluk (yük) dalg.

manyetik alan → spin "

pertürbasyon

$$\rho_s = \sum_p a^\dagger_{p-\frac{k}{2}s}\, a_{p+\frac{k}{2}s}$$

$$\rho = \rho_\uparrow + \rho_\downarrow \; ; \quad \sigma = \rho_\uparrow - \rho_\downarrow$$

JMNG σ 'ya benzer şekilde

$$[\sigma_1(k), \sigma_1(-k')] = \delta_{kk'} \frac{kL}{\pi}$$

$$[\sigma_1(k), \sigma_2(-k')] = -\delta_{kk'} \frac{kL}{\pi}$$

$$[\sigma_1(k), \sigma_2(k')] = 0$$

$$[\sigma_i(k), \rho_j(-k')] = 0 \qquad i,j = 1,2$$

$$\sigma_1(k) = c_k \sqrt{\frac{kL}{\pi}} \qquad \sigma_2(k) = c^\dagger_{-k} \sqrt{\frac{kL}{\pi}}$$

$$\sigma_1(-k) = c^\dagger_k \sqrt{\frac{kL}{\pi}} \qquad \sigma_2(-k) = c_{-k} \sqrt{\frac{kL}{\pi}}$$

$$[c_k, c^\dagger_{k'}] = \delta_{kk'} \qquad H_{sw} = \frac{v_F \pi}{L} \sum_{k>0} [\sigma_1(-k)\sigma_1(k) + \sigma_2(k)\sigma_2(-k)]$$

$$[c_k, b^\dagger_{k'}] = 0$$

$$[\sigma_1(k), H_0] = v_F \sum_{sp>0} s\, a^\dagger_{p-\frac{k}{2}s}\, a_{p+\frac{k}{2}s} \left[ |p+\tfrac{k}{2}| - |p-\tfrac{k}{2}| \right]$$

$$\simeq v_F k \sigma_1(k)$$

BS K

$$\mathcal{H}_{SW} = \sum \omega_k c_k^\dagger c_k$$

$$\mathcal{H} = \sum_k \left\{ \omega_k b_k^\dagger b_k + \omega_k c_k^\dagger c_k + \tilde{V}_k (b_k + b_{-k}^\dagger)(b_k^\dagger + b_{-k}) \right\}$$

$$= \sum_k \left[ E_k \alpha_k^\dagger \alpha_k + \omega_k c_k^\dagger c_k \right]$$

decoupled density + spin waves.

THNG modelinde e-e etki. un uyarım spektrumu

etkilemediğinden.

BS K