BÖLÜM 7

HARMONİK SALINGAÇ.

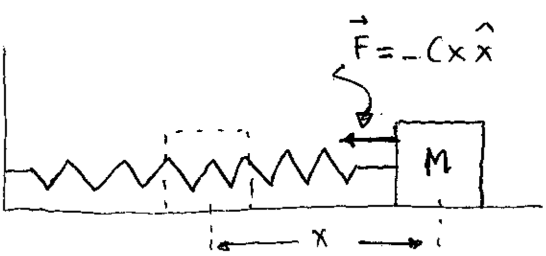
(#) Harmonik salımıcı olarak ele alınabilecek sistemler, denge konumundan hafifçe ayrılan sistemlerdir.

1. Küçük genlikli salınımlara sınırlanan, yaya bağlı bir kütle.
2. Küçük açılı salınımlara sınırlanan, basit sarkaç
3. Devre elemanlarının çizgisel kalmasını sağlayacak kadar küçük akımla çalışan ve bir indüktansla bir sığadan oluşan elektrik devresi

(#) Fizikteki olayların çoğu küçük aralıklarda çizgisel'dir. yani sürücü kuvvetle doğru orantılı sonuçlar verir.

1. çizgisellik sınırı içerisinde, hareketin frekansı salınımların genliğinden bağımsız.
2. Bir kaç sürücü kuvvetin etkisi üstüste binebilir.

BİR YAYA BAĞLI KÜTLE.



$$\vec{F} = -Cx\hat{x} \begin{cases} x > 0 & \text{yay gerilmiş} \\ x < 0 & \text{" sıkıştırılmış.} \end{cases}$$

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = -Cx \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{C}{M}x$$

$$x = A\sin(\omega_0 t + \varphi) \quad , \quad \omega_0 = \sqrt{C/M}$$

faz.

$t=0$'da $\quad x = X_0 = A\sin\varphi \quad , \quad \frac{dx}{dt} = V_0 = \omega_0 A\cos\varphi$ olur.

A buradan bulunabilir.

A genlik

BS K

Frekans ve periyod: $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\left(\dfrac{C}{M}\right)^{1/2}$, $T = \dfrac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{C}}$

Yayın sertliği arttıkça, yani C arttıkça frekans büyür; kütle büyüdükçe frekans düşer.

Enerjinin Korunumu Açısından:

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}Cx^2 = \frac{1}{2}M\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}Cx^2 = E$$

$\dfrac{dx}{dt} = v = 0$ 'da $x = A$ olarak alınırsa $E = \dfrac{1}{2}CA^2$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}}M\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}}Cx^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}}CA^2 \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{C}{M}}\,(A^2 - x^2)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{(A^2-x^2)^{1/2}} = \sqrt{\frac{C}{M}}\int_0^t dt \Rightarrow \arcsin\frac{x}{A} + \overset{-\phi}{\text{sbt}} = \sqrt{\frac{C}{M}}\,t$$

$$\arcsin\frac{x}{A} = \sqrt{\frac{C}{M}}\,t + \phi \Rightarrow x = A\sin\left(\sqrt{\frac{C}{M}}\,t + \phi\right)$$

$$E = \frac{1}{2}M\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}Cx^2$$

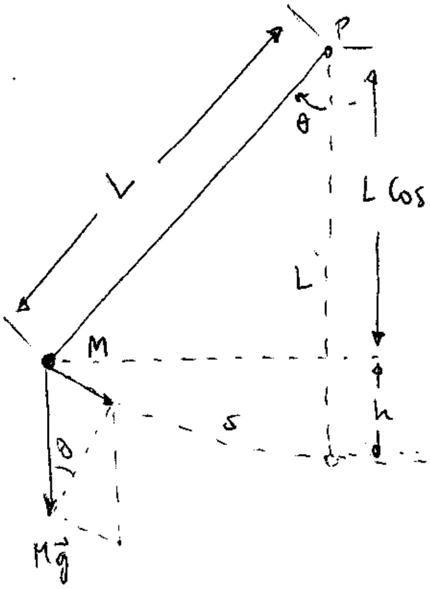
$$\frac{dE}{dt} = 0 = \cancel{\tfrac{1}{2}}\cancel{2}M\cancel{\frac{dx}{dt}}\frac{d^2x}{dt^2} + \cancel{\tfrac{1}{2}}\cancel{2}Cx\cancel{\frac{dx}{dt}}$$

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + Cx = 0$$

BS K

BASİT SARKAÇ

Frekans nedir? (yercekimi ve çubuk ya da ipin etkidiği kuvv.)



$$s = L\theta \quad , V = \frac{ds}{dt} = L\frac{d\theta}{dt} = L\dot{\theta}$$

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

s boyunca $M\vec{g}$'nin bileşeni etkiV. Bu da mg sinθ olup azalan θ yönündedir.

$$mg\sin\theta = -mL\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots$$; küçük θ'lar için $-\cancel{m}L\frac{d^2\theta}{dt^2} = \cancel{m}g\theta$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta \Rightarrow \theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad , \omega_0 = \sqrt{g/L}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Enerjinin Korunumu Açısından ;

$$h = L - L\cos\theta \quad , \quad U(h) = Mgh = MgL(1-\cos\theta) \quad , V = L\dot{\theta}$$

$$E = \frac{1}{2}MV^2 + Mgh = \frac{1}{2}ML^2\dot{\theta}^2 + MgL(1-\cos\theta)$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{1}{2!}\theta^2 + \frac{1}{4!}\theta^4 - \dots$$

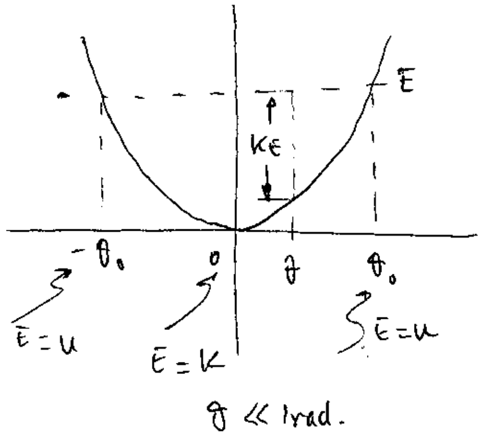
$$E = \frac{1}{2}ML^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}MgL\theta^2 \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \left(\frac{2E - MgL\theta^2}{ML^2}\right)^{1/2}$$

$$= \sqrt{\frac{g}{L}}\left(\frac{2E}{MgL} - \theta^2\right)^{1/2}$$

BS K

Hareketin dönüm noktaları θ_0 ve $-\theta_0$ olsun. Bu noktalarda K.E. sıfır.

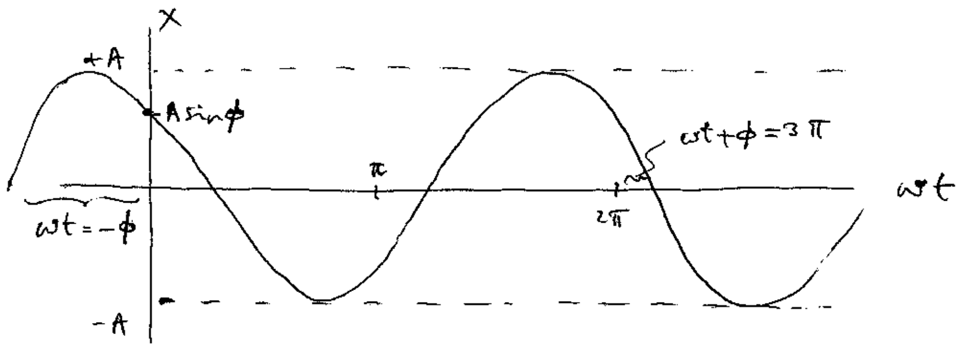
$$\dot{\theta}=0 \Rightarrow (\theta=\theta_0)\ ; \quad E=\frac{1}{2}MgL\theta_0^2 \ , \quad \theta_0^2=\frac{2E}{MgL}$$

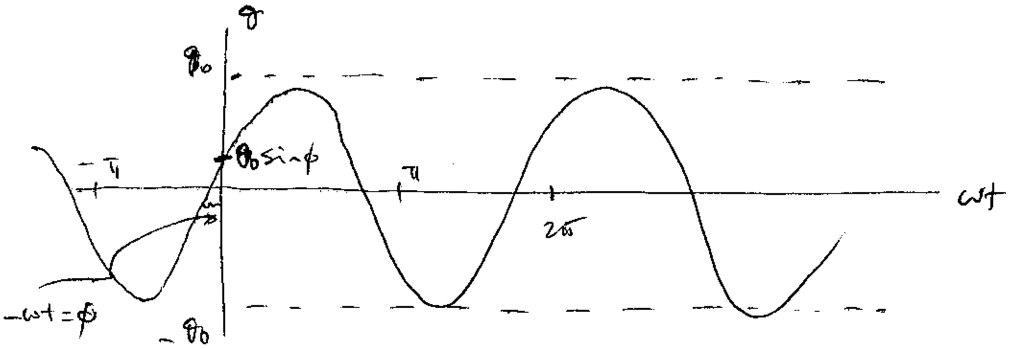


$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt}=\sqrt{\frac{g}{L}}\left(\theta_0^2-\theta^2\right)^{1/2} \Rightarrow \int_{\theta_1}^{\theta}\frac{d\theta}{\sqrt{\theta_0^2-\theta^2}}=\sqrt{\frac{g}{L}}\int_0^t dt$$

$$\frac{\theta}{\theta_0}=\sin\left[\sqrt{\frac{g}{L}}\,t+\arcsin\frac{\theta_1}{\theta_0}\right]=\sin(\omega_0 t+\phi)$$

$$\omega_0=\sqrt{g/L} \qquad \phi=\arcsin\frac{\theta_1}{\theta}$$



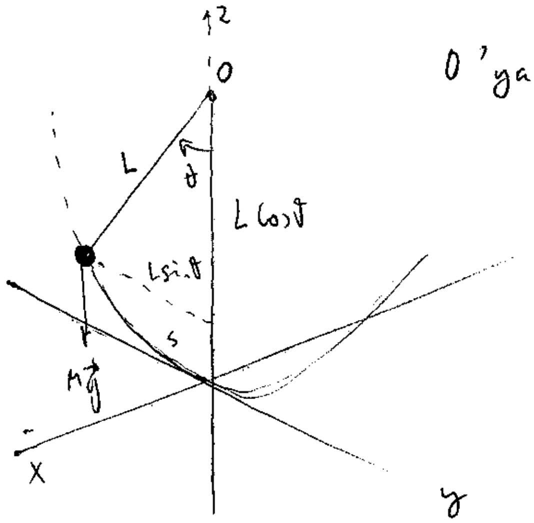


1. A ve θ_0 salınımın maks. genlikleridir, $+A \to -A$ 'ya, ya da $+\theta_0 \to -\theta_0$ 'a.
2. $\omega_0 t$ açısı cinsinden ϕ öyle bir açıdır ki $\omega_0 t=-\phi$ olduğunda x veya θ sıfırdır.
   $t=0$'da $x=A\sin\phi$, $\theta=\theta_0\sin\phi$ demek.
3. Başlangıç koşulları (A,ϕ) veya (θ_0,ϕ)'yi verir

ω_0 : titreşen bir sistemin doğal veya serbest hareketinin açısal frekansı.

BS K

Sarkacı incelemenin bir 3. yolu $\vec{N} = \frac{d\vec{J}}{dt}$ ifadesidir.



O'ya göre; $N_x = (\vec{r} \times \vec{F})_x = L M g \sin\theta$

$s = L\theta \Rightarrow \dot{s} = v = L\dot{\theta}$

$\Rightarrow$ Lineer. Mom. $|\vec{p}| = m L \dot{\theta}$

$|\vec{J}|_x = (\vec{r} \times \vec{p})_x = -m L^2 \dot{\theta}$

$mL^2 \ddot{\theta} = -M g L \sin\theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$

$\theta \ll 1$ limitinde; $\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0$

KARARLI DENGE KONUMUNDAN SAPTIRILMIŞ SİSTEMLERİN HAREKETİ :

BS K

BS K

KARARLI DENGE KONUMUNDAN SAPTIRILMIŞ SİSTEMLERİN HAREKETİ

(#) Kararlı denge konumundan sapmayı α parametresi ile gösterelim (uzaklık, açı ya da daha karışık bir koordinat olabilir).

(#) Kararlı denge koşulu $\alpha=0$'da sist.'in pot. enerjisinin min. olmasını; α uzunluk ise kuvvetin, açıysa dönme momentinin v.b. sıfır olmasını gerektirir.

$$F(\alpha=0) = 0 = -\left(\frac{dU}{d\alpha}\right)_{\alpha=0} \qquad U: \text{pot. en.}$$

Taylor serisi açılımıyla;

$$U(\alpha) = U_0 + \cancel{\left(\frac{dU}{d\alpha}\right)_0 \alpha} + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2U}{d\alpha^2}\right)_0 \alpha^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{d^3U}{d\alpha^3}\right)_0 \alpha^3 + \dots$$

α küçük α^3'lü terimler ihmal.

$$U(\alpha) = U_0 + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2U}{d\alpha^2}\right)_0 \alpha^2$$

$$F(\alpha) = -\frac{dU(\alpha)}{d\alpha} = -\left(\frac{d^2U}{d\alpha^2}\right)_0 \alpha$$

kuvvet olması şart değil., dön.mom.'i ya da gerilme v.b.

kararlı denge koşulu $\frac{d^2U}{d\alpha^2} > 0$ → bu kuvvetin sist.'i $\alpha=0$'a geri götürme eğiliminde olduğunu söyler. Hareket denklemi

$$m\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\left(\frac{d^2U}{d\alpha^2}\right)\alpha$$

BS K

ORTALAMA KİNETİK ve POTANSİYEL ENERJİ

$$\langle K \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T K(t)\,dt$$

$T = 2\pi/\omega_0$, $x(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$ harmonik salınıcını

$$\langle K \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}M\dot{x}^2\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2}M\omega_0^2A^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)\,dt$$

önemsiz.

$$= \frac{\omega_0}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega_0}\frac{1}{2}M\omega_0^2A^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)\,dt$$

$$= \frac{\omega_0}{2\pi}\frac{1}{2}M\omega_0^2A^2\int_0^{2\pi/\omega_0}\cos^2(\omega_0 t+\varphi)\,dt \qquad \omega_0 t = y$$

$$= \frac{1}{4\pi}M\omega_0^2A^2\int_0^{2\pi}\cos^2(y+\varphi)\,dy \qquad \int_0^{2\pi}\cos^2 y\,dy = \int_0^{2\pi}\sin^2 y\,dy = \pi$$

$$= \frac{1}{4}M\omega_0^2A^2$$

$$U = \frac{1}{2}Cx^2 = \frac{1}{2}CA^2\sin^2\omega_0 t$$

$$\langle U \rangle = \frac{1}{4}CA^2 \quad , \quad \omega_0^2 = \frac{C}{M} \Rightarrow \langle U \rangle = \frac{1}{4}M\omega_0^2A^2$$

$$\langle U \rangle = \langle K \rangle = \frac{1}{4}M\omega_0^2A^2 \Rightarrow E = \langle K \rangle + \langle U \rangle = \frac{1}{2}M\omega_0^2A^2 = \langle E \rangle$$

$\langle E \rangle = E$ hareket sbt.

BS K

SÜRTÜNME

(#) Hızın birinci kuvveti ile orantılı sürt. kuvvetini inceleyelim: (küçük hızlar için)

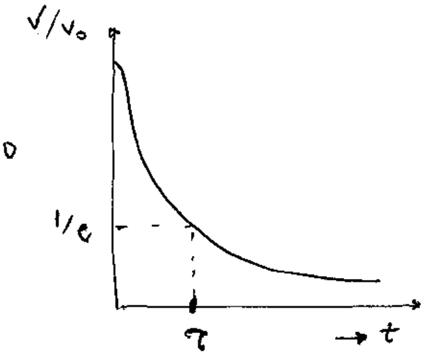
$$M\frac{d^2x}{dt^2} = F_{sür} = -b\frac{dx}{dt} = -b\dot{x}$$

Sönüm katsayısı.

Durulma zamanı: $\tau = \frac{M}{b}$.

$$\Rightarrow \quad M\left(\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{1}{\tau}\frac{dx}{dt}\right)=0 \qquad \dot{v}+\frac{1}{\tau}v=0$$

$$v(t)=v_0\, e^{-t/\tau}$$



(#) Bu sürtünme kuvvetinin etkisi altındaki parçacığın K kinetik enerjisinin bozunması,

$$K=\frac{1}{2}Mv^2=\frac{1}{2}Mv_0^2\, e^{-2t/\tau}=K_0\, e^{-2t/\tau}$$

$$\dot{K}=-\frac{2}{\tau}K$$

Kinetik en.'nin etkin durulma zamanı hızınkinin yarısı. (Hız denklemi ile analojiden)

(#)(#) Ne tür bir mekanizma $-b\dot{x}$ şeklinde bir sönüm kuvvetine yol açar? Ağdalı bir ortamda hareket eden küre problemi, (G.G. Stokes)

$$F_{sür}=-6\pi\eta r v$$

kürenin yarıçapı.

ağdalık (vizkozite)

BS K

SON HIZ (LİMİT HIZ)

Bu şekilde sürtünmeli bir ortamda hareket eden parçacığa yerçekimi gibi sbt bir kuvvet etkirse,

$$F_{sbt} = b\dot{x} \quad \text{veya} \quad \dot{x} = V = \frac{F_{sbt}}{b}$$

Örn. M kütleli bir parçacık ağdalı bir ortamda yerçekimi etkisinde düşerse,

$$V = \frac{Mg}{6\pi\eta r} \quad \text{limit hız.}$$

Daha yüksek hızlarda,

$$F_{sür} = -c\dot{x}^{n} \Rightarrow V_{lim} = \left(\frac{F_{sbt}}{c}\right)^{1/n}$$

SÖNÜMLÜ HARMONİK SALINGAÇ.

$-b\dot{x}$ sönümleme kuvvetini harmonik salıngaca ekleyelim.

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0 \quad \text{lineer.}$$

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau}\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad , \left(\frac{1}{\tau} = \frac{b}{M}, \ \omega_0^2 = \frac{c}{M}\right)$$

Çözüm: $x(t) = x_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi)$ şeklinde bir çözüm deneyelim.

$$b\frac{dx}{dt} = -\beta b x_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t+\varphi) + b\omega x_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi)$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -2m\omega\beta x_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi) + \beta^2 m x_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t+\varphi) - m\omega^2 x_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t+\varphi)$$

$$\Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + cx = x_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t+\varphi)\left[c - \beta b - m\omega^2 + \beta^2 m\right]$$
$$+ x_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t+\varphi)\left[b\omega - 2m\omega\beta\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow c - \beta b - m\omega^2 + \beta^2 m = 0 \quad , \quad \underbrace{b\cancel{\omega} - 2m\cancel{\omega}\beta = 0}$$

$$\Downarrow \quad c - \frac{b^2}{2m} - m\omega^2 + \frac{b^2}{4m^{\cancel{2}}}\cancel{m} = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{c}{m} - \frac{b^2}{4m^2} \qquad \beta = b/2m \qquad \omega^2 = \frac{c}{m} - \beta^2$$

$$\beta = \frac{1}{2\tau}, \tau = \frac{m}{b} ; \quad \omega = \omega_0 \left[1 - \left(\frac{1}{2\omega_0\tau}\right)^2\right]^{1/2}.$$

sürtünme frekansı düşürür. Ancak τ durulma zamanı sonsuz olursa $\omega \simeq \omega_0$.

$$x(t) = x_0 e^{-t/2\tau} \sin\left\{\omega_0 t \left[1 - \left(\frac{1}{2\omega_0\tau}\right)^2\right]^{1/2} + \varphi\right\}$$

$\omega_0\tau \gg 1 \Rightarrow$ düşük sönüm. ve $x(t) \simeq x_0 e^{-t/2\tau} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Düşük Sönüm;

$K = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \qquad \varphi = 0$ sayılırsa;

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2\tau} x_0 e^{-t/2\tau} \sin\omega_0 t + \omega_0 x_0 e^{-t/2\tau} \cos\omega_0 t$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2 x_0^2 e^{-t/\tau} \sin^2\omega_0 t + \omega_0^2 x_0^2 e^{-t/\tau} \cos^2\omega_0 t - \left(\frac{\omega_0}{\tau}\right) x_0^2 e^{-t/\tau} \sin\omega_0 t \cos\omega_0 t$$

$$\frac{1}{\pi}\langle\cos^2\theta\rangle = \langle\sin^2\theta\rangle = \frac{1}{2\pi} \qquad \langle\cos\theta\sin\theta\rangle = 0$$

$$\langle K\rangle \simeq \frac{1}{2}M\left[\left(\frac{1}{2\tau}\right)^2 \langle\sin^2\omega_0 t\rangle + \omega_0^2\langle\cos^2\omega_0 t\rangle\right] x_0^2 e^{-t/\tau}$$

genlik bir salınımda fazla değişmiyorsa ort. değeri.

$$\simeq \frac{1}{4}M\left[\cancel{\left(\frac{1}{2\tau}\right)^2} + \omega_0^2\right] x_0^2 e^{-t/\tau}$$

ω_0^2'ye göre ihmal.

$$\simeq \frac{1}{4}M\omega_0^2 x_0^2 e^{-t/\tau}$$

$$\langle u\rangle = \frac{1}{2}M\omega_0^2 x_0^2 \langle e^{-t/\tau}\sin^2\omega_0 t\rangle \simeq \frac{1}{4}M\omega_0^2 x_0^2 e^{-t/\tau}$$

Ortalama güç kaybı: $-P = \frac{d}{dt}\langle E\rangle \simeq \frac{d}{dt}\left(\langle K\rangle + \langle u\rangle\right) \simeq -\frac{1}{\tau}\left(\frac{1}{2}M\omega_0^2 x_0^2 e^{-t/\tau}\right)$

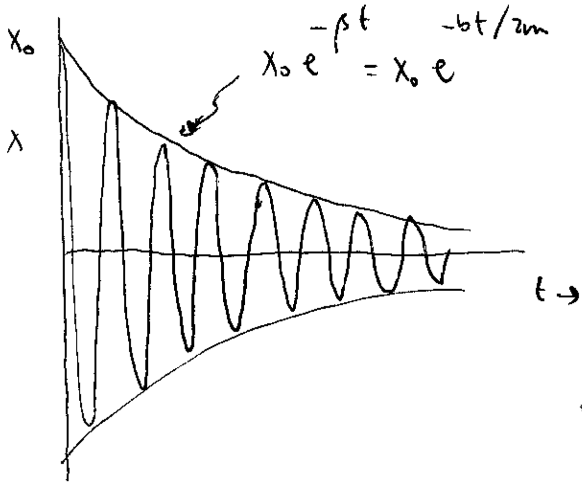
$$\langle P(t)\rangle = \frac{\langle E(t)\rangle}{\tau}$$

BS K

$\beta = \frac{b}{2m}$, $w^2 = \frac{c}{m} - \beta^2 = w_0^2 - \beta^2$, $w^2 = w_0^2 - \beta^2$

1. $w < w_0$, fakat β küçükse $x_0 e^{-\beta t}$ genliğindeki azalma yavaşsa $w \approx w_0$

$w/\beta = 5$ için



$x_0 e^{-\beta t} \sin\varphi = x_0' e^{-\beta t}$ de bir çözümdür, fakat $x_0'' t e^{-bt/2m}$ de bir çözümdür.

$$x = x_0' e^{-bt/2m} + x_0'' t e^{-bt/2m}$$ kritik sönümlü çözüm.

$c < b^2/4m$ veya $c > b^2/4m$ durumlarında x sıfıra daha yavaş gider.

$c < b^2/4m$: aşırı sönümlü ;

$$x(t) = e^{-bt/2m} \left[x_0 e^{\sqrt{\frac{b^2}{4m} - \frac{c}{m}}\, t} + x_0' e^{-\sqrt{\frac{b^2}{4m} - \frac{c}{m}}\, t} \right]$$

BS K

Q nitelik katsayısı.

$$Q = 2\pi \frac{\text{Depolanmış enerji}}{(\text{bir periyottaki en. kaybı})} = \frac{2\pi E}{P/f} = \frac{E}{P/\omega}$$

Hafif sönümlü salınğaç için $(\omega_0 \tau \gg 1)$ $Q \approx \dfrac{E}{E/\omega_0\tau} = \omega_0 \tau$

BS K

BS K

BS K

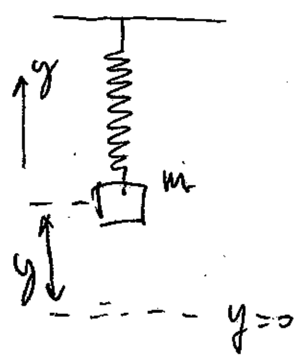
7.1.) Basit Sarkaç: Bir sarkaç $L = 100$ cm uzunluğunda hafif bir tel ve $M = 10^3$ gr kütleli ağır bir cisimden oluşuyor. Küçük yerdeğiştirmeler için sarkacın periyodu nedir?

Çözüm:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{100}{980}} = 2\ s$$

7.2.) Yaya Bağlı Kütle: Yerçekimi etkisi ve yay sabiti C olan bir yayın etkisi altında düşey bir doğru boyunca hareket eden M kütlesi için hareket denklemini yazınız. Yerçekiminin (a) titreşim periyodu (b) titreşim merkezi, yani titreşimin etrafında oluştuğu nokta üzerinde etkisi nedir?

Çözüm:



$F_{yay} = -Cy$ $\qquad M\dfrac{d^2y}{dt^2} = -Mg - Cy$

$F_{yerçekimi} = -mg$ $\qquad y = y_0 + A\sin\left(\sqrt{\frac{C}{M}}\,t + \varphi\right)$ alınır.

$$M\frac{d^2y}{dt^2} = -\cancel{M}\frac{C}{\cancel{M}}A\sin\left(\sqrt{\frac{C}{M}}t+\varphi\right) = -Mg - Cy_0 - CA\sin\left(\sqrt{\frac{C}{M}}t+\varphi\right)$$

$Cy_0 = -Mg \Rightarrow$ diff. denk. sağlanır. $y_0 = -\dfrac{Mg}{C}$

(2)

(a) periyod $= \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{C}}$ yerçekiminden etkilenmez.

(b) Osilasyon merkezi $y_0 = -\frac{Mg}{C}$ ($y=0$ yerine) yerçekiminde olduğu gibi.

7.3.) Yaya bağlı kütle: 10^3 gr'lık bir kütle yay sabiti $C = 10^6$ dyn/cm olan bir yaya asılıdır. (a) Küçük salınımlar için periyod nedir? (b) $t=0$'da denge konumundan yerdeğiştirme $+0.5$ cm ve hız $+15$ cm/s ise yerdeğiştirmeyi t'nin bir fonk.u olarak bulunuz.

Çözüm: (a) $= T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{10^3}{10^6}} = 0{,}199$ s

(b) Denge konumu $= \frac{Mg}{C} = 0{,}98$ cm. Bu noktadan ölçülen y

$$y = A\sin\left(\sqrt{\frac{c}{\mu}}t + \varphi\right) \Rightarrow \frac{dy}{dt} = A\sqrt{\frac{c}{\mu}}\cos\left(\sqrt{\frac{c}{\mu}}t + \varphi\right)$$

$t=0$ $\quad y = A\sin\varphi = 0.5$ $\qquad \sqrt{\frac{c}{\mu}} = 31{,}6$

$t=0$ $\quad \dot{y} = A\sqrt{\frac{c}{\mu}}\cos\varphi = 15$

$$\Rightarrow \frac{\tan\varphi}{31.6} = \frac{0.5}{15} \Rightarrow \tan\varphi = 1.05 \Rightarrow \varphi = 46{,}5^\circ \Rightarrow A = 0.69\text{ cm}$$

$y = 0.69\sin(31.6t + 46.5^\circ)$ cm

$y = 0.69\sin(31.6t + 0.81)$ cm. radyan.

BS K

BS K

(8)

7.6.) Sarkaç: (a) Uzunluğu 39.2 cm ve kütlesi 500 gr olan bir sarkaç $t=0$'da $\theta = .1$ ve $\dot{\theta} = -.02$ rad/s olacak şekilde harekete başlıyor. θ'yı t'nin fonk.'u olarak bulunuz. Şimdi hareket denklemlerini kullanarak $\theta = 0$ da kütleye etkiyen kuvveti bulunuz. (b) Foucault sarkacı, Foucault tarafından 1851 de Paris'te dünyanın ~~ek~~ dönmesinin etkisini göstermek için kullanılmıştı. Uzunluğu 69 cm'dir. Periyodu bulunuz. Kütlesi 28 kg ve maksimum sapma $10°$ olursa hareketin toplam enerjisini bulunuz.

Çözüm:

(a)
$$\theta = \theta_0 \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\, t + \varphi\right) \qquad \sqrt{g/l} = \sqrt{980/39.2} = 5 \ s^{-1}$$

$$\Rightarrow \dot{\theta} = \theta_0 \sqrt{\frac{g}{l}} \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}\, t + \varphi\right)$$

$$0.1 = \theta_0 \sin\varphi$$
$$-0.02 = \theta_0\, 5 \cos\varphi$$

$$\tan\varphi = -25 \Rightarrow \varphi = 92.3°$$

$$\sin 92.3° = 0.999 \Rightarrow \theta_0 = 0.10 \ \text{rad}$$

$$T_{,,} = m\frac{v^2}{r} + mg = \frac{ml^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2}{l} + mg$$

$$l\frac{d\theta}{dt} = 0.1 \times 5 \times 39.2 \qquad \cos(\ ) = 1$$

$$\Rightarrow T = 500\,(39.2\,(0.5)^2 + 980) = 500\,(9.8 + 980) = 4.95 \times 10^5 \ \text{dyn.}$$

(4)

(b) $T = 2\pi\sqrt{l/g} = 2\pi\sqrt{6900/980} = 6.28 \times 2.65 = 16.7\,s$

$\theta = 10^\circ$ de $E = U = mgl(1 - \cos 10^\circ)$

$= 28{,}000 \times 980 \times 6900\,(1 - 0.985)$

$= 2.84 \times 10^9$ erg.

E $\theta = 0$ ile $\theta = 10^\circ$ arasındaki potansiyel enerji farkı.

BS K

7.7.) Yaya bağlı kütlenin Enerjisi: Bir yayın ucuna bağlı 50 gr kütleli cisim $X = 2 \sin 10t$ denklemine göre basit harmonik hareket yapıyor. Burada X santimetre, t saniye cinsindendir? (a) C yay sabitini bulunuz. (b) Maksimum kinetik enerjiyi bulunuz. (c) Maksimum pot. enerji ve maksimum toplam enerji nedir?

Çözüm:

(a) $\sqrt{\frac{C}{M}} = 10 \Rightarrow \quad C = 100M = 5 . 10^3$ dyn/cm.

(b) $\frac{1}{2} M V_{max}^2 = \frac{1}{2} 50 . \left(\frac{dx}{dt} \right)^2_{max} = \frac{1}{2} 50 \; (20)^2 = 10^4$ erg.

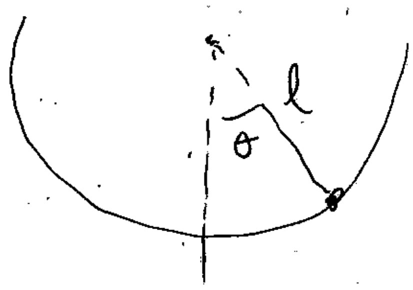
(c) $U_{max} = K_{max} = 10^4$ erg

$E = U_{max} = K_{max} = 10^4$ erg.

(6)

7-9. Küresel kase içinde Kütle : Bir parçacık 1.0 m yarıçaplı küresel bir kasenin tabanında serbestçe kaymaktadır. Küçük salınımlar için periyodu bulunuz. Eşdeğer sarkaç uzunluğu ne olur?

Çözüm:



$$F = -mg\sin\theta \approx -mg\theta = m\ell\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{\ell}\theta \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{100}{980}} = 2\,s$$

100 cm = 1 m eşdeğer sarkaç uzunluğu.

BS K

7.12.) Durulma Zamanı: Bir salınıcıda $M = 10$ gr $C = 490$ dyn/cm $b = 1.0$ dyn-sn/cm. $t = 0$'da $x = 2.0$ cm $\dot{x} = 0$'dır. (a) x'i t'nin fonk.u olarak bulunuz. (b) x için durulma zamanı nedir? K için durulma zamanı nedir? (c) Q nedir?

Çözüm:

(a) $$x = x_0 e^{-t/2\tau} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$\omega_0 \tau > 1$ mi?

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{M}} = \sqrt{\frac{490}{10}} = 7 \ s^{-1}$$

$$\tau = \frac{M}{b} = 10 \times 1.0 = 10 \ s$$

$$\omega_0 \tau = 70 \gg 1$$

(7.34) (x_0 ve φ) $x = 2 = x_0 \sin\varphi$ $t=0$ da

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2\tau} x_0 e^{-t/2\tau} \sin(\omega_0 t + \varphi) + \omega_0 x_0 e^{-t/2\tau} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\dot{x} = -\frac{1}{20} x_0 \sin\varphi + 7 x_0 \cos\varphi = 0 \quad t=0 \text{ da}$$

$\Rightarrow \tan\varphi = 140 \Rightarrow \varphi \approx \frac{\pi}{2}$ $x_0 = 2$ $\Rightarrow$ $\boxed{x = 2 e^{-t/20} \cos 7t}$

(b) X için durulma zamanı := 20 saniye.

K için " " 10 " 7.27.

(c) $Q = \omega_0 \tau = 70$ (7-41)