BÖLÜM IX

ELEKTRON SPİNİ

IX.1 GİRİŞ

Elektron spininin varlığı atomik yapıdaki ince yapı ile önerilmiştir. Ve spin elektronun konum ve momentumu ile ifade edilemez.

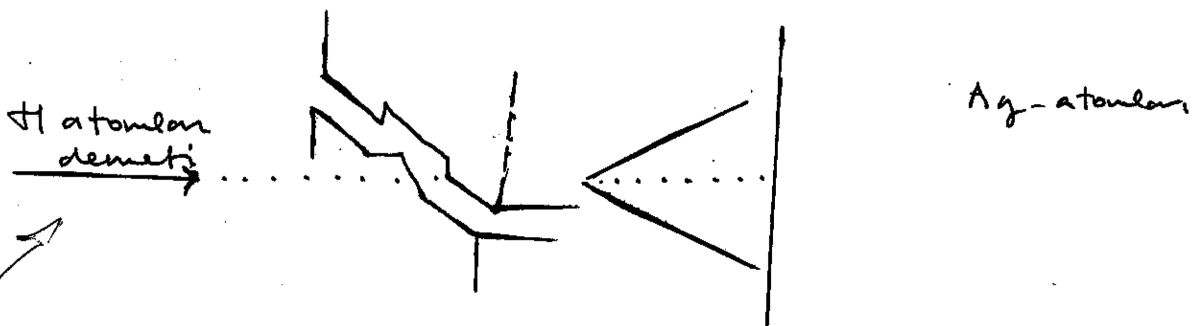
$$\text{Elektron} \left\{ \begin{array}{c} \text{dönme} \\ + \\ \text{öteleme} \end{array} \right. \text{ serbestlik derecelerine sahip fiziksel obje}$$

$\Rightarrow$ spin $\rightarrow$ dönme serbestlik derecesine karşı gelir.

$\therefore$ Elektron elementer bir rotatör'dür.

Elektron spini $\rightarrow 1/2$.

Stern-Gerlach Deneyi (elektron-spin hipotezi)



Bölüm 6 daki H-atomu modeli böyle bir olayı açıklayamaz.

En düşük enerjili H-atomlar topluluğu

$$W = \Lambda_{R(n=1)}$$

~~S~~ durumun içerisindedir. taban durumu.

BS K

$\mathcal{R}(n=1)$ tek boyutlu bir uzaydır. Önceki modele göre, deneyde olduğu gibi, bu demeti iki alt topluluğa ayırmak mümkün değildir. İki alt topluluğa deneysel ayrılma $\mathcal{R}(n=1)$ yerine, en az iki boyutlu bir uzayın ayrımını gerektirir. Ayrılmış demetler topluluğunun saf durumlar içinde alırsak, tam olarak iki boyutlu bir uzayımız vardır.

Demetin ayrılması magnetik alanda meydana geldiğinden, S-G deneyi ile varlığı gözlenen yeni gözlenebilir manyetik moment ile ilişkili olmalıdır. Bu ise dönen yükler ile ilişkili olduğundan, bu yeni gözlenebilirlik açısal mom. olduğu düşünülebilir.

[illegible] 2. İNCE YAPI [illegible] İNCELENMESİ

S-G deneyinde demetin ayrımına neden olan açısal mom., $L_i = \epsilon_{ijk} Q_j P_k$ yörüngesel açısal mom.'u olamaz, çünkü bu H-atomunun taban durumunda sıfırdır. Dahası $l = 0, 1, \ldots$ olduğundan yörüngesel açısal mom. cebrinin hiç bir 2-boyutlu uzayı yoktur. Spin açısal mom. cebrinin 2-boyutlu temsil uzayı $\mathcal{R}^{j=1/2}$'dir; bu ters helisiteli durumların iki tek boyutlu uzayını içerir. Bu iki boyutlu uzayı $\mathcal{r}^s$ ile gösterirsek

$$\underbrace{\mathcal{r}^s = \mathcal{R}^{j=1/2}}\ \underset{\mathcal{E}(SO(2)S_3)}{\rightleftarrows}\ \underbrace{\mathcal{R}^{j=1/2}_{j_3=-1/2} \oplus \mathcal{R}^{j=1/2}_{j_3=1/2}}$$

Buna göre elektron elemanter bir rotatördür ve H atomundaki elektron yörüngede dönen elektron ve bu elemanter rotatörün fiziksel sistemlerinin bir birleşimidir. Bu durumların uzayına $\mathcal{r}^s$ diyoruz. O zaman, H-atomunun en düşük enerjisinin fiziksel durumlarının uzayı

$$\mathcal{H}(n=1) = \mathcal{R}(n=1) \otimes \mathcal{r}^s$$

dır ve genelde H-atomunun n-uzayı

$$\mathcal{H}(n) = \mathcal{R}(n) \otimes \mathcal{r}^s$$ ile verilir.

(Q_i, P_i)

$A_i, L_i \longrightarrow \mathcal{R}(n)$ uzayında $\quad \mathcal{R}(n)\ \ \ell$

$S_i \longrightarrow \mathcal{E}^s \quad$ " $\quad \mathcal{E}^s$ (etki eden op.'ler) $\quad s = 1/2$

Bu önerinin deneye uyduğunu kontrol etmek için, $\mathcal{H}(n)$ uzayını toplam açısal mom.'a göre indirgeyelim.

$$\mathcal{H}(n) \underset{\mathcal{E}(SO(3)_{J_i})}{\rightleftarrows} \Big(\underbrace{\sum_{\ell=0}^{n-1}\oplus\, \mathcal{R}^{\ell}}_{\mathcal{R}(n)}\Big)\otimes \mathcal{E}^{s} = \sum_{\ell=0}^{n-1}\oplus\, \left(\mathcal{R}^{\ell}\otimes \mathcal{E}^{s}\right)$$

(2 uzayına L_i tarafından jenere edilen op. etkisi altında indirgenir.)

$\mathcal{R}^{\ell}\otimes\mathcal{E}^{s}$: açısal mom.'ları ℓ ve $r = 1/2$ dan iki elementer rotatörün bileşiminin fiziksel durumlarının uzayı.

$L_i = \epsilon_{ijk} Q_j P_k \longrightarrow \mathcal{R}^{\ell}$

$S_i \longrightarrow \mathcal{E}^{s}$

$\otimes$'de etkirler.

Birleştirilmiş elementer rotatörlerin toplam açısal mom.'u

$$J_i = L_i \otimes I + I \otimes S_i$$

$$\mathcal{R}^{\ell}\otimes\mathcal{E}^{s} = \begin{cases} \mathcal{R}^{j=1/2} & \ell = 0 \\ \mathcal{R}^{j=\ell+1/2} \oplus \mathcal{R}^{j=\ell-1/2} & \text{diğer.} \end{cases} \qquad (V.2.3)$$

$\mathcal{R}^{j}$ ya da $\mathcal{R}^{\ell}\otimes\mathcal{E}^{s}$'lerin fiziksel durumları uzayları olup olmadığı bu durumların hazırlanabilirliğine bağlıdır.

BS K

$$\mathcal{H}(n) = \mathcal{R}^{1/2}_{(\ell=0)} \oplus \left(\mathcal{R}^{1/2}_{(\ell=1)} \oplus \mathcal{R}^{3/2}_{(\ell=1)}\right) \oplus \left(\mathcal{R}^{3/2}_{(\ell=2)} \oplus \mathcal{R}^{5/2}_{(\ell=2)}\right)$$
$$\oplus \cdots \oplus \left(\mathcal{R}^{n-3/2}_{(\ell=n-1)} \oplus \mathcal{R}^{n-\frac{1}{2}}_{(\ell=n-1)}\right)$$

[redacted] için : $\mathcal{H}(n=1) = \mathcal{R}^{1/2}_{(\ell=0)}$ ve bu iki boyutlu uzaya karşı gelen bir enerji düzeyi vardır. Bunun 2-boyutlu oluşu S-G deneyinde demetin iki alt topluluğa ayrışımını açıklamamıza izin verir.

$$\mathcal{R}^{1/2}_{(\ell=0)\, j_3=+1/2} \qquad \qquad \mathcal{R}^{1/2}_{(\ell=0)\, j_3=-1/2}$$

[redacted] için : $\mathcal{H}(n=2) = \mathcal{R}^{1/2}_{(\ell=0)} \oplus \mathcal{R}^{1/2}_{(\ell=1)} \oplus \mathcal{R}^{3/2}_{(\ell=1)}$

üç enerji düzeyi vardır.

$\mathcal{R}^{1/2}$ [redacted] $\longleftrightarrow$ 2 [redacted] $^{1/2}$

$\mathcal{R}^{1/2}$ [redacted] $\longleftrightarrow$ 2 [redacted] $^{1/2}$

$\mathcal{R}^{3/2}$ [redacted] $\longleftrightarrow$ 2 [redacted] $^{3/2}$

bu sonuçlar deneysel verileri destekler.

Her enerji düzeyine toplam açısal mom.'un bir özdurumu karşı gelir; $\vec{J}^2$'nin öz uzayları, $\mathcal{H}$'nin de öz uzaylarıdır ve [redacted] dır. Ampirik olgulardan elde edilen bu sonuç, [redacted] ve teorik olarak genel simetri tartışmalarından elde edilir.

H_atomu için $\mathcal{R}$ uzayını $\mathcal{H}^{orb}$ ile gösterelim:

$$\mathcal{H}^{orb} = \sum_{n=1}^{\infty} \oplus \mathcal{R}(n)$$

H operatörü spin gözönüne alındığında toplam enerji op.'ü değildir.:

Hidrojen at. (ya da alkali atomlar)

$$H_0 = \frac{\vec{P}^2}{2} - \frac{\alpha}{Q} \left(+ V(Q) \right)$$

Spini hesaba katan incelemede H. atomunun fiziksel durumlarının uzayı,

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{orb} \otimes \mathcal{S}^s = \left(\left(\sum_{n=1}^{\infty} \oplus \mathcal{R}(n) \right) \otimes \mathcal{S}^s \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \oplus \mathcal{H}(n)$$

$$\mathcal{H}(n) = \mathcal{R}(n) \otimes \mathcal{S}^s$$

Bu tarif spinsiz bir H atomu ve elemanter rotatörün bileşimidir. Bu uzaydaki bir baz sist.'i söylece

$$|nlm\rangle \otimes |s = 1/2, s_3\rangle$$

$$n = 1, 2, 3, \ldots ;\ l = 0, 1, 2, \ldots, n-1 ;\ m = -l, \ldots, +l$$

(*) $\mathcal{H}^{orb}$ için bir baz sist.'i ve $|s = 1/2, s_3\rangle$ $\left(s_3 = -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right)$ ile $\mathcal{S}^s = \mathcal{R}^{1/2}$ için bir baz sist.'i oluşturur.

Temel postüla (IV) 'e göre $\mathcal{H}$ deki her gözlenebilir, A,

$$A = \sum_i A^{orb}_{(i)} \otimes A^{spin}_{(i)}$$

Örn.:

$$L_i = L_i^{orbt} \otimes I^{sp} = \left(\epsilon_{ijk} Q_j^{orb} P_k^{orb} \right) \otimes I^{spin} = L_i \otimes I$$

$$= \left(\epsilon_{ijk} Q_j P_k \right) \otimes I$$

$$J_i = L_i + S_i$$

$$S_i = I^{orb} \otimes S_i^{spin} = I \otimes S_i$$

$$= L_i \otimes I + I \otimes S_i$$

BS K

$H_0 \otimes I$, enerji spektrumuna çok iyi bir yaklaşım olduğundan, enerji op.'nü

$$H = H_0 + H_1 \qquad (H_0 = H_0 \otimes I)$$

Olarak yazarız. burada H_1 → $\mathcal{H} = \mathcal{H}^{orb} \otimes \mathcal{C}^s$

H_0 ile kıyasla enerjiye katkısı küçük.

$H_1 \to H_1 \otimes I$ şeklinde olamaz (olsa idi aynı ℓ'li enerji düzeyleri arasında hiç bir ince yapı yarılması olmazdı.

(*) çünkü $H_1^{orb} \to H_0^{orb}$ eklenebilir ve sonra $H = (H_0 + H_1) \otimes I$ sadece enerji düzeylerinde bir kaymaya götürebilirdi.

$H_1 \to I \otimes H_1$ şeklinde de değildir, çünkü $\mathcal{C}^s$ çok basit 2 boyutlu bir uzaydır: $\mathcal{C}^s$ deki her op. dört I, S_1, S_2, S_3 op. lerinin bir lineer bileşimi olarak yazılabilir; böylece H_1

$$H_1 = \alpha^0 I + \sum_1^3 \alpha^i S_i \qquad (\alpha^i \notin \mathbb{C})$$

İlk terim, bütün enerji düzeylerinin toptan bir kaymasına götürür. 2. terim ve sonuç olarak H'nin kendisi, J_k ile de sıra değişmez, çünkü

$$[J_i, S_j] = i \epsilon_{ijk} S_k$$

$$[S_i, S_j] = i \epsilon_{ijk} S_k$$

∴ H_1 ve sonuç olarak $H = H_0 + H_1$ dönmelere göre invaryant değildir. ($[H, J_i] = 0$'ın aksine.)

Böylece H_1'nin en genel mümkün şekli,

$$H_1 = A \otimes I + \sum_{i=1}^{3} B_i \otimes S_i$$

olur; burada A ve B, H^{orb} içinde operatörlerdir yani Q_i, P_i op.'lerinin fonksiyonlarıdır. A skaler op. ve B_i L_i'ye göre bir vektör op.'ün bileşenleridir. İlki şu olgudan çıkar: $\mathcal{H}^s = \mathbb{R}^{1/2}$ deki her op. I, S_i op.'lerinin bir birleşimi olarak yazılabilir. İkincisi, $[H_1, J_i] = 0$ olduğu gereksiniminden çıkar.; bu da $[H, J_i] = 0$ $H = H_0 + H_1$ ve $[H_0, L_i] = 0$ 'ın sonucudur.

Bunu görmek için

$$\sum_{k=1}^{3} [B_k \otimes S_k, J_i] = [B_k, L_i] \otimes S_k + B_k \otimes [S_k, J_i]$$

$$= [B_k, L_i] \otimes S_k + i\epsilon_{kij} B_k \otimes S_j$$

'yi hesaplayalım: $[B_k, L_i] = i\epsilon_{kij} B_j$ ile sonsuzdur (Yani B_k, L_i'ye göre bir vektör op. olduğundan)

$$[H_1, L_i] \neq 0$$

olduğundan $|nlm\rangle \otimes |s, s_3\rangle$ baz vektörleri, H'nin özvektörleri olamaz. Fiziksel olarak, hazırlanabilen durumlar daima enerji özdurumları ya da enerji özdurumlarının karışımı olduğu görülüyor. Bu nedenle, H enerji op.'nün bir özvektörler bazını kullanmalıyız. $[H, J_i] = 0$ nedeni ile toplam açısal mom. op.'leri $\vec{J}^2$, J_3 'ün özvektörleri H'nin özvektörleri olabilir.

Bu nedenle, yeni baz vektörlerini kurmada

$$|nl\, s=\tfrac{1}{2}\, j j_3\rangle = \sum_{l_3 s_3} |n l l_3\rangle \otimes |s=\tfrac{1}{2}\, s_3\rangle \langle l l_3\, s=\tfrac{1}{2} s_3 | j j_3\rangle$$

alırız. Burada ~~Clebsch~~-Gordan katsayılarıdır.

Bu baz vektörleri ,

$$H_0 , \vec{L}^2 , \vec{S}^2 , \vec{J}^2 , J_3$$

CSCO 'nun özvektörleri'dir. $\vec{S}^2$, bütün $\mathcal{H}$ uzayı üzerinde $\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)$ olduğundan, bunu ihmal ederiz ve CSCO olarak

$$H_0 , \vec{L}^2 , \vec{J}^2 , J_3$$

alırız. ; Yukarıki baz vektörleri bunların özvektörleri'dir. Eğer bu baz vektörleri H 'nin özvektörleri değilse, ki olması gerekmez, H 'nin özvektörleri bunlardan pertürbasyon teorisi hesapları ile bulunur. Göreceğimiz gibi

$$H , \vec{L}^2 , \vec{J}^2 , J_3 \quad (P) \quad \text{de}$$

bir CSCO 'dur ve bunların özvektörlerine

$$|E \ell j j_3\rangle$$

diyelim. Bunun ile (*) arasındaki fark

$$H_0 |n \ell j j_3\rangle = E_n^0 \, |n \ell j j_3\rangle \qquad E_n^0 = -a^2/2n^2$$

$$H \, |E \ell j j_3\rangle = E \, | E \ell j j_3 \rangle \qquad E_n \text{ bulunacak olan.}$$

Bu ikisi biri hariç ortak kuantum sayılarına sahiptir ve $H - H_0$ pertürbasyonu $\ell \; j \; j_3$ kuantum sayılarını etkilemez. Bu nedenle (*) dönüşümünden sonra ek kuantum sayıları ihmal edilir ve pertürbasyon tek kuantum sayısı ile yapılır. (P) 'nin CSCO olduğunu göstermek için

$$[H, \vec{L}^2] = 0$$

yeterlidir. Bunun doğrulanması parite ve H üzerinde yeni bir varsayım ile elde edilir.

BS K

$$[H, U_p] = 0 \quad \text{ya da} \quad U_p H U_p^{-1} = H \quad (\#)$$

U_p: H'nin parite değişmezliği olarak da adlandırılır. Spin uzayında

$$U_p \,|\, s=\tfrac{1}{2}\; s_3 \rangle = \pi_s \,|\, s=\tfrac{1}{2}\; s_3 \rangle$$

ile verilir ve burada $|\pi_s| = 1$ 'dir.

$$U_p J_i U_p^{-1} = J_i \qquad V.4.3$$

$$\pi(j j_3) = (-1)^j \eta \qquad V.4.21 \quad \text{ve} \quad U_p |j j_3\rangle = \pi(j j_3) \qquad V.4.20$$

orbital açısal mom. için $j = l$ alınırsa

$$U_p |\xi\, l\, l_3\rangle = (-1)^l \eta_{orb} |\xi\, l\, l_3\rangle$$

ek kuantum sayısı.

$[\text{ve } \xi\text{'nin op.'ü}, U_p] = 0$ yani $\xi = n$ ya da $\xi = E$

[redacted] $$U_p\left(|\xi\, l\, l_3\rangle \otimes |s=\tfrac{1}{2}\; s_3\rangle \right) = (-1)^l \eta\, |\xi\, l\, l_3\rangle \otimes |s=\tfrac{1}{2}\; s_3\rangle$$

$\eta = \eta_{ors} \pi_s$ (*) bağıntısından.

$$U_p |\xi\, l\, j\, j_3\rangle = (-1)^l \eta\, |\xi\, l\, j\, j_3\rangle \text{ olur.}$$

Sonuç olarak, L^2'nin özdeğeri U_p'nin özdeğeri ile saptanır, ve (*) bağıntısındaki l kuantum sayısı parite kuantum sayısı olarak gözönüne alınır.
Böylece (#) bağıntısı geçerli ise $\xi = E$'dir. $E, l, j j_3$ ler durumları etiketleyebilir.

BS K Sonuç: H, L^2, J^2, J_3 CSCO'dur $\equiv H, U_p, J^2, J_3$ e özdeştir.

$[H, \vec{L}^2] = 0$ bulunduğuna göre, bunu A ve B_i op.'leri üzerinde yeni koşullar elde etmek için kullanırız.

$[H_1, \vec{L}^2] = 0$, A üzerinde yeni bir sınırlama vermez, ancak B_i'yi sınırlar: $0 \equiv [B_k, \vec{L}^2] = \{L_i, [B_k, L_i]\}$

$$= i\,\epsilon_{kij}\{L_i, B_j\}$$

Buradan $B_j = f(\vec{Q}, \vec{P})\, L_j$ sınırlaması çıkar, burada $[f, L_j] = 0$ dır, yani f, L_j'ye göre skaler bir op.'dür. H_1'e spin-yörünge katkısı için $f \propto Q^{-3}$ olduğunu bulacağız.

Baz vektörlerini farklı bir şekilde göstermemize rağmen, bunlar (bir faza kadar) özdeştirler. İki olasılığı ayırt edeceğiz:

(i) $[H_1, H_0] = 0 \quad \dashv \quad [H, H_0] = 0$

(ii) $[H_1, H_0] \neq 0 \quad \dashv \quad [H, H_0] \neq 0$

(i) geçerli ise; (*) baz vektörleri H'nin de özvektörleridir.

ve $H\,|n\ell j j_3\rangle = E_{n\ell j}\,|n\ell j j_3\rangle$

$$E_{n\ell j} = E_n^0 + \epsilon_{n\ell j} \qquad E_n^0 = -\alpha^2/2n^2$$

$$H_1\,|n\ell j j_3\rangle = \epsilon_{n\ell j}\,|n\ell j j_3\rangle$$

(ii) geçerli ise; $|n\ell\, s=1/2\, j j_3\rangle$ ve $|E\,\ell j j_3\rangle$ farklı vektörlerdir. Bu durumda ikincisi, ilkinden pertürbasyon teorisi ile ~~ayırt~~ elde edilir. H'nin özdeğeri için 1. mertebe pertürbasyon terimi $E^{(1)}_{n\ell j}$

$$= E_n^0 + \epsilon^{(1)}_{n\ell j} \qquad \epsilon^{(1)}_{n\ell j} = \langle n\ell j j_3|H_1|n\ell j j_3\rangle$$

BS K

IX.3. İNCE YAPI ETKİLEŞMESİ

H deki ince yapıya katkı,

(i) Elektronun manyetik mom.'i ve elektronun durgun çerçevedeki manyetik alan (proton yükünün hareketi ile bu çerçevede görülen) arasındaki etkileşme

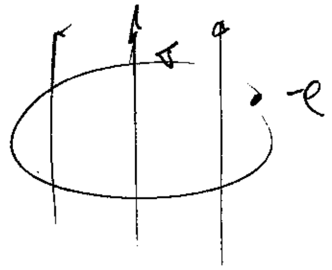
(ii) Elektronun hızı ile kütlesindeki değişimden kaynaklanan.

IX.3.a. Klasik fizikte dönen bir parçacığın manyetik momenti.

$\vec{B}$ manyetik alanında $\vec{m}$ manyetik mom.'li bir dipolün enerjisi

$$E_1^{(m)} = -\vec{m}\cdot\vec{B}$$

elektronun manyetik mom.'i — elektronun durgun çerçevesindeki manyetik alan.



m_e kütleli, $-e$ yüklü $\vec{x}$ konumunda $\vec{v}$ hızı ile hareket eden bir nokta yükün manyetik mom.'i (dipol)

$$\vec{m}^{\,ors} = \frac{1}{2c}(-e)\,\vec{x}\times\vec{v} = -\frac{1}{2m_e c}\,e\,\vec{\ell}$$

(dönen yüklü parçacığın manyetik mom.'i ve spini arasındaki ilişki bu sonuçtan $g_s \cong 2$ çarpanı kadar farklıdır.)

Klasik bir spinning parçacık, iki farklı dinamik değişkenli ($\vec{p}$ ve $\vec{s}$) bir fiziksel sistemdir. $\vec{x}$ konum ile, $\vec{J}$

$$\vec{J} = \vec{\ell} + \vec{s} = \vec{x}\times\vec{p} + \vec{s}$$

Bu klasik parçacığın "intrinsic" özellikleri $-e$ yük ve intrinsic manyetik mom $\vec{m}$'ye sahip oldukları varsayımıdır.

Bir dış $\vec F$ kuvveti verildiğinde, bir $\vec T$ torku etki eder ($\vec F$ Lorentz kuvveti olabilir) ve

$$\vec T = \vec m \times \vec B$$

olabilir. O zaman hareket denklemi

$$\frac{d\vec p}{dt} = \vec F$$

$$\frac{d\vec j}{dt} = \frac{d\vec \ell}{dt} + \frac{d\vec S}{dt} = \vec T_{tot} \quad , \text{burada } \vec T_{tot} = \vec x \times \vec F + \vec T$$

$\vec x \times \vec F = \vec x \times \frac{d\vec p}{dt}$

$\vec \ell = \vec r \times \vec p$

$\frac{d\vec \ell}{dt} = \vec v \times \vec p + \vec r \times \vec F$

(*) $$\frac{d\vec S}{dt} + \cancel{\vec v \times \vec p} = \vec T \Rightarrow \frac{d\vec S}{dt} = \vec T$$

$$\frac{d\vec \ell}{dt} = \vec x \times \vec F$$

$$\frac{d\vec S}{dt} + \underbrace{\frac{d\vec x}{dt} \times \vec p}_{\vec v \times \vec p} + \cancel{\vec x \times \frac{d\vec p}{dt}} = \cancel{\vec x \times \vec F} + \vec T$$

(*) Eğer $\vec p \parallel \vec v \Rightarrow$ Spin ve yörüngesel hareket bağımsızdır (non-relativistik mekanikte $\vec p = m\vec v$'dir)

$$\frac{d\vec S}{dt} = \vec m \times \vec B = \vec T$$

"Intrinsic" magnetik mom.'i olmayan $\vec m = \vec 0$ bir parçacığa sahip olduğumuzu düşünelim; sonuç olarak $\vec T = \vec 0$, yani $\vec T$ parçacığın sahip olduğu intrinsic momente etki eden tork olarak yorumlanır. Ancak, $\vec v \times \vec p \neq 0$ olduğunu varsayalım; yani $\vec p = m\vec v$ ya da spinli parçacıklar için $\vec p = m\vec v/(1-v^2/c^2)^{1/2}$ relativistik bağıntının olmaması. O zaman (*)'dan,

$$\frac{d\vec S}{dt} = -\vec v \times \vec p \qquad \vec m = \vec 0 \text{ için.}$$

Parçacığın düzgün sabit bir $\vec B$ alanında hareket ettiğini varsayalım

$$\vec F = \frac{d\vec p}{dt} = -\frac{e}{c}\, \vec v \times \vec B \quad (L.K.)$$

BS K

Sonuç:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\vec p^{\,2}) = \vec p\cdot\frac{d\vec p}{dt} = -\frac{e}{c}\,\vec p\cdot(\vec v\times\vec B)$$

$\frac{d\vec B}{dt} = 0$ ($\vec B = \vec{sbt}$ varsayılır) ise

$$\frac{d\vec S}{dt} = -\vec v\times\vec p \Rightarrow \frac{e}{c}\frac{d}{dt}(\vec S\cdot\vec B) = \frac{e}{c}\frac{d\vec S}{dt}\cdot\vec B = -\frac{e}{c}(\vec v\times\vec p)\cdot\vec B$$

$$= \frac{e}{c}(\vec p\times\vec v)\cdot\vec B = \frac{e}{c}\,\vec p\cdot(\vec v\times\vec B)$$

son iki denklemi toplarsak,

$$\frac{1}{2}\vec p^{\,2} + \frac{e}{c}\vec S\cdot\vec B = sbt.$$

parçacığın sbt. bir kütlesi varsa ve $\vec\mu \equiv -\frac{e}{m_e c}\vec S$ tanımlarsak

$$\frac{\vec p^{\,2}}{2m_e} - \vec\mu\cdot\vec B = sbt.$$

yazarız. $\Rightarrow$ Hareket Sbt.'i $\equiv$ K.E $+$ $(-\vec\mu\cdot\vec B)$.

Eğer elektron $-e$ yüklü ve "intrinsic" manyetik mom.'i olmayan kuantum mekaniksel bir parçacık ise

$\vec\mu = -\frac{e}{m_e c}\vec S$'ye benzer olarak manyetik mom. op.'ü

$$\vec M_s = -\frac{e}{m_e c}\vec S = -g_s\frac{e}{2m_e c}\vec S$$

ile verilmelidir.

$$g_s = 2\left(1+\frac{\alpha}{2\pi} - 0.328\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2\right)$$

QED'in radiatif düzeltmeleri

$\alpha = e^2/\hbar c$

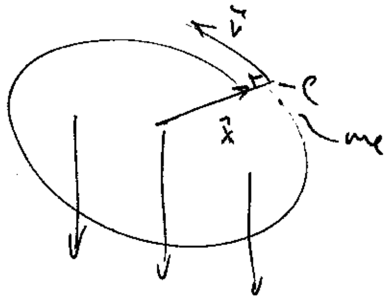
← deneysel sonuçlarıyla

BS K

IX.3b Spin-yörünge etkileşme terimi:

Proton etrafında elektron ile hareket eden bir koordinat sist.'i alalım. Bu sistemde elektron durgun, proton $\vec v$ hızı ile hareket eder. Bu hareket bir akım doğurur ve Biot–Savart yasasına göre bu da

$$\vec B(\vec x) = (+e)\,\frac{\vec v \times \vec x}{c r^3}$$



manyetik alanını doğurur.

$$\vec l = \vec x \times (-m_e \vec v)$$

$$\Rightarrow \vec B = \frac{e}{m_e c r^3}\,\vec l \quad \text{olur.}$$

(relativistik etkiler yok!) Bu alanda manyetik moment'in enerjisi

$$E_1^{(m)}\Big|_{r.f.} = -\frac{e}{m_e c}\,\frac{1}{r^3}\,\vec l \cdot \vec m_s \qquad (-\vec m_s \cdot \vec B)$$

(rotating frame.)

Çerçeve dönerse 1/2 çarpanı gelir (Thomas precession)

$$E_1^{(m)} = -\frac{e}{2 m_e c}\,\frac{1}{r^3}\,\vec l \cdot \vec m_s$$

Q.M.'sel eşdeğeri

$$\rightarrow H_1^{(m)} = +g_s\,\frac{e^2}{4 m_e^2 c^2}\,\frac{1}{R^3}\,\vec L \cdot \vec S = \frac{1}{2}\,\frac{e^2}{m_e^2 c^2}\,L_i S_i \quad (\text{cgs})$$

$$= g_B \mu_B^2\,\frac{1}{R^3}\,L_i S_i \quad (\hbar = 1)$$

$$\vec J = \vec L + \vec S \Rightarrow \vec J^2 = \vec L^2 + \vec S^2 + 2\,\vec L \cdot \vec S$$

BS K

$$\vec{S}^2 |n\ell j j_3\rangle = s(s+1)|n\ell j j_3\rangle = \frac{3}{4}|n\ell j j_3\rangle$$

$$H_1^{(m)} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{m_e^2 c^2}\frac{1}{Q^3}\frac{1}{2}\left(\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \frac{3}{4}I\right)$$

IX. 3c Kinematik Düzeltme Terimi:

Relativistik kütle etkisinden gelen katkı:

○ $k.E = p_0 = \left[(m_e c^2)^2 + c^2 p^2\right]^{1/2}$

$$= m_e c^2\left[1 + (p/m_e c)^2\right]^{1/2} = m_e c^2\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{p}{m_e c}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{p}{m_e c}\right)^4 + \cdots\right.$$

$$= m_e c^2 + \frac{p^2}{2m_e} - \frac{1}{2}\left(\frac{p^2}{2m_e}\right)^2\frac{1}{m_e c^2} + \cdots$$

sıfırlalım!

$$E_{kin} = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{1}{2}\left(\frac{p^2}{2m_e}\right)^2\frac{1}{m_e c^2}$$

○ Q.M. $p_i \to P_i$

$$H_1^{(k)} = -\frac{1}{2m_e c^2}\left(\frac{P^2}{2m_e}\right)^2 = -\frac{1}{2m_e c^2}\left(H_0 + \frac{e^2}{Q}\right)^2$$

Top. enerji op.'ü $:\Rightarrow$ $H = H_0 + H_1^{(m)} + H_1^{(k)}$

IX. 4. ATOMIK SPEKTRUMUN İNCE YAPISI.

$H_1 = H_1^{(m)} + H_1^{(k)}$, $\quad Q^k \quad (k=-1,-2,-3)$ içerdiğinden

$[H_1, H_0] \neq 0$ olur.

$|n\ell j j_3\rangle \rightarrow$ fiziksel özvektörler değil.

$E^{(1)}_{n\ell j} \rightarrow$ ilk yaklaşım.

Matris elemanları :

$$\langle n\ell j j_3 | H_1^{(m)} | n\ell j j_3\rangle = \frac{e^2}{2m_e^2c^2} \langle n\ell j j_3 | Q^{-3} | n\ell j j_3\rangle$$

$$\times \begin{cases} \ell/2 & j = \ell + 1/2 \\ -(\ell+1)/2 & j = \ell - 1/2 \end{cases}$$

çünkü:

$$\frac{1}{2}\left(\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \frac{3}{4} I\right) |n\ell j j_3\rangle = \frac{1}{2}\left[j(j+1) - \ell(\ell+1) - \frac{3}{4}\right] |n\ell j j_3\rangle$$

$$= \left\{ \begin{matrix} \ell & \ell + 1/2 = j \\ -(\ell+1) & \ell - 1/2 = j \end{matrix} \right\} \times \frac{1}{2} |n\ell j j_3\rangle$$

Diğer baza göre;

$$\langle n\ell j j_3 | Q^{-3} | n\ell j j_3\rangle = \sum_{\ell_3' s_3'} \sum_{\ell_3 s_3} \langle j j_3 | \ell \ell_3 \, s = \tfrac{1}{2} \, s_3\rangle \langle \ell \ell_3' \, s = 1/2 \, s_3' | j j_3\rangle$$

$$\langle s_3 | s_3'\rangle \underbrace{\langle n\ell\ell_3 | Q^{-3} | n\ell\ell_3'\rangle}_{\delta_{\ell_3 \ell_3'} \langle n\ell | Q^{-3} | n\ell\rangle}$$

BS K

$$\langle n\ell\, j j_3 | Q^{-3} | n\ell\, j j_3\rangle = \langle n\ell | Q^{-3} | n\ell\rangle$$

$$\langle n\ell\, j j_3 | H_1^{(m)} | n\ell\, j j_3\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{m_e c}\right)^2 e^2\, \frac{m_e^3 e^6}{1}\, \frac{1}{n^3 (\ell+1)(\ell+\frac{1}{2})}$$

$$\times\ \frac{1}{2}\begin{cases} \ell & \ell+1/2=j \\ -(\ell+1) & \ell-1/2=j \end{cases}$$

$$E_n^0 = -\frac{m_e e^4}{1}\,\frac{1}{2n^2} = -\left(\frac{e^2}{c}\right)^2 m_e c^2\, \frac{1}{2n^2}$$ kullanılırsa

$$\langle n\ell\, j j_3 | H_1^{(m)} | n\ell\, j j_3\rangle = -E_n^{(0)}\left(\frac{e^2}{c^2}\right)^2 \frac{1}{n(2\ell+1)}\begin{cases} 1/(\ell+1) & j=\ell+1/2 \\ -1/\ell & j=\ell-1/2 \end{cases}$$

— — — — —

$H_1^{(k)}$'nın matris elemanı:

$$\langle n\ell\, j j_3 | H_1^{(k)} | n\ell\, j j_3\rangle = -\frac{1}{2m_e c^2}\Big\{ \left(E_n^{(0)}\right)^2 + 2E_n^0 e^2 \langle n\ell | Q^{-1} | n\ell\rangle$$
$$+\, e^4 \langle n\ell | Q^{-2} | n\ell\rangle \Big\}$$

$$= -E_n^0 \left\{ -\left(\frac{e^2}{c^2}\right)^2 \frac{1}{4n^2} + \frac{2e^2}{2m_e c^2}\,\frac{m_e c^2}{1}\,\frac{1}{n^2} + \frac{e^4 m_e^2 e^2}{2m_e c^2 E_n^0}\,\frac{1}{(\ell+\frac{1}{2})\, n^3} \right\}$$

$$= -E_n^0 \left(\frac{e^2}{c^2}\right)^2 \left\{ -\frac{1}{4n^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n(\ell+1/2)} \right\}$$

$$= -E_n^0 \left(\frac{e^2}{c^2}\right)^2 \frac{1}{n^2} \left\{ \frac{3}{4} - \frac{n}{(\ell+1/2)} \right\}$$

BS K

İnce Yapı etkileşme terimi:

$$\langle n\ell j j_3 | H_1 | n\ell j j_3 \rangle = -E_n^0 \left(\frac{e^2}{c^2}\right)^2 \frac{1}{n^2}\left(\frac{3}{4} - \frac{n}{j+1/2}\right)$$

$H = H_0 + H_1$ 'in matris elemanı:

$$E_{n\ell j} = \langle n\ell j j_3 | H | n\ell j j_3 \rangle = E_n^0 \left[1 + \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2 \frac{1}{n^2} \left(\frac{n}{j+1/2} - \frac{3}{4}\right)\right]$$

İnce yapı yarılması.

$\alpha^2 = (e^2/\hbar c)^2 \approx (1/137)^2 \to E_n^0$ 4. mertebeye kadar küçük.

$n(\ell)^j$: $\ell = 0, 1, 2, \ldots$
$s \quad p \quad d$

$\downarrow$

$2P^{1/2}$: $n=2$, $\ell=1$, $j=1/2$

$2P^{3/2}$: $n=2$ $\ell=1$ $j=3/2$

$2S^{1/2} - 2P^{1/2}$
$3P^{3/2} - 3D^{3/2}$ } aynı j farklı ℓ'ler arasındaki yarılmalar $\rightarrow$ Lamb kayması.

BS K

IX.5. Seçim Kuralları:

Q_i has vektör op.'dür ve şu bağıntıları sağlar:

$$[L_i, Q_j] = i\epsilon_{ijk} Q_k$$

$$[J_i, Q_j] = i\epsilon_{ijk} Q_k \qquad U_P Q_i U_P^{-1} = -Q_i$$

$|n\ell j j_3\rangle$ fiziksel durumları arasındaki dipol geçişleri için seçim kuralları:

1) $\langle n'\ell' j' j_3' | Q_i | n\ell j j_3\rangle = 0$ $\quad j' = j+1$ ya da $j-1$ olmadıkça.

2) 〃 $= 0$ $\quad \pi(\ell)\pi(\ell') = -1$ olmadıkça.

$$\pi(\ell) = (-1)^\ell$$

(1) den ve $j' = \ell' \pm \frac{1}{2}$ ve $j = \ell \pm \frac{1}{2}$ den

$\ell' = \ell+2, \ell+1, \ell, \ell-1, \ell-2$ olmadıkça matris elemanı $\to 0$.

(2) $\to = 0$ $\quad \ell' = \ell \pm 1$ olmadıkça.

BS K