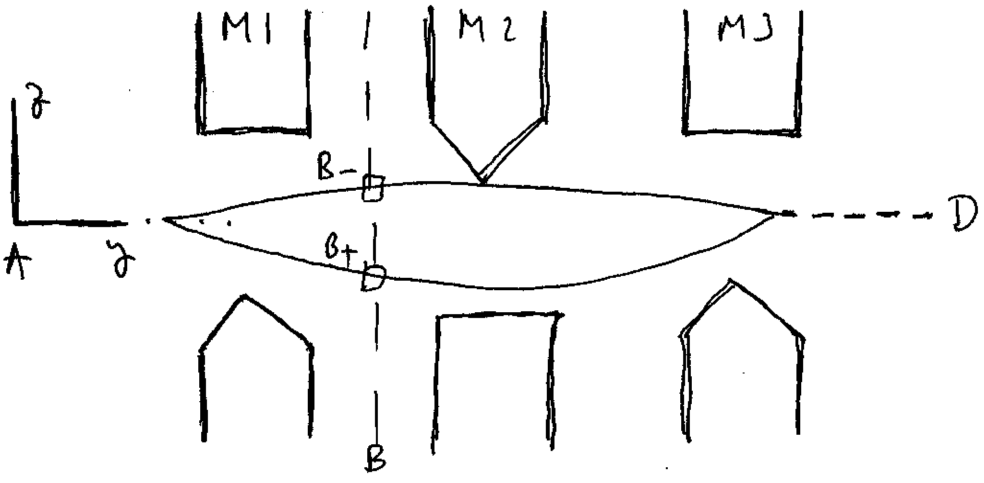
XIII. ~~KUANTUM MEKANİĞİNİN TEMEL ÖZELLİKLERİ~~

XIII.1. ~~Ölçüm Sürecini ve Dinamik~~ Yasa ile ~~Durum Değişimi~~ ~~Ölçümle Gözlenen Değişimi~~

Bir evvelki bölümde bir sistemin durumunun zamanla nasıl değiştiğini ve bir gözlenebilirin dinamik yasanın bir sonucu olarak zamanla nasıl değiştiğini formüle ettik. Bu değişim tamamen deterministik idi. Yani gözlenebilir (ya da durum) bir zamanda biliniyor ise diğer zamanlarda da öngörülebilir. II. Bölümde ise diğer bir çeşit zamanla değişimi tarif etmiştik, bu bir ölçümle durum değişimi idi. Bu ölçüm prosesi ise deterministik değil sonuçları itibari ile sadece probabilistik öngörüler yapılabilen bir değişim'dir.

Stern-Gerlach Denesi:



Taban durumunda H. { Fiziksel sist I. 1/2 açısal mom.'lu elementer rotator (spinning electron)
Fiziksel sist II. yapısız H atomu.

I sisteminin fiziksel durumlar uzayı 2 boyutlu spin uzayı'dır.

$$\mathcal{H}_I = \eta^S = \mathcal{R}^{1/2}$$

$\mathcal{H}_I$ için baz olarak, $\vec{B}$ doğrultusunda S_3 spin bileşeninin $|+\rangle$ ve $|-\rangle$ özvektörlerini seçeriz.

$$S_3 |+\rangle = +\frac{1}{2}|+\rangle \qquad S_3|-\rangle = -\frac{1}{2}|-\rangle$$

Bu sistemin magnetik momenti

$$\vec{M} = -2 \cdot \frac{e}{2m_e c}\vec{S} = -2\mu_B \vec{S}$$

* I sist.'inin enerji op.'ü bir sabittir ve bu sabiti 0 seçeriz.

* II. sist.'inin fiziksel durumlar uzayı; $\vec{P}$'nin genelleştirilmiş $|\vec{p}\rangle$ özvektörleri ve $\vec{Q}$'nun genelleştirilmiş $|x\rangle$ tarafından gerilen $\mathcal{H}_{II}$ uzayı'dır. $\vec{Q}$ ve $\vec{P}$'ler H atomunun bir bütün olarak ele alınmasındaki konum ve mom.'dır.

Sist. II için enerji op.'ü

$$H_{II} = P^2/2M \quad \text{H kütlesi.}$$

I ve II. Sist.'ler $\vec{B}$ dış magnetik alan ile bağlanırlar, bu bağlanmayı temsil eden etkileşme op.'ü,

$$H_{int} = -\vec{M}\cdot\vec{B} = -\underbrace{(\vec{M}\otimes I)}_{\mathcal{R}^{1/2}}\cdot\underbrace{(I\otimes\vec{B})}_{\mathcal{H}_{II}}$$

$$= 2\mu_B S_3 B_3(\vec{Q}) = 2\mu_B S_3 B_3(Q_3)$$

BS K

Bu iki sist.'in fiziksel bileşiminin enerji op.'ü

$$H = H_I + H_{II} + H_{int}$$

$$= \frac{1}{2M}\vec{P}^2 + 2\mu_B\,\vec{S}\cdot\vec{B}(Q) = \frac{\vec{P}^2}{2M} + 2\mu_B\,S_3\,B_3(Q_3)$$

Bunu yazarken şunları ihmal ettik.

1.) protonun magnetik mom.'i

2.) $\vec{B}$'nin elektron–proton etkileşmesine etkisi

3.) Bir bütün olarak H atomunun konumu ve elektron konumu arasındaki fark.

Yukarıdaki $\mathcal{H}_{II}$ uzayı yerine, $\mathcal{H}_{II}' = \mathcal{H}_{II}\otimes\mathcal{R}$ alınmalıdır; burada $\mathcal{R}$, Kepler problemi için durumlar uzayıdır. Ancak biz H atomunun taban durumunda tuttuğumuzdan [yani $\mathcal{R}(n=1) \subset \mathcal{R}$ tek boyutlu alt uzayda] sist II için durumlar uzayı $\mathcal{H}_{II}\otimes\mathcal{R}(n=1) \rightarrow \mathcal{H}_{II}$'dir.

Deneysel düzenek şöyledir: $t=0$ da H atomları pulsu A noktasında magnetik alana girer, ve y doğrultusunda $\tilde{p}$ ort. mom.'u ile hareket eder. ideal olarak bu deneyde II sist.'i saf durum hazırlanmış varsayılıyor. $(|\psi_0\rangle\langle\psi_0|)$

Durum vektörü (istatiksel op.) tarafından tasvir edilen bu durum:

tüm $t \geq 0$ zamanları için Heisenberg resmin'de,

$$|\psi_0\rangle \qquad (W_{II} = |\psi_0\rangle\langle\psi_0|)$$

$t=0$ anında Schrödinger resminde,

$$|\psi_0\rangle \qquad (W_{II}(0) = |\psi_0\rangle\langle\psi_0|)$$

BS K

* Eğer demet A noktasına erişmeden önce polarize edilir ise, sist. I

$$W_I = |\phi\rangle\langle\phi| \qquad |\phi\rangle = \alpha|+\rangle + \beta|-\rangle \quad (\alpha,\beta \in \mathbb{C})$$

istatiksel op.'ü ile saf bir durumda olabilir. (Bu $|\phi\rangle$ durumu α ve β'nın seçimi ile belirlenen bazı $\hat{n}$ doğrultusu için $\hat{n}\cdot\vec{S}$ nin bir özdurumu olacaktır.) Değişik olarak sist. I. karışım olabilir, yani

$$W_I = \frac{1}{2}\left(|+\rangle\langle+| + |-\rangle\langle-|\right) = \frac{1}{2} I$$

burada I, $\mathcal{H}_I = \mathbb{C}^2$ uzayında özdeşlik op.'üdür. Birleşik fiziksel sist.'in durumu,

$$W = W_I \otimes W_{II} \quad \text{ya da} \quad |\chi\rangle = |\phi\rangle \otimes |\psi_0\rangle$$

ile tasvir edilir.

$\vec{P}$ ve $\vec{Q}$ için Heisenberg hareket denklemleri:

$$\frac{d\vec{Q}(t)}{dt} = \frac{1}{i}\left[\vec{Q}(t), H(t)\right] = \frac{1}{M}\vec{P}(t)$$

$$\frac{d\vec{P}(t)}{dt} = \frac{1}{i}\left[\vec{P}(t), H(t)\right] = \frac{1}{i} 2\mu_B S_3 \left[\vec{P}(t), B_3(Q_3(t))\right]$$

$$= \left(0, 0, -2\mu_B S_3 \frac{\partial B_3}{\partial Q_3(t)}\right)$$

BS K

II

Sist. I in $|+\rangle$ ya da $|-\rangle$ spin durumunda olduğu hali inceleyelim; Öyle ki bileşik sist.'in durumu

$$|\chi\pm\rangle \equiv |\pm\rangle \otimes |\phi_0\rangle$$

dır. Bu durumlarda mom. operatörünün beklenen değerinin hareketi,

$$\frac{d}{dt}\langle \chi\pm|\vec{P}(t)|\chi\pm\rangle = \Big(0, 0, -2\mu_B \langle\pm|S_3|\pm\rangle$$
$$\cdot \langle\phi_0|\partial B_3/\partial Q_3(t)|\phi_0\rangle\Big)$$

$$= \left(0, 0, \mp\mu_B \langle\phi_0|\partial B_3/\partial Q_3(t)|\phi_0\rangle\right)$$

Böylece, durumun spini $+ \equiv \uparrow$ ise, o zaman mom.'un z-bileşeninin beklenen değerinin zaman gelişimi

$$\frac{d}{dt}\langle\chi\pm|P_3(t)|\chi\pm\rangle = \mp\mu_B \langle\phi_0|\partial B_3/\partial Q_3(t)|\phi_0\rangle$$

$$= \mp\mu_B \int d^3x \frac{\partial B_3}{\partial x_3}\langle\phi_0\underbrace{|\vec{x}t\rangle\langle\vec{x}t|}_{H.P}\phi_0\rangle \qquad (1.15\pm)$$

burada $|\vec{x}t\rangle$, $\vec{Q}$'nun H.P.'da zaman bağımlı özvektörleri'dir. Basitlik için;

$$\partial B_3/\partial x_3 = sbt > 0$$

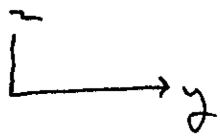
varsayalım. O zaman,

$$\frac{d}{dt}\langle\chi\pm|P_3(t)|\chi\pm\rangle = \mp K\langle\phi_0|\phi_0\rangle = \mp K \qquad (1.17\pm)$$

$$K = \mu_B\, \partial B_3/\partial x_3$$

BS K

Başlangıç koşulu: $t=0$ da parçacık,



$$\langle \chi\pm|\,\vec{P}(t=0)\,|\chi\pm\rangle = (0,\tilde{p},0)$$

mom.'una sahip ise, (1.17±) integre edilebilir; t anında mom. op.'nun beklenen değeri

$$\langle \chi\pm|\,\vec{P}(t)\,|\chi\pm\rangle = (0,\tilde{p},\mp\kappa t) \qquad 1.19\pm$$

1.11.'in beklenen değerini $|\chi\pm\rangle$ arasında alır, 1.19± ile birlikte $\langle \chi\pm|\,\vec{Q}(t=0)\,|\chi\pm\rangle = 0$ başlangıç koşulunu kullanırsak, o zaman konum op.'unun beklenen değeri

$$\langle \chi\pm|\,\vec{Q}(t)\,|\chi\pm\rangle = \frac{1}{M}\left(0,\tilde{p}t,\mp\kappa t^2/2\right) \qquad 1.20\pm$$

olur. Böylece konum op.'nun beklenen değeri parabolik bir yörünge üzerinde hareket eder.

<u>SP de aynı durum:</u>

$t=0$ da durum,

A

$$|\chi\pm(t=0)\rangle = |\chi\pm\rangle = |\pm\rangle\otimes|\psi_0\rangle$$

ile verilir; bu, A konumunda yukarı spin (aşağı spin) li H atomları pulsunu taşır. Bu durumda zaman gelişimi

$$|\chi\pm(t)\rangle = U^{\dagger}(t)\left(|\pm\rangle\otimes|\psi_0\rangle\right) = e^{-it(H_{\parallel}+2\mu_B S_3 B_3)}\left(|\pm\rangle\otimes|\psi_0\rangle\right)$$

$$= e^{-it(H_{\parallel}\pm\mu_B B_3)}\left(|\pm\rangle\otimes|\psi_0\rangle\right)$$

$$= |\pm\rangle\otimes e^{-it(H_{\parallel}\pm\mu_B B_3)}|\psi_0\rangle$$

BS K

Böylece magnetik alan içerisinde, yukarı spinli saf başlangıç durumu

$$|\chi_+(t)\rangle = |+\rangle \otimes e^{-it(H_{\parallel} + \mu_B B_3)} |\psi_0\rangle = |+\rangle \otimes |\psi_+(t)\rangle \qquad 1.23_+$$

ya göre, aşağı spinli saf durum,

$$|\chi_-(t)\rangle = |-\rangle \otimes e^{-it(H_{\parallel} - \mu_B S_3)} |\psi_0\rangle = |-\rangle \otimes |\psi_-(t)\rangle \qquad 1.23_-$$

ye göre hareket edecektir. $1.23^{\pm}$ de

$$|\psi_{\pm}(t)\rangle = e^{-it(H_{\parallel} \pm \mu_B S_3)} |\psi_0\rangle$$

$$\left.\begin{array}{lll} \underline{S.P}: & \vec{P}, \vec{Q} & ; \ |\chi_{\pm}(t)\rangle \\ \underline{H.P}: & \vec{P}(t), \vec{Q}(t) & ; \ |\chi_{\pm}\rangle \end{array}\right\} \text{bunları birleştiren bağıntılar}$$

$$\vec{P} = \vec{P}(t=0) = U^{+}(t)\,\vec{P}(t)\,U(t) \qquad a$$

$$\vec{Q} = \vec{Q}(t=0) = U^{+}(t)\,\vec{Q}(t)\,U(t) \qquad b \quad (1.25)$$

$$|\chi_{\pm}(t)\rangle = U^{+}(t)\,|\chi_{\pm}\, t=0\rangle = U^{+}(t)\,|\chi_{\pm}\rangle \qquad c$$

burada

$$U(t) = e^{itH} = e^{it(H_{\parallel} + 2\mu_B S_3 B_2(Q_3))}$$

1.14 'ün S.P. benzeri:

$$\frac{d}{dt}\langle \chi\pm(t)|\, P_3\, |\chi\pm(t)\rangle = \frac{d}{dt}\langle \chi\pm|\, P_3(t)\, |\chi\pm\rangle$$

$$= \langle \chi\pm|\, \frac{dP_3(t)}{dt}\, |\chi\pm\rangle = \langle \chi\pm|\, -2\mu_B S_3 \frac{\partial B_3}{\partial Q_3(t)}\, |\chi\pm\rangle$$

$$= -2\mu_B \langle \chi\pm|\, e^{it(H_{\parallel}+2\mu_B S_3 B_3)} S_3 \frac{\partial B_3}{\partial Q_3} e^{-it(H_{\parallel}+2\mu_B S_3 B_3)}\, |\chi\pm\rangle$$

$$= -2\mu_B \langle \chi\pm|\, e^{it(H_{\parallel}\pm\mu_B B_3)} S_3 \frac{\partial B_3}{\partial Q_3} e^{-it(H_{\parallel}\pm\mu_B B_3)}\, |\chi\pm\rangle$$

$$= -2\mu_B \langle \pm|\, S_3\, |\pm\rangle \langle \psi_0|\, e^{it(H_{\parallel}\pm\mu_B B_3)} \frac{\partial B_3}{\partial Q_3} e^{-it(H_{\parallel}\pm\mu_B B_3)}\, |\psi_0\rangle$$

$$= \mp\mu_B \langle \psi\pm(t)|\, \frac{\partial B_3}{\partial Q_3}\, |\psi\pm(t)\rangle$$

[1.5'in H'si için $[S_3, H]=0$ 'dır; böylece $\langle\pm|S_3|\pm\rangle$ matris elemanı zamandan bağımsızdır..]

1.16'dan,

$$\langle \psi\pm(t)|\, \frac{\partial B_3}{\partial Q_3}\, |\psi\pm(t)\rangle = \int d^3x\, \frac{\partial B_3}{\partial x_3} \langle \psi\pm(t)|\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|\psi\pm(t)\rangle$$

$$= \frac{\partial B_3}{\partial x_3} \langle \psi\pm(t)|\psi\pm(t)\rangle = \frac{\partial B_3}{\partial x_3}$$

Sonuç olarak,

$$\frac{d}{dt}\langle \chi\pm(t)|\, \vec{P}\, |\chi\pm(t)\rangle = \left(0, 0, \mp\mu_B \frac{\partial B_3}{\partial x_3}\right) = (0, 0, \mp k)$$

BS K

1.11 'in beklenen değeri,

$$\frac{d}{dt}\langle \chi\pm|\vec{Q}(t)|\chi\pm\rangle = \frac{1}{M}\langle\chi\pm|\vec{P}(t)|\chi\pm\rangle$$

kolayca S.P. benzerine dönüşür:

$$\frac{d}{dt}\langle\chi\pm(t)|\vec{Q}|\chi\pm(t)\rangle = \frac{1}{M}\langle\chi\pm(t)|\vec{P}|\chi\pm(t)\rangle$$

1.26 ve 1.27 denklemleri,

$$\langle\chi\pm(t=0)|\vec{P}|\chi\pm(t=0)\rangle = (0,\tilde{p},0)$$

$$\langle\chi\pm(t=0)|\vec{Q}|\chi\pm(t=0)\rangle = (0,0,0)$$

başlangıç koşulları ile birlikte (1.20±)'i S.P. benzerine götürür:

$$\vec{X}_\pm(t) \equiv \langle\chi\pm(t)|\vec{Q}|\chi\pm(t)\rangle = \frac{1}{M}\left(0,\tilde{p}t,\mp k t^2/2\right) \qquad 1.28\pm$$

Konum için olasılık dağılımı,

$$I\otimes|\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|$$

op.'nün beklenen değeridir. Konum ölçümünde $(\vec{x}-\vec{\epsilon},\vec{x}+\vec{\epsilon})$ hacminde bir değer elde etme olasılığı

$$I\otimes\Lambda(\vec{x},\vec{\epsilon}) = I\otimes\int_{\vec{x}-\vec{\epsilon}}^{\vec{x}+\vec{\epsilon}} d^3x'\,|\vec{x}'\rangle\langle\vec{x}'|$$

izdüşüm op.'nün beklenen değeridir. Böylece $|\chi_+(t)\rangle = |+\rangle\otimes|\psi_+(t)\rangle$ durumunda konum olasılık dağılımı,

$$w_+(t) = \langle+|+\rangle\langle\psi_+(t)|\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|\psi_+(t)\rangle$$

$$= \langle\psi_+(t)|\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|\psi_+(t)\rangle \qquad 1.30+$$

ile verilir.

Özellikle, t anında $(\vec{x}-\vec{\epsilon}, \vec{x}+\vec{\epsilon})$ hacminde bir değer elde etme olasılığı,

$$W_+(\vec{x}-\vec{\epsilon}, \vec{x}+\vec{\epsilon}, t) = \int_{\vec{x}-\vec{\epsilon}}^{\vec{x}+\vec{\epsilon}} d^3x' \langle \psi_+(t) | \vec{x}' \rangle \langle \vec{x}' | \psi_+(t) \rangle \qquad 1.31+$$

dır. Olasılık dağılımı zamanla hareket eder. $W_+(\vec{x},t)$'nin tam hareketi, $\langle \vec{x} | \psi_+(t) \rangle$ için S. denklemi çözülerek elde edilebilir.

$W_+(\vec{x},t)$ nasıl hareket eder:

$t=0$ da $W_+(\vec{x}-\vec{\epsilon}, \vec{x}+\vec{\epsilon}, t)$ ve $W_+(\vec{x},t)$ $A=(0,0,0)$ noktası civarındaki küçük bir hacim hariç her yerde esas olarak sıfır'dır. A'dan itibaren, puls (1.28+) ile verilen alt parabol boyunca hareket eder; $t_B = M y_B/\tilde{p}$ anında, $W_+(\vec{x},t)$, $B_+(0, \tilde{p} t_B/M, -k t_B^2/2M)$ noktası civarında küçük bir hacim hariç heryerde sıfırdır.

Benzer şekilde;

$$W_-(\vec{x},t) = \langle \psi_-(t) | \vec{x} \rangle \langle \vec{x} | \psi_-(t) \rangle \qquad 1.30-$$

olasılık dağılımı ve, sist.'i $(\vec{x}-\vec{\epsilon}, \vec{x}+\vec{\epsilon})$ hacminde bulma olasılığı,

$$W_-(\vec{x}-\vec{\epsilon}, \vec{x}+\vec{\epsilon}, t) = \int_{\vec{x}-\vec{\epsilon}}^{\vec{x}+\vec{\epsilon}} d^3x' \langle \psi_-(t) | \vec{x}' \rangle \langle \vec{x}' | \psi_-(t) \rangle,$$

$|\chi_-(t)\rangle = |-\rangle \otimes |\psi_-(t)\rangle$ durumu için olanlar'dır: bu durum A da aşağı spinli saf bir durum idi. O zaman $W_-(\vec{x},t)$ ve $W_-(\vec{x}-\vec{\epsilon}, \vec{x}+\vec{\epsilon}, t)$, (1.28.−) üst parabolü boyunca hareket eder ve t_B anında $B_- = (0, \tilde{p} t_B/M, +k t_B^2/2M)$ noktası civarında önemli olarak sıfırdan farklıdır.

Bu olgular bize şu ölçmeyi yapmaya olanak verir:

Sist II gözlenebilir $\vec{Q}$'yu ölçerek kutuplanmanın bir ölçümü (sist I gözlenebilir S_3 ün bir ölçümü). B'ye bir dedektör plakası yerleştirirsek, (A dan $y_B = \vec{p}\, t_B / M$ uzaklığında) şu koşul ile $B\pm$ da H atomlarının varlığını kaydedecektir.

$A = (0,0,0)$ da sadece

saf spin yukarı durum: $|\chi_+ (t=0)\rangle = |+\rangle \otimes |\psi_0\rangle$ ya da

" " aşağı " : $|\chi_- (t=0)\rangle = |-\rangle \otimes |\psi_0\rangle$

ile sağlanır ise, karşılıklı olarak

$$B_+ = \left(0, \breve{p}\, t_B / M, -\mu t_B^2 / 2M\right) \quad \text{ya da}$$

$$B_- = \left(0, \breve{p}\, t_B / M, +\mu t_B^2 / 2M\right) \quad \text{ye varır.}$$

Böylece, sist II üzerinde $z = z_+(t_B) = -\mu t_B^2 / 2M$ sonuçlu Q_3'ün ölçümü, sist I " $S_3 = +1/2$ sonuçlu S_3'ün bir ölçümü oluşturulur, ve sist II üzerinde $z = z_-(t_B) = +\mu_B t^2/2M$ sonuçlu Q_3'ün ölçümü, sis. I " $S_3 = -1/2$ sonuçlu S_3'ün bir ölçümü oluşturulur.

Şimdi sist. I'in 1.9 karışım durumunda olduğu seçeneğe bakalım: Burada $|+\rangle\langle +|$ ve $|-\rangle\langle -|$ projektörlerinin önündeki $1/2$ katsayılar sist. I'in ya $|+\rangle$ ya da $|-\rangle$ durumlarında olma eşit öncel olasılıklarını temsil eder.

$t=0$ da demet $W(0) = W_I(0) \otimes W_{II}(0)$ ist. op.'ü ile tasvir edilir:

$$W(0) = \left(\frac{1}{2}|+\rangle\langle +| + \frac{1}{2}|-\rangle\langle -|\right) \otimes |\psi_0\rangle\langle \psi_0|$$

BS K

$$= \frac{1}{2}\, |+\rangle \otimes |\psi_0\rangle \langle +| \otimes \langle \psi_0| + \frac{1}{2}\, |-\rangle \otimes |\psi_0\rangle \langle -| \otimes \langle \psi_0|$$

$$= \frac{1}{2}\, |\chi_+(0)\rangle \langle \chi_+(0)| + \frac{1}{2}\, |\chi_-(0)\rangle \langle \chi_-(0)|$$

W'nin zaman gelişimi,

$$W(t) = \frac{1}{2}\, |+\rangle \otimes |\psi_+(t)\rangle \langle +| \otimes \langle \psi_+(t)|$$

$$+ \frac{1}{2}\, |-\rangle \otimes |\psi_-(t)\rangle \langle -| \otimes \langle \psi_-(t)|$$

$$= \frac{1}{2}\, |\chi_+(t)\rangle \langle \chi_+(t)| + \frac{1}{2}\, |\chi_-(t)\rangle \langle \chi_-(t)|$$

Konum için $\vec{w}(\vec{x},t) = \mathrm{Tr}\left((I \otimes |\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|)\, W(t) \right)$ olasılık dağılımı,

$$w(\vec{x},t) = \frac{1}{2}\, \langle \vec{x} | \psi_+(t)\rangle \langle \psi_+(t) | \vec{x}\rangle + \frac{1}{2} \langle \vec{x} | \psi_-(t)\rangle \langle \psi_-(t) | \vec{x}\rangle$$

$$= \frac{1}{2}\, w_+(\vec{x},t) + \frac{1}{2}\, w_-(\vec{x},t)$$

Böylece polarize olmamış demet iki demete ayrılır. Bu Stern_Gerlach deneyinde gözlenmiştir. Düşünce deneyi olarak ilk magnetik ayırma etkisini yok etmek için 2. ve 3. magnetleri ekleyelim. t_D zaman sonra D'de $t=0$ da A'daki aynı durumu elde ederiz. (1.32 deki dönüşüm) Eğer bu puls şimdi x doğrultusunda magnetik alan olan ikinci bir S-G aletinden geçirilirse, iki demete ayrılır. Bu W_1 aşağıdaki gibi yazılarak kolayca görülür:

$$W_1 = \frac{1}{2} I = \frac{1}{2}\, |S_1 = +1/2\rangle \langle S_1 = +1/2| + \frac{1}{2} |S_1 = -1/2\rangle\langle S_1 = -1/2|$$

$$S_1\, |S_1 = \pm 1/2\rangle = \pm 1/2\, |S_1 = \pm 1/2\rangle$$

BS K

bağıntısını sağlayan baz vektörler'dir; O zaman yukarki tartışmalar, z bileşeni x ile değiştirilerek tekrar edilir.
Şimdi A dalı durumun saf olduğu halde S-G deneyini analiz edeceğiz.; Saf durum z doğrultusundan başka herhangi bir $\hat{n}$ doğrultusunda polarize olsun. (mesela $\hat{x}$) t=0 da durum o zaman

$$W(0) = |\chi(0)\rangle\langle\chi(0)| = |\phi\rangle\langle\phi| \otimes |\varphi_0\rangle\langle\varphi_0|$$

istatiksel op.'ü ya da

$$|\chi(0)\rangle = |\phi\rangle \otimes |\varphi_0\rangle = \alpha|+\rangle \otimes |\varphi_0\rangle + \beta|-\rangle \otimes |\varphi_0\rangle$$

vektörü ile taşınır edilir. Burada $|\phi\rangle$ 1.8 ile verilir. Bu durumun zaman içindeki gelişimi,

$$|\chi(t)\rangle = \alpha|+\rangle \otimes |\varphi_+(t)\rangle + \beta|-\rangle \otimes |\varphi_-(t)\rangle \qquad 1.29.$$

Üniter zaman gelişiminde saf bir durum saf bir duruma gider. Sist. magnetik alandan geçerken saf bir durumda kalacaktır: iki alt topluluğa ayrılma yoktur. Demet D'ye vardığında A dalı katıplanmaya sokuştu.

Şimdi B de bu saf durum üzerinde konum ölçümü yapıldığını varsayalım.; B'ye ölçü aleti yerleştirilir. $\vec{x}$ civarında $(\vec{x}-\vec{\epsilon}, \vec{x}+\vec{\epsilon})$ hacminde H atomunun bulunma olasılığı, $I \otimes \Lambda(\vec{x}, \vec{\epsilon})$ op.'nün $W(t)$ ist. op. ile bulunan beklenen değeri ile verilir:

$$\begin{aligned} W(t) = |\chi(t)\rangle\langle\chi(t)| &= |\alpha|^2 |+\rangle \otimes |\varphi_+(t)\rangle\langle+| \otimes \langle\varphi_+(t)| \\ &+ |\beta|^2 |-\rangle \otimes |\varphi_-(t)\rangle\langle-| \otimes \langle\varphi_-(t)| \\ &+ \alpha\bar{\beta}|+\rangle \otimes |\varphi_+(t)\rangle\langle-| \otimes \langle\varphi_-(t)| \\ &+ \bar{\alpha}\beta|-\rangle \otimes |\varphi_-(t)\rangle\langle+| \otimes \langle\varphi_+(t)| \end{aligned}$$

bu 1.29 saf duruma karşı gelir.

Böylece,

$$W_{|\chi(t)\rangle}(\vec{x}-\vec{\epsilon},\vec{x}+\vec{\epsilon}) = Tr\Big(W(t)\,\big(I\otimes\Lambda(\vec{x},\vec{\epsilon})\big)\Big)$$

$$= |\alpha|^2\, Tr_I\big(|+\rangle\langle+|\big)\, Tr_{II}\big(|\psi_+(t)\rangle\langle\psi_+(t)|\,\Lambda(\vec{x},\vec{\epsilon})\big)$$

$$+ |\beta|^2\, Tr_I\big(|-\rangle\langle-|\big)\, Tr_{II}\big(|\psi_-(t)\rangle\langle\psi_-(t)|\,\Lambda(\vec{x},\vec{\epsilon})\big)$$

$$= |\alpha|^2\, W_+(\vec{x}-\vec{\epsilon},\vec{x}+\vec{\epsilon},t) + |\beta|^2\, W_-(\vec{x}-\vec{\epsilon},\vec{x}+\vec{\epsilon},t)$$

konum için olasılık dağılımı, yani $I\otimes|\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|$ op.'nün beklenen değeri aynı şekilde elde edilir ve

$$W_{|\chi(t)\rangle}(\vec{x}) = |\alpha|^2\, W_+(\vec{x},t) + |\beta|^2\, W_-(\vec{x},t)$$

ile verilir.

H atomunun orijinal olarak x-doğrultusunda polarize olduğu durum için ($|\alpha|^2 = 1/2$ $|\beta|^2 = 1/2$)

$$W_{|\chi(t)\rangle}(\vec{x}) = \frac{1}{2}W_+(\vec{x},t) + \frac{1}{2}W_-(\vec{x},t)$$

elde ederiz. Böylece (1.8) saf durum için konum olasılık dağılımı

$$W_I = |\alpha|^2\,|+\rangle\langle+| + |\beta|^2\,|-\rangle\langle-|$$

Sist. I ist. op.'lü karışımdaki bir konum ölçümü ile aynıdır.

BS K

$W_+(\vec{x},t)$ ve $W_-(\vec{x},t)$ 'nin hareketleri tartışmasından şu sonuca varırız: H atomları, ekranı B_+ ve B_- de $|\alpha|^2$ ve $|\beta|^2$ bağıl olasılıklarla ile geçerler. 40-41-42 denklemleri sist.'in saf $|\chi(t)\rangle$ (1.39) durumunda olduğu varsayımına bağlıdır. Bu varsayım sonra $t_B > t$ için geçerli 'dir, çünkü konum B de ölçüldükten sonra, durum artık $|\chi(t)\rangle$ ile verilmez; ölçüm süreci ile yeni bir duruma değişmiştir.

Eğer ekran B_+ ve B_- civarında açıklıklara sahip ise, o zaman (III b postülasına göre) $t = t_B$ deki durum

$$W^B(t_B) = \Lambda(\vec{x}_{B_+}, \vec{\epsilon})\, |\chi(t_B)\rangle\langle\chi(t_B)|\, \Lambda(\vec{x}_{B_+}, \vec{\epsilon})$$
$$+ \Lambda(\vec{x}_{B_-}, \vec{\epsilon})\, |\chi(t_B)\rangle\langle\chi(t_B)|\, \Lambda(\vec{x}_{B_-}, \vec{\epsilon})$$

ile verilir.

$$\Lambda(\vec{x}_{B_\pm}, \vec{\epsilon})\, |\phi_\pm(t_B)\rangle\langle\phi_\pm(t_B)|\, \Lambda(\vec{x}_{B_\pm}, \vec{\epsilon})$$
$$= \int_{\vec{x}_{B_\pm}-\vec{\epsilon}}^{\vec{x}_{B_\pm}+\vec{\epsilon}} d^3x'\, d^3x''\, |\vec{x}'\rangle\langle\vec{x}'|\phi_\pm(t_B)\rangle\langle\phi_\pm(t_B)|\vec{x}''\rangle\langle\vec{x}''|$$

$\vec{x}_{B_+}$ ya yakın $\vec{x}'$ için $\langle\vec{x}'|\phi_-(t_B)\rangle = 0$

$\vec{x}_{B_-}$ " $\vec{x}''$ " $\langle\phi_-(t_B)|\vec{x}''\rangle = 0$

olduğundan dolayı

$$\Lambda(\vec{x}_{B_+}, \vec{\epsilon})\, |\phi_-(t_B)\rangle\langle\phi_-(t_B)|\, \Lambda(\vec{x}_{B_+}, \vec{\epsilon}) = 0$$

$$\Lambda(\vec{x}_{B_-}, \vec{\epsilon})\, |\phi_+(t_B)\rangle\langle\phi_+(t_B)|\, \Lambda(\vec{x}_{B_-}, \vec{\epsilon}) = 0$$

çıkar.

1.44. Şöyle yazılabilir:

$$W^B(t_B) = |\alpha|^2 |+\rangle\langle+| \otimes \Lambda(\vec{X}_{B_+}, \vec{\epsilon}) |\psi_+(t_B)\rangle\langle\psi_+(t_B)| \Lambda(\vec{X}_{B_+}, \vec{\epsilon})$$

$$+ |\beta|^2 |-\rangle\langle-| \otimes \Lambda(\vec{X}_{B_-}, \vec{\epsilon}) |\psi_-(t_B)\rangle\langle\psi_-(t_B)| \Lambda(\vec{X}_{B_-}, \vec{\epsilon})$$

Bir ölçmenin yapılması durumu drastik olarak değiştirir. Eğer demet 1.79 saf durumunda ölçü yapılmadan B'den geçerse, sistem $|\chi(t)\rangle$ saf durumunda kalır. Demet B'yi geçerken bir ölçüm yapılır ise, yani A atomunun B_+ ya da B_- yarıklarından geçtiği kaydedilir ise, o zaman sist. yukarı ve aşağı spinli elektron durumlarının bir karışımı olur. Örneğin eğer yarıklar x-y düzlemine göre simetrik ise,

$$W_+(\vec{X}_{B_+} - \vec{\epsilon}, \vec{X}_{B_+} + \vec{\epsilon}, t_B) = W_-(\vec{X}_{B_-} - \vec{\epsilon}, \vec{X}_{B_-} + \vec{\epsilon}, t_B)$$

ve demetteki tüm parçacıkların geçmesi için yeterince büyük ise o zaman,

$$\Lambda(\vec{X}_{B_\pm}, \vec{\epsilon}) |\psi_\pm(t_B)\rangle\langle\psi_\pm(t_B)| \Lambda(\vec{X}_{B_\pm}, \vec{\epsilon}) = |\psi_\pm(t_B)\rangle\langle\psi_\pm(t_B)|$$

olur. Ölçmeden sonraki durum,

$$W^B(t) = |\alpha|^2 |+\rangle\langle+| \otimes |\psi_+(t)\rangle\langle\psi_+(t)|$$
$$+ |\beta|^2 |-\rangle\langle-| \otimes |\psi_-(t)\rangle\langle\psi_-(t)|$$
$$= |\alpha|^2 |+\rangle \otimes |\psi_+(t)\rangle \langle+| \otimes \langle\psi_+(t)|$$
$$+ |\beta|^2 |-\rangle \otimes |\psi_-(t)\rangle \langle-| \otimes \langle\psi_-(t)|$$
$$= |\alpha|^2 |\chi_+(t)\rangle\langle\chi_+(t)| + |\beta|^2 |\chi_-(t)\rangle\langle\chi_-(t)|$$
$$= W_M(t) \qquad t > t_B \text{ için} \qquad 1.48.$$

Bu durum şimdi 2 ve 3 magnetlerinden geçerse D'ye yukarı ve aşağı spin durumların karışımı olarak varacaktır.

X doğrultusundaki magnetik alanlı bir ek S-G aleti bu demeti ...

Özet: 1.38 saf durumu, B düzleminde bir konum ölçümü yapılmadıkça 2 ve 3. magnetlerin homojen olmayan magnetik alanı tarafından ayrılmaz. Böyle bir ölçüm yapılırsa, saf durum B de iki alt topluluğa (9 ved) ayrılır ve sonuç olarak alanı X_{s_1}-doğrultusunda olan ek bir S-G aleti ile sağ (+1/2) ve sol ($s_1 = -1/2$) spinli iki alt topluluğa ayrılır.

XIII.2. Singlet Durumunda Spin Korelasyonları:

S-G aygıtında II.'nin ölçümü sistem I'in spin bileşeninin ölçümü hakkında bilgi verdi.

$\vec{a}$: inhomojen magnetik alan doğrultusunda birim vektör. Şekil 1 de $\vec{a} = \vec{e}_3$ (parçacık demetine dik herhangi bir doğrultu seçilebilir) S.G aleti, I sisteminin $\vec{a}$ boyunca spin bileşenini ölçer, yani $\vec{a}\cdot\vec{S}$ gözlenebilirini. Eğer sist. II aşağı yukarı sapmışsa ve B_+ (B_-) konumundaki sayıcıda görülmüş ise, ölçülen değer $+\frac{1}{2}$ ($-\frac{1}{2}$) olur. $\vec{a}\cdot\vec{S}$ yerine,

$$\cancel{a} = 2\vec{a}\cdot\vec{S}$$

gözlenebilirini almak daha uygundur; bunun özdeğerleri $\mp 1/2$ yerine ∓ 1'dir. $\cancel{a}$'nın özvektörleri $|\vec{a}\pm\rangle$

$$\cancel{a}\,|a\pm\rangle = \pm 1\,|a\pm\rangle$$

S_3'ün özvektörleri $|+\rangle$ ve $|-\rangle$'leri $|e_3+\rangle$ ve $|e_3-\rangle$ ile göstereceğiz; buna göre,

$$\cancel{e}_3\,|e_3\pm\rangle = 2\hat{e}_3\cdot\vec{S}\,|e_3\pm\rangle = 2S_z\,|e_3\pm\rangle = \pm 1\,|e_3\pm\rangle$$

$\vec{a}$, $\vec{e}_3$'den bir dönme ile elde edilebilir.

$\hat{e}_3\times\vec{a}$'ya paralel $\hat{\theta}$ birim vektörü ve θ dönme açısı $|\vec{a}\pm\rangle$, $|\pm\rangle\equiv|\hat{e}_3\pm\rangle$ den dönüşüm ile elde edilir

$$|\vec{a}\pm\rangle = e^{-i\vec{\theta}\cdot\vec{S}}\,|\pm\rangle$$

$$\vec{\theta} = \theta\hat{\theta} \qquad e^{-i\vec{\theta}\cdot\vec{S}}\,S_3\,e^{i\vec{\theta}\cdot\vec{S}} = \vec{a}\cdot\vec{S}$$

$$e^{-i\vec{\theta}\cdot\vec{S}} = \cos\frac{\theta}{2} - i2\hat{\theta}\cdot\vec{S}\sin\frac{\theta}{2} \quad \text{olduğundan}$$

$$|\vec{a}\pm\rangle = \left(\cos\frac{\theta}{2} - i\,2\hat{\theta}\cdot\vec{S}\sin\frac{\theta}{2}\right)|\pm\rangle$$

$|\pm\rangle$ bazı, $\hat{e}_3$ doğrultusundaki homojen olmayan manyetik alanlı S-G aletine uygun baz iken, $|\vec{a}\pm\rangle$ ise $\mathcal{R}^{S=1/2}$ uzayının diğer bir baz sistemi'dir.; bu $\vec{a}$ doğrultusundaki homojen olmayan manyetik alanlı S-G aletine uygun bazdır.

Şu ana kadar tek parçacık sisteminin spin bileşenleri ele alındı. Şimdi, herbiri $\mathcal{R}^{S=1/2}$ ile tasvir edilen iki farklı 1/2 spin sisteminin bileşimini ele alalım. Bu bileşim için durum uzayı,

$$\mathcal{R}^{S=1/2}_{(1)} \otimes \mathcal{R}^{S=1/2}_{(2)}$$

olur. Bu sistem üzerinde spin korelasyonlarının ölçümünü tartışacağız. Bu uzaydaki baz vektörler sistemi,

$$|(1)+\rangle \otimes |(2)+\rangle,\ |(1)-\rangle \otimes |(2)-\rangle$$

$$|(1)+\rangle \otimes |(2)-\rangle,\ |(1)-\rangle \otimes |(2)+\rangle$$

spinin z-bileşenleri

parçacıkları

Bunlar yerine,

$$|(1)\vec{a}_+\rangle \otimes |(2)\vec{b}+\rangle \quad |(1)\vec{a}-\rangle \otimes |(2)\vec{b}-\rangle$$

$$|(1)\vec{a}_+\rangle \otimes |(2)\vec{b}_-\rangle,\ |(1)\vec{a}-\rangle \otimes |(2)\vec{b}+\rangle$$

baz sistemi de alınabilir:

$\vec{a}$ / $\vec{b}$ keyfi sabit birim vektör.

BS K

$R^{S=1/2}_{(\alpha)}$ de etkiyen parçacık (α) nın spin operatörlerini $S_i^{(\alpha)}$ ile gösterelim.

" $2\times\vec{a}$ boyunca parçacık (1)'in spin bileşeni " gözlenebilirliği:

$$2\vec{a}\cdot\vec{S}^{(1)}\otimes I^{(2)} = \not{a}^{(1)}\otimes I^{(2)}$$

" $2\times\vec{b}$ boyunca parçacık (2)'nin spin bileşeni " "

$$I^{(1)}\otimes 2\vec{b}\cdot\vec{S}^{(2)} = I^{(1)}\otimes\not{b}^{(2)}$$

○ $I^{(\alpha)}$, $R^{S=1/2}_{(\alpha)}$ de birim op.

bunlar sıra değiştirir ve (I') baz vektörleri her ikisinin de eşzamanlı özvektörleri'dir; özdeğerleri +1 ya da −1'dir. Bunlar aynı anda ölçülebilirler: Her biri için ölçülen mümkün değerler +1 ya da −1'dir. (I') önün dört durumunda
$\not{a}^{(1)}\otimes I^{(2)}$ nin ölçümü +1, −1, +1, −1
$I^{(1)}\otimes\not{b}^{(2)}$ " " +1, −1, −1, +1 verir.

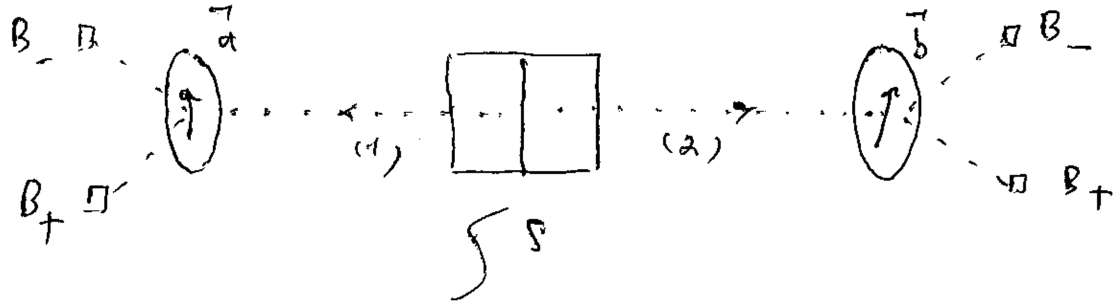
○ Böyle eşzamanlı spin ölçümleri için, ek olarak bir spin korelasyon gözlenebilirliği tanımlarız. Her ikisi $\not{a}^{(1)}\otimes I^{(2)}$ ve $I^{(1)}\otimes\not{b}^{(2)}$ nin tek bir ölçümünde bu gözlenebilirliğin ~~tam~~ ölçülen değeri, tanım olarak bunlar için elde edilen değerlerin çarpımıdır ve bu yüzden +1 ya da −1'dir. Matematiksel olarak spin korelasyon gözlenebilirliği,

$$\not{a}^{(1)}\otimes\not{b}^{(2)} = 2\vec{a}\cdot\vec{S}^{(1)}\otimes 2\vec{b}\cdot\vec{S}^{(2)}$$

op.'ü ile tanımlanır. (I') baz vektörleri bunun da özvektörleri'dir. İlk ikisi için özdeğerler +1 diğerleri için ise −1'dir.

BS K

İki parçacık sist.'i üzerine böyle aynı anlı spin ölçümleri 2 S-G aleti ile yapılır. Bu ancak; eğer iki parçacık uzaysal olarak ayrılmış ise ve her parçacık sbt bir eksen boyunca hareketli ise mümkün olur.



Sol S-G aletinin yukarı sayacında (B_-) bir tık (1). parçacığın $\phi^{(1)} \otimes I^{(2)}$ spin bileşeninin ölçülen değeri -1 demektir. Benzer şekilde sağ S-G aleti (2). parçacığın $I^{(1)} \otimes \phi^{(2)}$ spin bileşenini ölçer. Tek "çift" üzerinde $\phi^{(1)} \otimes I^{(2)}$ ve $I^{(1)} \otimes \phi^{(2)}$ nin herikisinin aynı anlı ölçümleri için dört sayaç birlikte kullanılmalıdır.

(1) ve (2) parçacıkları kaynaktan çift olarak çıkar, tek bir çiftin iki parçacığı 2 S-G magnetiki geçer ve dört sayacın 2 sine aynı anlı olarak varırlar. Bu nedenle sol alt ve sağ üst sayacın aynı anlı tepkisi şu anlama gelir:

$\phi^{(1)} \otimes I^{(2)}$ nin $+1$ sonucu ile ve $I^{(1)} \otimes \phi^{(2)}$ 'nin -1 sonucu ile aynı anlı bir ölçümü tek bir parçacık çifti üzerinde yapılmıştır. Bu tek çift için spin korelasyon gözlenebilirinin değeri

$\phi^{(1)} \otimes \phi^{(2)}$ nin değeri

$(+1)(-1) = -1$ 'dir.

Bu tür ölçme N defa tekrarlanır ve şu sayılar kaydedilir.

N_{++} : sağ aşağı ve sol aşağı aynı anda tık sayısı

N_{+-} , N_{-+} , N_{--}

N tane ölçüm sürecinde $a^{(1)} \otimes I^{(2)}$, $I^{(1)} \otimes b^{(2)}$, $a^{(1)} \otimes b^{(1)}$

gözlenebilirleri için ölçülmüş (ortalama değerler) değerler,

$$E_1(\vec{a}) = \frac{1}{N}\left(N_{++} + N_{+-} - N_{-+} - N_{--}\right)$$

$$E_2(\vec{b}) = \frac{1}{N}\left(N_{++} - N_{+-} + N_{-+} - N_{--}\right)$$

$$E(\vec{a},\vec{b}) = \frac{1}{N}\left(N_{++} - N_{-+} - N_{+-} + N_{--}\right)$$

$$N = N_{++} + N_{+-} + N_{-+} + N_{--}$$

Bu ölçülen ort değerler, kaynak tarafından yayılan parçacık çiftlerinin ortak spin durumunda karşı gelen gözlenebilirlerin beklenen değeri ile çakışır. Bu spin durumu kaynağın doğasına bağlıdır.

$$\mathcal{H}^{1/2} \otimes \mathcal{H}^{1/2} = \mathcal{H}^{1} \oplus \mathcal{H}^{0}$$

olduğundan iki 1/2 spinli sist.'in bileşimini toplam spin 1 ya da 0 a götürebilir. Burada toplam spin 0 olduğu durumu varsayacağız ve bu yüzden singlet durum

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|(1)+\rangle \otimes |(2)-\rangle - |(1)-\rangle \otimes |(2)+\rangle \right)$$

BS K

Yukarıki 3 op.'ün bu durum ile hesaplanan beklenen değeri:

$$\langle \sigma^{(1)} \rangle = 0 \qquad 2.9a$$

$$\langle \sigma^{(2)} \rangle = 0$$

$$\langle \sigma^{(1)} \otimes \sigma^{(2)} \rangle = -\vec{a} \cdot \vec{b}$$

Bunlar, bir çok tek ölçümler üzerinden ortalamalar için Q.M.'ce teorik öngörülerdir. 2.7a ile 2.9a nın karşılaştırılmasından, Q.M, $\vec{a}$'nın herhangi bir seçimi için $N_{++}+N_{+-}$ ve $N_{-+}+N_{--}$ ler eşit olacaklar öngörüsünde bulunur. Spin ϕ durumu dönmeye göre değişmez olduğundan bu sonucu kabul edecektir. Aynı tartışma diğerlerine de uygulanır.

$\vec{a} = \vec{b}$ özel seçimi yaparsak

$$\langle \sigma^{(1)} \otimes \sigma^{(2)} \rangle = -1 \qquad 2.7c \text{ ile karşılaştıralım}$$

$N = N_{++} + N_{+-} + N_{-+} + N_{--}$ olduğunu hatırlarsak

$$\vec{E}(\vec{a},\vec{a}) = -1 \Rightarrow N_{++} = N_{--} = 0$$

Eğer (1). parçacığın spini $\vec{a}$'ya paralel bulunursa, aynı çiftin diğer (2). " spini $\vec{a}$ ya paralel olamaz ve söylenecek daima $\vec{a}$'ya antiparalel bulunur ve bunun tersi; bu sadece keyfi bir şekilde seçilmiş $\vec{a}$ doğrultusu boyunca ölçülmüş iki parçacığın spin bileşenleri daima zıttır, her çiftin spini sıfır olduğundan bu beklenen sonuçtur.

XIII.3. Bell Eşitsizlikleri, Saklı Değişkenler, EPR paradoksu.

2.10 $\Rightarrow$ Sabit bir $\vec{a}$ doğrultusu boyunca (1) ve (2) nin spin bileşenleri daima zıttır.

(1) üzerinde doğrudan $a^{(1)} \otimes I^{(2)}$ ölçmek yerine (2) üzerinde $I^{(1)} \otimes a^{(2)}$ ölçülüp (-1) ile çarpılır. Bu dolaylı ölçüm (1) i rahatsız etmez. ∴ $a^{(1)} \otimes I^{(2)}$ nin eş zamanlı doğrudan ölçümü aynı değeri verecektir. Tek parçacık (1), $a^{(1)} \otimes I^{(2)}$ nin ölçümü sırasında spininin kesin $\hat{a}$ bileşenini kazanmıyor, daha çok onun kesin değerine (+1 ya da -1) sahip oluyor. (herhangi bir ölçümden bağımsız olarak). Dahası $\vec{a}$ doğrultusu keyfi bir şekilde seçilebilir (demet doğrultusuna dik olması şartında) Böylece şu doğal varsayıma varılır.

Her ölçümden önce ve ~~sonra~~ ondan bağımsız olarak, her tek parçacık (1) 'spininin bileşenleri için +1 ya da -1, kesin $v(\vec{a})$ değerlerine sahiptir. (ışın demetine dik tüm $\vec{a}$ doğrultuları boyunca)

BS K

$\alpha^{(1)} \otimes I^{(2)}$ nin ölçümü esnasında spinin $\vec{a}$ bileşenini elde etmez; daha çok ona sahiptir.
Her parçacık spininin bileşenleri için $v(\vec{a})$ kesin değerine sahiptir
$v(\vec{a}) = +1, -1$.

Çok büyük sayıda N tane parçacık çifti alalım.

(1) parçacığının saklı değişkenleri $v_i(\vec{a})$, $v_i(\vec{d})$

(2) " " " $w_i(\vec{b})$, $w_i(\vec{c})$

(1) in spin bileşeni $\vec{a}$, (2) nin $\vec{b}$ olarak N çift için ayrı ayrı olarak ölçülürse 2.7c ort. değeri

$$E(\vec{a},\vec{b}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i(\vec{a})\, w_i(\vec{b}) \qquad 3.1$$

Ayrı parçacık çiftleri ile $\vec{d}$ ve $\vec{c}$ doğrultusunda deney yapılırsa

$$E(\vec{d},\vec{c}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i(\vec{d})\, w_i(\vec{c}) \qquad 3.1'$$

benzeri deneyler: $E(\vec{a},\vec{c})$ ve $E(\vec{d},\vec{b})$ için yapılabilir.

Gerçek bir deneyde 4 farklı parçacık çiftleri kümesi ve gerek vardır. Q.M postulaları doğrultusunda bunlar

$$-\vec{a}\cdot\vec{b}, \quad -\vec{d}\cdot\vec{c}, \quad -\vec{a}\cdot\vec{c}, \quad -\vec{d}\cdot\vec{b}$$

ye karşı gelmelidir. $E(\vec{a},\vec{b}) + E(\vec{a},\vec{c}) + E(\vec{d},\vec{b}) - E(\vec{d},\vec{c})$ için bir kestirimde bulunacağız.

$$v_i(\vec{a})\Big(w_i(\vec{b}) + w_i(\vec{c})\Big) + v_i(\vec{d})\Big(w_i(\vec{b}) - w_i(\vec{c})\Big) = \pm 2$$

olduğunu gördük.

BS K

EPR

x_1 ve x_2 koordinatlı nokta parçacıklar çifti alalım.

$$\langle x_1 x_2 | \phi \rangle = \delta(x_1 - x_2 - a) \qquad 3.8.$$

$$\langle p_1 p_2 | \phi \rangle = \frac{1}{2\pi} \int e^{-i(p_1 x_1 + p_2 x_2)} \langle x_1 x_2 | \phi \rangle \, dx_1 dx_2$$

$$= e^{i(p_2 - p_1)a/2} \, \delta(p_1 + p_2) \qquad 3.9$$

1)

$$\cancel{e^{-i[p_1(x_1-x_2) - p_2(x_1-x_2) + x_1(p_1-p_2)}}$$

3.8 e göre Q_1 ve Q_2 konumların eşzamanlı ölçümü daima $x_1 = x_2 + a$ ile ilişkili x_1 ve x_2 değerleri verir. 3.9 a göre p_1 ve p_2 momentumların aynı anda ölçümleri $p_1 = -p_2$ olan bir p_1 ve p_2 değerleri verir. Bu nedenle;

(1) parçacığın ya x_1 ya da p_1 mom.u, ~~parça~~ (2) parçacığı hoşa gelen konum ve mom. ları ölçülerek kesinlikle verilir.

Parçacık (1)'in her iki konum ve mom.'u ölçümünden bağımsız olan bir tür "fiziksel gerçekliğe" sahip olmalıdır. Ancak belirsizlik ilkesine göre Q.M. bir parçacığa her iki konum ve mom. ve kesin bir değer atfedemez. Sonuç olarak Q.M fiziksel gerçekliğin tam bir tasviri değildir.

BS K