BÖLÜM - 14

EŞDEĞERLİK İLKESİ

EYLEMSİZLİK ve ÇEKİM KÜTLESİ

Newton'un II. yasası, farklı kütlelere aynı kuvveti uygulayıp, ivmelerini ölçme yolu ile, bir cismin kütlesini tanımlamada kullanılabilir.

$$M(1)a(1) = F = M(2)a(2)$$

$$\frac{M(2)}{M(1)} = \frac{a(1)}{a(2)}$$

$M(1) = 1$ alınır $\Rightarrow$ $M(2)$ tek olarak tanımlanabilir. Bu şekilde bulunan kütleye "eylemsizlik kütlesi" denir. Ayrıca kütleyi, dünya gibi başka bir cismin bu cisme uyguladığı çekim kuvvetini ölçerek de bulabiliriz.

$$\frac{G M_ç M_y}{R_y^2} = F$$

$$M_ç = \frac{F R_y^2}{G M_y} \quad \text{"çekim kütlesi"}$$

(I) Bir cismin eylemsizlik kütlesinin, deneysel doğruluk ile, çekim kütlesiyle orantılı olması önemlidir.

(II) Yeryüzeyi yakınında düşen bir cisim için

$$M_e(1)a(1) = \frac{G M_y M_ç(1)}{R_y^2}$$

$$M_e(2)a(2) = \frac{G M_y M_ç(2)}{R_y^2}$$

BS K

②

$$\frac{M_e(1)\,a(1)}{M_e(2)\,a(2)} = \frac{M_g(1)}{M_g(2)} \Rightarrow \frac{M_e(1)}{M_g(1)} = \frac{M_e(2)}{M_g(2)}\,\frac{a(2)}{a(1)}$$

Boşlukta düşen cisimlerin daima aynı hızla düştüklerini biliyoruz. Yani deneysel doğrulukla $a(2) = a(1)$

$$\frac{M_e(1)}{M_g(1)} = \frac{M_e(2)}{M_g(2)} \qquad (1)$$

Kütlelerin bu oranı sabit kaldıkça G'nin değerini uygun şekilde düzenleyerek, denk (1) teki oranların değerini 1'e eşitleyebiliriz. Yani Cavendish deneyinde olduğu gibi, r aralıklı $M_e(1)$ ve $M_e(2)$ kütleleri arasındaki, eylemsizlik sisteminde ölçülen F kuvvetini bulursak

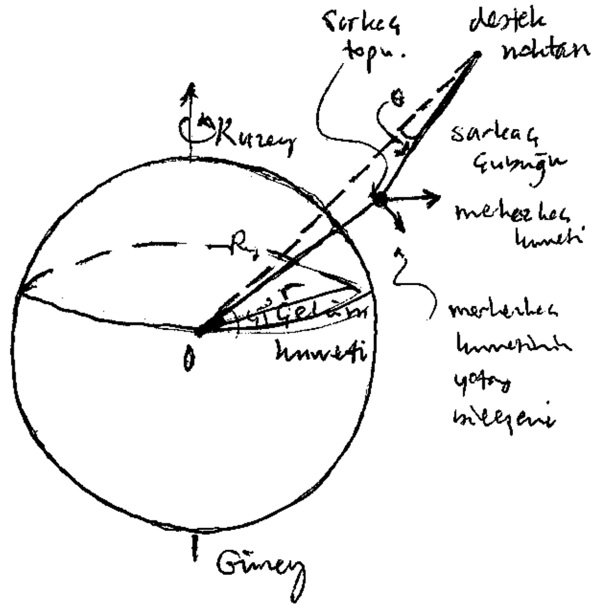
$$G = \frac{Fr^2}{M_e(1)\,M_e(2)}.$$

Deneysel çabanın, farklı parçacıklar, maddeler ve cisimler için M_e/M_g oranında bir değişiklik olup olmadığını saptamak

BS K

// Klasik saptamalar, prob 1'deki sarkaç yöntemi ile Newton tarafından yapıldı. Öteki ünlü saptamalar arasında R. Eötvös'ün 1890 da başlayıp 25 yıl süren bir çalışması var. //

45°'lik enlemde asılı bir sarkaç alalım.



$\cos 45° = \frac{r}{R_y} \Rightarrow r = R_y \cos 45°$
$= R_y/\sqrt{2}$

$M_a g$ çekim kuvveti

$M_e \omega^2 R_y/\sqrt{2}$ merkezkaç kuvveti

Merkezkaç kuvveti dönme eksenine diktir ve yatay bileşeni $\cos 45°$ veya $1/\sqrt{2}$ ile çarparak bulunur.

İki kuvvetin bileşkesi, dünyanın merkezine doğru olan yönle

$$\theta \approx \frac{M_e \omega^2 R_y/2}{M_a g - \underbrace{\tfrac{1}{2} M_e \omega^2 R_y}_{\text{küçük}}} \approx \frac{M_e \omega^2 R_y}{2 M_a g}$$

açısını yapar.

→ $\tan\theta = \theta$ aldık.

BS K

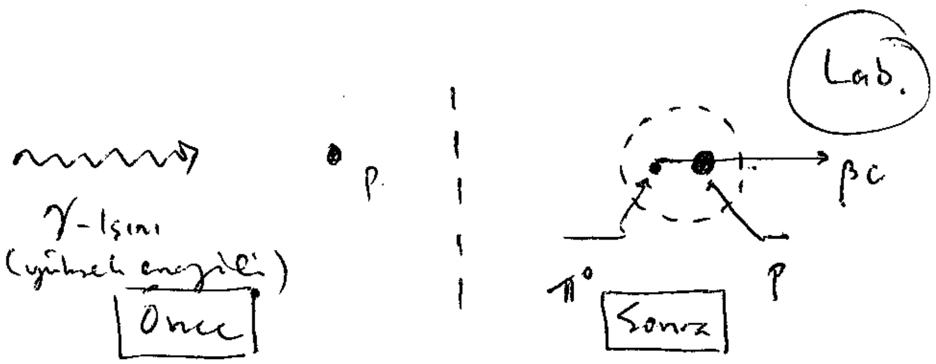
BS K

π° Mezonlar için eşik enerjisi:

π° mezon'un kütlesi 135 MeV'dir. $\gamma + p \rightarrow \pi^\circ + p$ reaksiyonunu lab.'da üreten γ'nın minimum enerjisi nedir? (proton durgun)

hem lab. hem de K.M.'de inceleyelim.

(1)



(γ'nın mom.'u ile hareket ederler.)

Enerji: $h\nu_{lab} + M_p c^2 = \dfrac{(M_p + M_\pi)c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma (M_p + M_\pi) c^2$

Momentum; $\dfrac{h\nu_{lab}}{c} = \gamma (M_p + M_\pi)\beta c = \dfrac{(M_p + M_\pi)\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}}$

β'yı bulmak için $h\nu_{lab}$'ı elimine ederiz.

$$h\nu_{lab} = \gamma (M_p + M_\pi)\beta c^2 \quad \text{M.K}$$

$$\gamma (M_p + M_\pi)\beta \cancel{c^2} + M_p \cancel{c^2} = \gamma (M_p + M_\pi) \cancel{c^2} \quad \text{E.K.} \qquad \frac{M_\pi}{M_p} = \alpha$$

$$\beta\gamma(1+\alpha) + 1 = \gamma(1+\alpha)$$

$$\beta(1+\alpha) + \frac{1}{\gamma} = (1+\alpha)$$

$$\frac{1}{\gamma} = (1+\alpha)(1-\beta) \Rightarrow \sqrt{1-\beta^2} = (1+\alpha)(1-\beta)$$

BS K

②

$$1-\beta^2 = (1+\alpha)^2(1-\beta)^2$$

$$1-\beta^2 = (1+\alpha)^2(1+\beta^2-2\beta)$$

$$\beta^2\left[1+(1+\alpha)^2\right]-2\beta(1+\alpha)^2+(1+\alpha)^2=1$$

$$\beta^2\left[2+2\alpha+\cancel{1}\right]-2\beta(1+2\alpha+\alpha^2)=1-1+2\alpha+\alpha^2$$

$$+\alpha^2$$

$$\beta^2(2+2\alpha+\alpha^2)-2\beta(1+2\alpha+\alpha^2)=2\alpha+\alpha^2$$

$$\frac{+2(1+2\alpha+\alpha^2)\pm\sqrt{4(1+2\alpha+\alpha^2)+4(2+2\alpha+\alpha^2)(2\alpha+\alpha^2)}}{2(2+2\alpha+\alpha^2)}$$

$$=\frac{\cancel{2}(1+2\alpha+\alpha^2)\pm\cancel{2}\sqrt{(1+2\alpha+\alpha^2)+(2\alpha+\alpha^2)(2+2\alpha+\alpha^2)}}{\cancel{2}(2+2\alpha+\alpha^2)}$$

$$=(1+2\alpha+\alpha^2)\pm\sqrt{(1+2\alpha+\alpha^2)+4\alpha+4\alpha^2+2\alpha^3}$$

$=$

BS K

$$\sqrt{1-\beta^2} = (1+\alpha)(1-\beta)$$

$$= \sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{(1+\beta)}{(1-\beta)}} = 1+\alpha \Rightarrow \frac{1+\beta}{1-\beta} = (1+\alpha)^2$$

$$(1+\beta) = (1+\alpha)^2(1-\beta) \Rightarrow \beta\left[(1+\alpha)^2+1\right] = (1+\alpha)^2-1$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{(1+\alpha)^2-1}{1+(1+\alpha)^2} = \frac{2\alpha+\alpha^2}{2+2\alpha+\alpha^2} = \frac{\alpha(2+\alpha)}{2+2\alpha+\alpha^2} = 0.134$$

$$\gamma = \frac{2+2\alpha+\alpha^2}{2(1+\alpha)} = 1.0091$$

$$h\nu_{lab} = \gamma\,(M_p+M_\pi)\beta c^2$$

$$= M_p\gamma\left(1+\frac{M_\pi}{M_p}\right)\beta c^2$$

$$= M_p\,\frac{(2+2\alpha+\cancel{\alpha^2})}{2\cancel{(1+\alpha)}}\cancel{(1+\alpha)}\,\frac{(\alpha(2+\alpha))}{\cancel{2+2\alpha+\alpha^2}}c^2$$

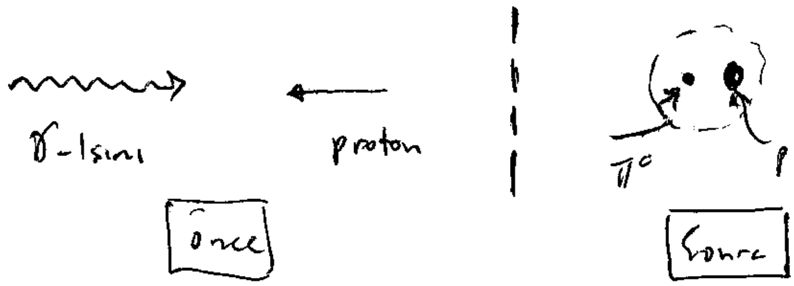
$$= \frac{M_p\alpha(2+\alpha)}{2}c^2 = \frac{M_\pi c^2}{2}(2+\alpha) = 144.7\text{ MeV}$$

$$\alpha = \frac{135}{938} = 0.144$$

BS K

(4)

(2) (K.M)'de.



$$\alpha = \frac{M_\pi}{M_p}$$

$$h\nu_{km} + \gamma M_p c^2 = (M_p + M_\pi) c^2 \quad \text{Enerji}$$

$$\frac{h\nu_{km}}{c} = \gamma M_p \beta c \qquad \gamma, \beta \text{ K.M.'nin}$$

$$\gamma M_p \beta \cancel{c^2} + \gamma M_p \cancel{c^2} = (M_p + M_\pi) \cancel{c^2}$$

$$\gamma\beta + \gamma = (1+\alpha)$$

$$\gamma(1+\beta) = (1+\alpha) \Rightarrow \frac{1+\beta}{1+\alpha} = \sqrt{1-\beta^2}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{\alpha(2+\alpha)}{2+2\alpha+\alpha^2}$$ Aynı. çünkü duruyorlar.

$$h\nu_{km} = M_\pi c^2 \frac{(2+\alpha)}{2(1+\alpha)} = 126.5 \text{ MeV}$$

Doppler.

$$h\nu_{km} = h\nu_{lab}\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = \frac{M_\pi c^2}{2}(2+\alpha)\frac{1}{1+\alpha}$$

BS K

$\bar{E}^2 - p^2c^2$ invariant.

$$(h\nu_{lab} + M_p c^2)^2 - \left(\frac{h\nu_{lab}\, c}{c}\right)^2$$

$$= \left[\gamma\,(M_p + M_\pi)c^2\right]^2 - \left[\beta\gamma\,(M_p + M_\pi)\,c^2\right]^2$$

$$2\,h\nu_{lab} M_p c^2 + M_p^2 c^4 = (M_p + M_\pi)^2 c^4 \qquad \{\gamma^2 - \beta^2\gamma^2 = 1 \text{ kullanılarak.}$$

$$h\nu_{lab} = \frac{M_\pi^2 c^2}{2M_p} + \frac{M_\pi M_p c^2}{M_p} = M_\pi c^2\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) \text{ aynı.}$$

BS K

BS K

Eylemsiz bir (S) çerçevesinde önce bir ~~mavi~~ kırmızı ışık ve bundan 5.35 μs sonra da bir ~~kırmızı~~ mavi ışık yanar. Bu iki ışık arasındaki uzaklık $\Delta x = 2.45$ km. (S') artan x'ler doğrultusunda $\beta = 0.855$ hızla hareket ediyor. (S')'de iki olay arasındaki uzaklık ve zaman aralığı ne kadardır.

$$\Delta x' = \gamma\,(\Delta x - \beta c \Delta t)$$

$$\Delta t' = \gamma\,(\Delta t - \beta \Delta x / c)$$

$$\Delta x = x_R - x_B = 2.45 \text{ km} = 2450 \text{ m}$$

$$\Delta t = t_R - t_B = 5.35 \mu s = 5.35 \times 10^{-6} s$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(0.855)^2}} = 1.928$$

$$\Delta x' = (1.928)\left[2450 - (0.855) \times 3.10^8 \times 5.35 \times 10^{-6}\right] = 2078 \text{ m} = 2.08 \text{ km}$$

$$\Delta t' = (1.928)\left[5.35 \times 10^{-6} - \frac{0.855 \times 2450}{3.10^8}\right] = -3.147 \times 10^{-6}$$

$$= -3.15 \mu s$$

BS K

(a)

Bir elektron $K = 2.53$ MeV 'lik bir K.E sahiptir. E nedir?

$$E = mc^2 + K = 0.511 + 2.53 = 3.04 \text{ MeV}$$

(b) p nedir?

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

$$\Rightarrow pc = \sqrt{(3.04)^2 - (0.511)^2} \Rightarrow p = 3.00 \text{ MeV}/c$$

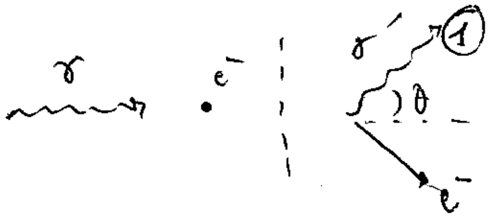
(c) Elektronun relativistik kütlesi nedir?

$$E = \gamma mc^2 = m'c^2$$

$$\Rightarrow m' = \frac{E}{c^2} = \frac{E}{mc^2} m = \frac{3.04}{0.511} m = 5.95$$

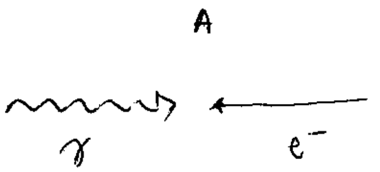
BS K

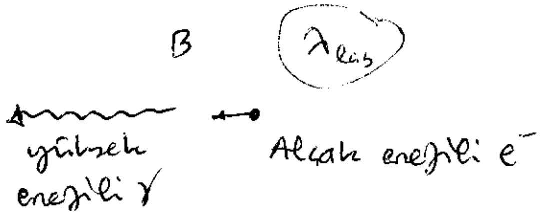
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

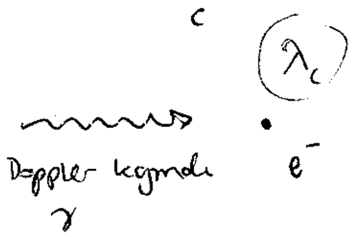


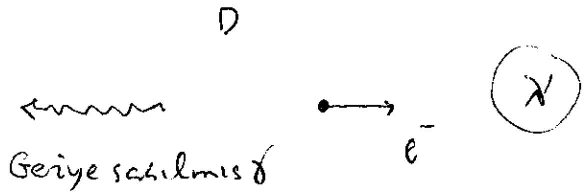
yüksek enerjili elektron hızlandırıcılarının ve lazer'lerin ters compton olayı yoluyla yüksek enerjili γ üretimi yapılmakta.

(A ve B) Lab. durumları









$$\left[\begin{array}{cc} \theta = \pi & C \rightarrow D \\ & \text{ve} \\ D \rightarrow B & \end{array}\right]$$

Doppler kaymalı γ'nın enerjisi

$$h\nu_c = h\nu\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \Rightarrow \lambda_c = \lambda\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

β : elektronun $\frac{v}{c}$'si ve ≈ 1

Doppler kaymalı γ'nın geriye saçılması sonucu

$$\lambda' - \lambda_c = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{mc}.$$

$$\beta \approx 1 \Rightarrow \lambda_c \ll \frac{h}{mc} \Rightarrow \lambda' \approx \frac{2h}{mc}$$

BS K

(2) Lab.'a geçeriz

$$\lambda_{lab} \simeq \lambda' \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \approx \frac{2h}{mc} \frac{\sqrt{1-\beta}}{\sqrt{2}}$$

Elekt.'nun ilk enerjisi

$$E_{lab} \simeq \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx \frac{mc^2}{\sqrt{2}\sqrt{1-\beta}}$$

$$\Rightarrow \lambda_{lab} \approx \frac{\cancel{2}h}{mc} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{mc^2}{\cancel{\sqrt{2}} E_{lab}} \approx \frac{h}{mc} \frac{mc^2}{E_{lab}}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{\lambda_{lab}} \approx \frac{mc^2}{h} \frac{E_{lab}}{mc^2} \approx \nu_{lab}$$

$$\Rightarrow \boxed{h\nu_{lab} \approx E_{lab}}$$

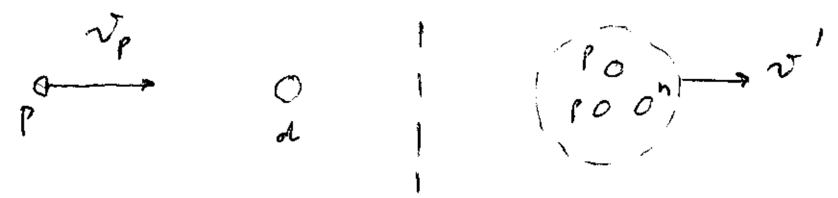
e^-'nın kinetik enerjisinin tümü fotona gider.

BS K

13.10) Dötöron parçalanması: K_p kinetik enerjili bir protonun durgun bir dötörona çarparak onu parçaladığı aşağıdaki tepkileşmeyi gözönüne alalım:

$$p + d \rightarrow p + p + n$$

Eşik civarında iki proton ve nötron bağsız bir yığın içinde aynı hızla hareket ederler. Mom. ve En. için gereken ifadelerini yazınız ve gelen protonun K_p^0 eşik kinetik enerjisinin $K_p^0 = \frac{3}{2} E_B$ olduğunu gösteriniz; burada E_B (≈ 2 MeV) bir serbest proton ve nötrona göre dötöronun bağ enerjisidir.



Mom. Korunum: $M_p v_p = (2M_p + M_n) v'$

En. " : $K_p^0 = E_B + \frac{1}{2} \underbrace{(2M_p + M_n)}_{3M_p} v'^2$

$$\Rightarrow v' = \frac{1}{3} v_p$$

$$K_p^0 = E_B + \frac{1}{2} \cancel{3} M_p \frac{v_p^2}{\cancel{9}_3} = E_B + \frac{1}{3} \underbrace{\frac{1}{2} M_p v^2}_{K_p^0}$$

$$K_p^0 - \frac{1}{3} K_p^0 = E_B \Rightarrow \boxed{K_p^0 = \frac{3}{2} E_B}$$

Relativistik:

$$\frac{M_p \beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{3 M_p \beta' c}{\sqrt{1-\beta'^2}} \qquad \frac{M_p c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + M_{Döt} c^2 = \frac{3 M_p c^2}{\sqrt{1-\beta'^2}}$$

$$M_{Döt} c^2 = c^2 (M_p + M_n) - E_B \approx 2 M_p c^2 - E_B$$

$$\frac{M_p c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + 2 M_p c^2 - E_B = \frac{3 M_p c^2}{\sqrt{1-\beta'^2}} \qquad \frac{E_B}{M_p c^2} \ll 1 \Rightarrow \text{aynı sonuç.}$$

BS K

(4) 13.~~11.) Göresiz π° eşiği: Fotoeşiği hesaplarken, proton ve π° mezonu için K.E ve Mom.'un göresiz ifadelerini kullanınız~~.

13.12.) Elektron-Foton Esnek Çarpışması: Enerji kaybı ve kazancı olmaksızın 10^4 eV enerjili bir fotonla saçılacak elektronun K.E'si nedir?

Bu tam olarak K.M sistemindeki esnek saçılma ile aynıdır. γ-ışını ve elektronun mom.'ları yön değiştirebilir fakat büyüklükleri değişmez (Enerjide)

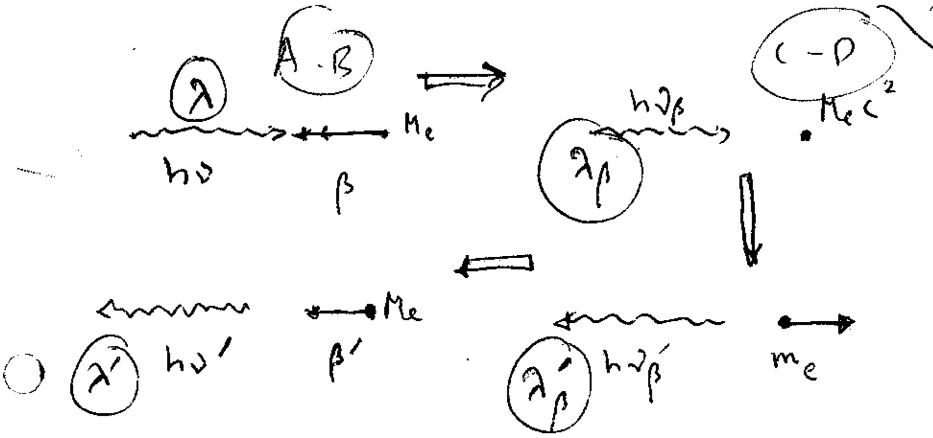
$$\frac{h\nu}{c} = \gamma M_e \beta c = \frac{M_e \beta c}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{h\nu}{M_e c^2} = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{10^4}{511.10^3} = 0.0196 \Rightarrow \beta \approx 0.0196$$

$$KE = \frac{1}{2} M_e v^2 = \frac{1}{2} M_e c^2 \beta^2 = \frac{1}{2} 511.10^3 (0.0196)^2 = 98 \text{ eV}$$

BS K

13.13.) Ters Compton Olayı: βc hızlı bir elektronla $180°$ geriye saçılan λ dalga boylu bir fotonun dalga boyu için kesin bir formül bulunuz. Saçılan fotonun enerjisini bulmak için, gelen fotonun $(h\nu) = 3.0\,eV$ enerjili ve elektronun toplam enerjisinin $1.02\,MeV$ $(\gamma = 2)$ olduğu durumuna uygulayınız.



$$E = 1.02\,MeV = 2 M_e c^2 \quad (\gamma = 2)$$

$$\lambda'_\beta - \lambda_\beta = \frac{h}{M_c}(1-\cos\theta) = \frac{2h}{Mc} \qquad \lambda_\beta = \lambda\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \quad \text{Dalga boyu küçülür}$$

$$\lambda' = \lambda'_\beta\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

$$\lambda' = \left(\lambda_\beta + \frac{2h}{Mc}\right)\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

$$= \lambda\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right) + \frac{2h}{Mc}\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

$$\lambda'\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} - \lambda\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = \frac{2h}{Mc} = \lambda'\gamma(1+\beta) - \lambda\gamma(1-\beta)$$

$$\lambda'_\beta = \left(\lambda_\beta + \frac{2h}{Mc}\right) = \lambda'\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

$$\Rightarrow \lambda' = \left(\lambda_\beta + \frac{2h}{Mc}\right)\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

BS K

(6)

Mom. ve En.'nin korunumu.

$$\frac{h\nu}{c} \longrightarrow \qquad \xleftarrow{\;\gamma M\beta c\;}$$

$$\xleftarrow{\;\frac{h\nu'}{c}\;} \qquad \xleftarrow{\;\gamma' m\beta' c\;}$$

$$1 = \frac{mc^2}{h\nu'}\left[\frac{\gamma(1+\beta)}{2}\right] - \frac{mc^2}{h\nu}\left[\frac{\gamma(1-\beta)}{2}\right]$$

$\gamma = 2$ ise $E = 2Mc^2$ $\quad \frac{1}{1-\beta^2} = 4 \Rightarrow \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$

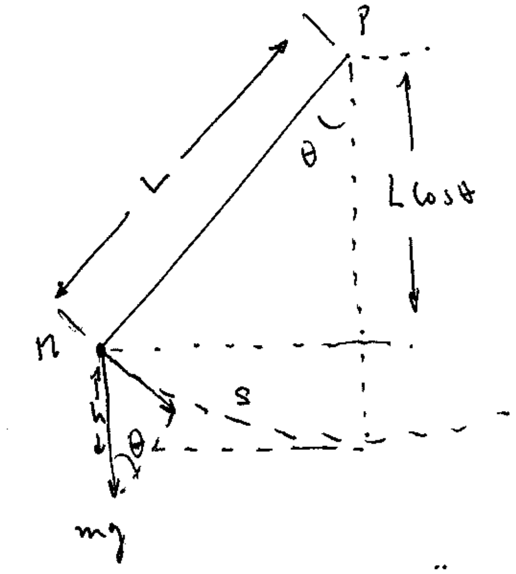
$h\nu = 3.0\,eV \quad mc^2 = 511.10^3\,eV$

$$\frac{mc^2}{h\nu'}(1.866) = 1 + \frac{511.000}{3}(0.134)$$

$$h\nu' = 3.\frac{1.866}{0.134} = 41.8\,eV$$

BS K

14.1.)



$$s = L\theta \ , \ v = \frac{ds}{dt} = L\frac{d\theta}{dt} = L\dot{\theta}$$

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = L\ddot{\theta}$$

$mg\sin\theta$ azalan θ yönünde.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$-mL\ddot{\theta} = mg\sin\theta$$

$$\Rightarrow M_g\, g\sin\theta = -M_E L\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} \approx -\frac{M_g}{M_i}\frac{g}{L}\theta \qquad \theta(t) = \theta_0 \sin\left(\sqrt{\frac{M_g}{M_E}\frac{g}{L}}\,t + \varphi\right)$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{M_g}{M_E}\frac{g}{L}}$$

BS K

Yukarıda yapılan yaklaşım altında enerjinin beklenen değeri

$$
\begin{aligned}
E[f_{\mathbf{q}}, \varphi_{\mathbf{qq}'}] &= \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{q}} \Omega_{\mathbf{q}} |f_{\mathbf{q}}|^2 + \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{q}'} \Omega_{\mathbf{q}'} |f_{\mathbf{q}'}|^2 \\
&+ \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{q}} (V_{\mathbf{q}} f_{\mathbf{q}} + HC) + \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{q}'} (V_{\mathbf{q}'} f_{\mathbf{q}'} + HC) \\
&+ \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{q},\mathbf{q}'} \Omega_{\mathbf{q}} \sinh^2\left(\frac{\varphi_{\mathbf{qq}'}}{N}\right) + \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{q},\mathbf{q}'} \Omega_{\mathbf{q}'} \sinh^2\left(\frac{\varphi_{\mathbf{qq}'}}{N}\right) \\
&+ \sum_{\mathbf{q},\mathbf{q}'} \frac{\mathbf{q}}{u} \cdot \frac{\mathbf{q}'}{u} (f_{\mathbf{q}} f_{\mathbf{q}'} + f^*_{\mathbf{q}} f^*_{\mathbf{q}'}) \sinh\left(\frac{\varphi_{\mathbf{qq}'}}{N}\right) \cosh\left(\frac{\varphi_{\mathbf{qq}'}}{N}\right)
\end{aligned}
$$

biçimini alır. Burada son üç terimde (3.17) denklemindekinin tersine bir N çar
nın nedeni
bulunmayışına dikkat edilmelidir. Bu $\mathbf{q}'$ üzerinden olan ikinci toplamın bu çarpanın yo
tacağından dolayıdır. Enerjinin $f_{\mathbf{q}}$ ve $\varphi_{\mathbf{qq}'}$ ye göre varyasyonu sonucu

$$
\Omega_{\mathbf{q}} f_{\mathbf{q}} + V^*_{\mathbf{q}} + \sum_{\mathbf{q}'} \frac{\mathbf{q}}{u} \cdot \frac{\mathbf{q}'}{u} f^*_{\mathbf{q}'} \sinh\left(\frac{2\varphi_{\mathbf{qq}'}}{N}\right) = 0
$$

$$
(\Omega_{\mathbf{q}} + \Omega_{\mathbf{q}'}) \sinh\left(\frac{2\varphi_{\mathbf{qq}'}}{N}\right) + 4\frac{\mathbf{q}}{u} \cdot \frac{\mathbf{q}'}{u} f_{\mathbf{q}} f_{\mathbf{q}'} \cosh\left(\frac{2\varphi_{\mathbf{qq}'}}{N}\right) = 0
$$

denklemleri elde edilir. (3.21) denklemlerini (3.20) denklemlerinde yerine koyara
durumu enerjisini

$$
E = \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{qq}'} (\Omega_{\mathbf{q}} + \Omega_{\mathbf{q}'}) \sinh^2\left(\frac{\varphi_{\mathbf{qq}'}}{N}\right)
$$

BS K

14.2.)

$$h\Delta\nu = -\underbrace{\frac{h\nu}{c^2}\frac{GM_y}{r^2}}_{\text{foton üzerindeki kuvvet.}}\Delta r$$

$\Delta\nu$ negatif or pozitif olabilir.

$$\int_{\nu}^{\nu'}\frac{d\nu}{\nu} = -G\frac{M_y}{c^2}\int_{R_y}^{\infty}\frac{dr}{r^2}$$

$\nu = \nu \quad (r = R_y) \qquad \nu = \nu' \quad (r = \infty)$

$$\ln\frac{\nu'}{\nu} = \frac{GM_y}{c^2}\left.\frac{1}{r}\right|_{R_y}^{\infty} = -G\frac{M_y}{c^2 R_y}$$

$$\nu' = \nu e^{-GM_y/R_y c^2}$$

$\lambda\nu = \lambda'\nu' = c$

$$\Rightarrow \lambda' = \lambda e^{GM_y/R_y c^2}$$

$$\frac{GM_y}{R_y c^2} \ll 1 \Rightarrow e^{-GM_y/R_y c^2} \simeq 1 - \frac{GM_y}{R_y c^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\nu' = \nu\left(1 - G\frac{M_y}{R_y c^2}\right)}$$

BS K

$$U_S^{-1} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}'}^{\dagger} U_S = \sum_{\mathbf{k}} \sinh(\frac{\varphi_{\mathbf{qq}'}}{N}) \cosh(\frac{\varphi_{\mathbf{kq}'}}{N}) + O_2(b_{\mathbf{q}}^{\dagger}, b_{\mathbf{q}}) \quad ($$

$$U_S^{-1} b_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}'} U_S = \sum_{\mathbf{k}'} \sinh(\frac{\varphi_{\mathbf{qq}'}}{N}) \cosh(\frac{\varphi_{\mathbf{qk}'}}{N}) + O_3(b_{\mathbf{q}}^{\dagger}, b_{\mathbf{q}}) \quad ($$

$$U_S^{-1} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}'} U_S = \sum_{\mathbf{kk}'} \delta_{\mathbf{kk}'} \sinh(\frac{\varphi_{\mathbf{qk}'}}{N}) \sinh(\frac{\varphi_{\mathbf{kq}'}}{N}) + O_4(b_{\mathbf{q}}^{\dagger}, b_{\mathbf{q}})$$

şeklinde.

şeklinde dönüşürler. Burada operatörlerin O fonksiyonları normal sıradadır ve H_2' nin durumunda beklenen değeri alındığı zaman sıfır verirler. (3.17a) ve (3.17e) denklemlerind ile $\mathbf{k} = \mathbf{q}$ ve $\mathbf{k}' = \mathbf{q}'$ yaklaşımını yapacağız ve enerjiyi bu yaklaşım altında hesaplayacağız. özelliklerinden dolayı (3.17f) deki terim sıfır katkı verir.

Sıkıştırılmış vakum artık fonon alt sistemi için

$$|\Psi_{ph}>_S = U_S|vac> .$$

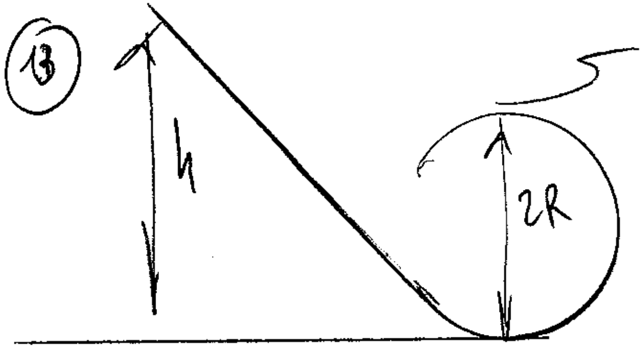
da

vakum durumu cinsinden oluşturulur. İki LO fononu deneme dalga fonksiyonun da yer ald dolayı, Hamiltoniyeni fonon bulutunun bu özelliklerini yansıtacak şekilde yeniden yazmak Tek-mod da yaptığımız gibi (3.8) denkleminin H_2 Hamiltoniyenini diyagonalize etmeye çalı Böylece Hamiltoniyen şu şekilde yazılabilir:

$$
\begin{aligned}
H_0 &= \frac{1}{2} H_0(\mathbf{q}) + \frac{1}{2} H_0(\mathbf{q}') \\
H_2 &= \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q}} \Omega_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q}'} \Omega_{\mathbf{q}'} b_{\mathbf{q}'}^{\dagger} b_{\mathbf{q}'} \\
&+ \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{\mathbf{qq}'} \mathbf{q} \cdot \mathbf{q}' (f_{\mathbf{q}} f_{\mathbf{q}'} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}'}^{\dagger} + 2 f_{\mathbf{q}} f_{\mathbf{q}'}^{*} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}'} + f_{\mathbf{q}}^{*} f_{\mathbf{q}'}^{*} b_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}'})
\end{aligned}
$$

BS K

(13)



Bu noktada

$$\frac{\cancel{M}v^2}{R} = \cancel{M}g$$

$$v^2 = gR$$

$v^2 < gR$ olursa geri düşer,

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + Mg(2R)$$

$$= \frac{1}{2}MgR + Mg\,2R = \frac{5}{2}MgR$$

$$\Rightarrow h = \frac{5}{2}R$$

BS K

BS K

(1) (a) $M = 1\,kg$ $\quad h = 1\,km$ $\quad PE = Mgh = \underset{gr}{10^3} \times \underset{cm/s^2}{980} \times \underset{cm}{10^5} = 9{,}8 \times 10^{10}\,erg$

$= \underset{kg}{1} \times \underset{m/s^2}{9{,}8} \times \underset{m}{10^3} = 9{,}8 \times 10^3\,joule$

(b) $\frac{1}{2}Mv^2 = Mgh = 9{,}8 \times 10^{10}\,erg$

(c) $\frac{1}{2}Mv_{yy}^2 + Mg\frac{h}{2} = Mgh \Rightarrow \frac{1}{2}Mv_{yy}^2 = Mg\frac{h}{2} = 4{,}9 \times 10^{10}\,erg$

(d) $Mg\frac{h}{2} = 4{,}9 \times 10^{10}\,erg$

(2) (a) $U(\infty) = 0 \quad U(R_D) = -G\frac{MM_D}{R_D} = -\frac{6{,}67 \times 10^{-8} \times 10^3 \times 5{,}98 \times 10^{27}}{6{,}4 \times 10^8}$

$= -6.25 \times 10^{14}\,erg$

(b) $U(10^5\,km) = -\frac{GMM_D}{10^{10}} = -3.98 \times 10^{13}\,erg$

(c) $W(6400 \to 10^5\,km) = U(10^5) - U(R_D)$

$= 5{,}85 \times 10^{14}\,erg > 0$

(3) (a) $r = 1\,Å = 10^{-8}\,cm \quad U = -\frac{e^2}{r} = -\frac{(4{,}8 \times 10^{-10})^2}{10^{-8}}$

$= -2{,}3 \times 10^{-11}\,erg$

(b) $U = \frac{e^2}{r} = +2{,}3 \times 10^{-1\cdot}\,erg$

(4) (a) $\frac{Mv^2}{r} =$ (b) $G\frac{MM_D}{r}$ (c) $v = \sqrt{\frac{GM_D}{r}}$

MKE

(d) $U(\infty) = 0 \quad \frac{|KE|}{|PE|} = \frac{\frac{1}{2}Mv^2}{G\frac{MM_D}{r}} = \frac{\frac{1}{2}\cancel{\frac{GMM_D}{r}}}{\cancel{G\frac{MM_D}{r}}} = \frac{1}{2}$

(6) $F = -Dx^3 \quad F_{eth} = +Dx^3$

$W = \int_0^x F_{eth}\,dx = \frac{1}{4}Dx^4$

(a) $U = W = \frac{1}{4}Dx^4$

(b) $W = \frac{1}{4}Dx^4$

(9) (a) $\frac{Mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{e^2}{Mr}$

$v = \frac{4{,}8 \times 10^{-10}}{\sqrt{9{,}1 \times 10^{-28} \times 2 \times 10^{-8}}} = 1 \times 10^8\,cm/s$

(b) $\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}\frac{e^2}{r} = KE = \frac{1}{2}PE = \frac{1}{2}\frac{(4{,}8 \times 10^{-10})^2}{2 \times 10^{-8}}$

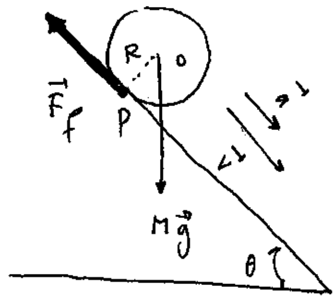
$= 5{,}8 \times 10^{-12}\,erg \quad 1\,eV = 1{,}6 \times 10^{-12}\,erg$

$= 3{,}6\,eV \quad PE = 2KE = -7{,}2\,eV$

8.6. Yuvarlanan Katı Cisimler: Dolu bir silindir, ince duvarlı silindirsel bir kabuk ve ince duvarlı küresel bir kabuk, θ eğim açılı bir eğik düzlemde yuvarlanıyor. Cisimlerin R yarıçapları aynıdır. Her birinin ivmesini bulunuz.

Not: Kaymadan yuvarlanma:

Kütle dağılımı merkeze göre simetrik, dairesel çevreli bir cismin eğik düzlemde yuvarlanması:



$$I_p = I_c + MR^2$$

P etrafındaki ani dönmenin açısal hızı: $\omega = \frac{V}{R}$

$$J_p = I_p \omega = (I_c + MR^2)\frac{V}{R}$$

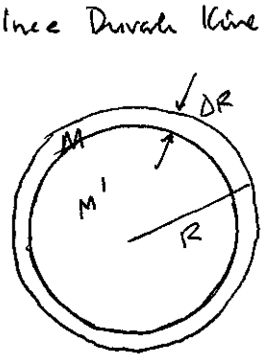
P deki kuvvet momenti $M\vec{g}$ ile sağlanır, $\vec{N}_p = \vec{R} \times M\vec{g} \Rightarrow N_p = MgR\sin\theta$

$$\frac{d\vec{J}_p}{dt} = \vec{N}_p \Rightarrow \left(I_c + MR^2\right)\frac{a}{R} = MgR\sin\theta \Rightarrow \boxed{a = \frac{g\sin\theta}{1 + I_c/MR^2}}$$

Dolu Silindir: $I_c = \frac{1}{2}MR^2 \Rightarrow a = \dfrac{g\sin\theta}{1 + \frac{\frac{1}{2}\cancel{MR^2}}{\cancel{MR^2}}} = \frac{2}{3} g\sin\theta = 0{,}66\, g\sin\theta$ ✓

Katı Dolu Küre: $I_c = \frac{2}{5}MR^2 \Rightarrow a = \dfrac{g\sin\theta}{1 + \frac{\frac{2}{5}\cancel{MR^2}}{\cancel{MR^2}}} = \frac{5}{7} g\sin\theta = 0.71\, g\sin\theta$ ✓

İnce Duvarlı Küre:



$$I_c = \frac{2}{5}MR^2 - \frac{2}{5}M'(R-\Delta R)^2$$

$$\begin{cases} M' = \frac{4}{3}\pi\rho\,(R-\Delta R)^3 \\ M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3 \\ M_{KAB} = 4\pi R^2 \Delta R \rho \end{cases}$$

$$= \frac{2}{5}\frac{4}{3}\pi\rho\left(R^5 - (R-\Delta R)^5\right)$$

$$= \frac{2}{5}\frac{4}{3}\pi\rho\left(\cancel{R^5} - \cancel{R^5} + 5\frac{\Delta R}{\cancel{R}}R^{\cancel{5}} + \cdots\right) = \frac{2}{15}4\pi\rho R^2 \Delta R\, 5R^2$$

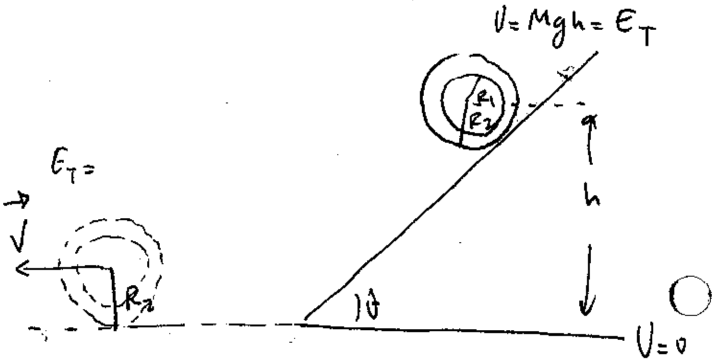
$$= \frac{2}{3} M_{KAB} R^2$$

$$a = \frac{g\sin\theta}{1 + \frac{\frac{2}{3}\cancel{M_K R^2}}{\cancel{M_K R^2}}} = \frac{3}{5} g\sin\theta = 0.6\, g\sin\theta$$ ✓

BS K

8.7.) İçi Boş Kürenin Yuvarlanması: İç yarıçapı R_1, dış yarıçapı R_2 olan içi boş bir küre yatayla θ açısı yapan eğik bir düzlemde kaymadan yuvarlanıyor. (a) Açısal ve çizgisel ivmelerini bulunuz. (b) Alt ucunda düzlem kavisli bir geçiş kısmı ile birleşiyor ve geçiş kısmı yatay bir düzleme dönüşüyor. Cisim durgun halden K.M yatay düzlemden h yükseklikten bırakılmış ise, son yatay düzlemde ne kadar hızla hareket eder? (Enerjinin korunumunu kullanınız)

Çözüm:



$$M = \frac{4}{3}\pi\left(R_2^3 - R_1^3\right)\rho$$

$$I = \frac{2}{5}\left(\frac{4}{3}\pi R_1^3\rho\right)R_2^2 - \frac{2}{5}\left(\frac{4}{3}\pi R_1^3\rho\right)R_1^2$$

$$= \frac{2}{5}\frac{4}{3}\pi\rho\left(R_2^5 - R_1^5\right)$$

$$a = \frac{g\sin\theta}{1 + \dfrac{\frac{2}{5}\frac{4}{3}\cancel{\pi\rho}(R_2^5 - R_1^5)}{\frac{4}{3}\cancel{\pi\rho}(R_2^3 - R_1^3)R_2^2}} = \frac{g\sin\theta}{1 + \frac{2}{5}\left(1 - R_1^5/R_2^5\right)/\left(1 - R_1^3/R_2^3\right)}$$

$$\omega = \frac{V}{R} \Rightarrow a = \frac{dV}{dt} = \frac{d\omega}{dt}R = \alpha R \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R} = \frac{a}{R_2}$$

(b)

$$Mgh = \frac{1}{2}MV^2 + MgR_2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad \omega = \frac{V}{R_2}$$

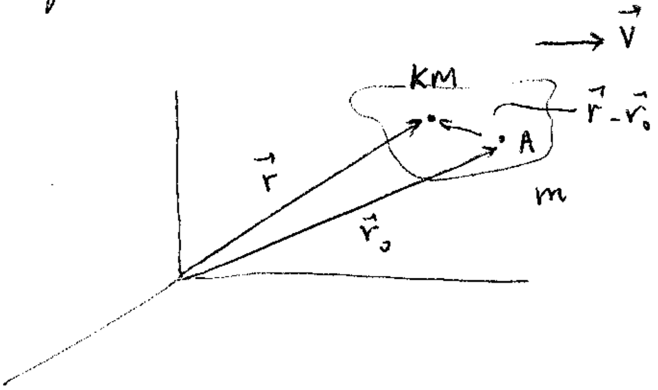
$$= \frac{1}{2}MV^2 + MgR_2 + \frac{1}{2}I\frac{V^2}{R_2^2}$$

$$= \frac{1}{2}MV^2\left(1 + \frac{I}{MR_2^2}\right) + MgR_2 \Rightarrow \boxed{V^2 = \frac{2g(h - R_2)}{1 + I/MR_2^2}}$$

BS K

[redacted]

Sabit hızla hareket eden bir tek parçacığın üzerindeki hangi noktaya göre hesap edilirse edilsin, açısal momentumun hareket süresince sabit kaldığını gösteriniz.



Parçacığın A noktasına göre yer vektörü $(\vec r - \vec r_0)$'dır, A noktasına göre açısal momentumu

$$\vec L_A = (\vec r - \vec r_0) \times (m\vec v)$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec L_A}{dt} = m\left(\frac{d\vec r}{dt} - \frac{d\vec r_0}{dt}\right) \times \vec v + m(\vec r - \vec r_0) \times \cancel{\frac{d\vec v}{dt}}^{\,0}$$

A noktasının hızı : $\frac{d\vec r_0}{dt}$ bu nokta parçacık üzerinde olduğundan $\frac{d\vec r_0}{dt} = \frac{d\vec r}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{d\vec L_A}{dt} = m(\vec v - \vec v_0) \times \vec v = 0 \Rightarrow \vec L_A = sbt.$$

$$\frac{d\vec L}{dt} = \vec N$$

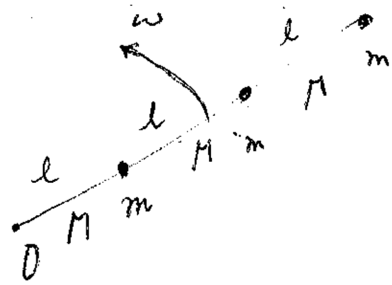
sistemdeki parçacıklar üzerine etkiyen tüm dış kuvvetlerin başlangıç noktasına göre kuvvet momenti ya da dönme momenti.

BS K

(2)

a) Şekildeki sistemin O'ya göre eylemsizlik momentini hesaplayınız

b) Sistemin dönme kinetik enerjisini bulunuz.



l uzunluklu bir çubuğun K.M'den geçen ve çubuğa dik olan eksene göre eylemsizlik momenti: $I_{km} = \frac{1}{12} M l^2$

Paralel eksen teoremine göre, çubuğun ucundaki bir noktadan çubuğa dik olan eksene göre eylemsizlik momenti: $I_0 = I_{km} + M \Big(\underbrace{\frac{l}{2}}_{r_{co}}\Big)^2$

a) $$I_{Top} = \left[I_{km} + M \left(\frac{l}{2}\right)^2 \right] + \left[I_{km} + M \left(\frac{3l}{2}\right)^2 \right] + \left[I_{km} + M \left(\frac{5l}{2}\right)^2 \right]$$

$$+ m l^2 + m (2l)^2 + m (3l)^2$$

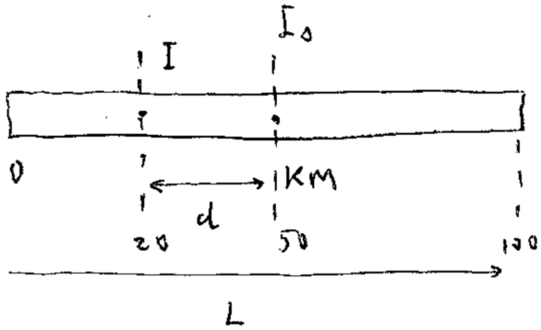
$$= 9Ml^2 + 14ml^2$$

b) $$K_{dön} = \frac{1}{2} I_{Top} \omega^2 = \frac{1}{2} (9M + 14m) l^2 \omega^2$$

BS K

③

Ağırlığı 5.5 N olan bir standart metre çubuğun 20. cm noktasında çubuğa dik olan eksene göre eylemsizlik momentini bulunuz.



$$I_0 = \frac{1}{12} M L^2$$

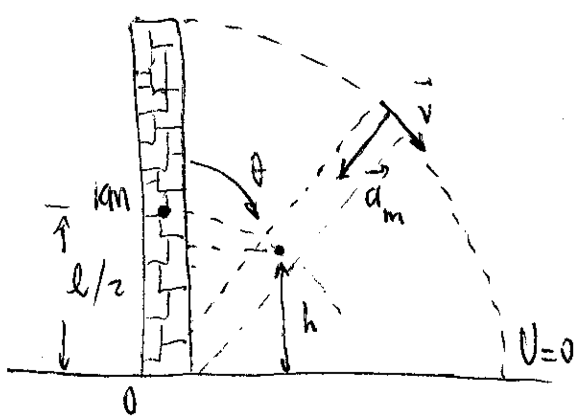
$$I = I_0 + M d^2$$

$$= \frac{1}{12} M L^2 + M d^2 = \frac{W}{g}\left(\frac{L^2}{12} + d^2\right)$$

$$= \frac{5.5}{9.8}\left(\frac{(1.0)^2}{12} + (0.3)^2\right) = 9.7 \times 10^{2}\, kgm^2$$

(4)

Uzun bir baca çatlayarak yıkılır. Bacanın düşeyle yaptığı θ açısının bir fonk.'u olarak, en üst noktasının (a) merkezil ivmesini (b) teğet doğrultudaki çizgisel ivmesini bulunuz. (c) toplam çizgisel ivme g 'den daha büyük bir değer alabilir mi? (d) Yıkılma süresince bacada çatlamalar olur açıklayınız.



(a)

Başlangıçta sadece bacanın K.M.'nin yere göre pot. enerjisi vardır. $U_b = mg\frac{\ell}{2}$

θ açısı kadar döndükten sonra: $E_T = mgh + \frac{1}{2} I_0 \omega^2$; $h = \frac{\ell}{2}\cos\theta$, $I_0 = \frac{1}{3} m\ell^2$

$$= \frac{mg\ell\cos\theta}{2} + \frac{m\ell^2\omega^2}{6}$$

$I_0 = \frac{1}{12} m\ell^2 + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} m\ell^2$

Enerji korunduğuna göre $U_b = E_{Top} \Rightarrow \frac{mg\ell\cos\theta}{2} + \frac{m\ell^2\omega^2}{6} = \frac{mg\ell}{2}$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{3g}{\ell}(1-\cos\theta)$$

Bacanın uç noktasındaki merkezil ivme:

$$\boxed{a_m = \omega^2 \ell = 3g(1-\cos\theta)}$$

(b)

$$a_T = \frac{dv}{dt}, \quad v = \omega\ell \Rightarrow a_T = \frac{d}{dt}(\omega\ell) = \ell\frac{d\omega}{dt} = \ell\ddot{\theta}$$

$$\omega^2 = \frac{3g}{\ell}(1-\cos\theta) \Rightarrow 2\omega\frac{d\omega}{dt} = \frac{3g}{\ell}\sin\theta\frac{d\theta}{dt} , \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$$\Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{3g\sin\theta}{2\ell}$$

$$\boxed{a_T = \ell\frac{d\omega}{dt} = \frac{3g\sin\theta}{2}}$$

BS K

(c) $$a=\sqrt{a_m^2+a_T^2}=\sqrt{[3g(1-\cos\theta)]^2+\left[\frac{3g\sin\theta}{2}\right]^2}$$

$$=3g\sqrt{1+\cos^2\theta-2\cos\theta+\frac{1}{4}\sin^2\theta}$$

$$=\frac{3g}{2}\sqrt{(1-\cos\theta)(5-3\cos\theta)}$$

Eğer θ açısı : $\theta < 34{,}5^\circ \Rightarrow a < g$

$\theta = 34.5^\circ \Rightarrow a = g$

$\theta > 34.5^\circ \Rightarrow a > g$

(d) Bacanın üst kısımlarında bulunan kütlelere etkiyen yer-çekim kuvvetlerinin bacanın ekseni doğrultusunda ve bu eksene dik doğrultuda bileşenleri vardır. Eksene dik doğrultudaki bileşenler bacada çatlaklar oluşturur.

BS K

BS K