

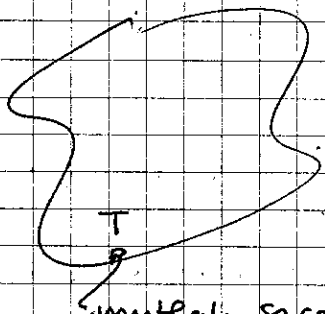
Quantum Physics

Stephen Gasiorowicz

Univ. of Minnesota

I. BÖLÜM

A. Siyah Cisim Işıması:



mutlak sıcaklığında
ışıl dengede bulunan
bir cisim

$I(\nu, T) :=$ cismin birim alana,
birim frekans aralığı başı-
na ışıdığı güç (SPEKTRAL
ŞİDDET).

$$\nu = c / \lambda$$

$A(\nu, T) :=$ cisim üzerine gelen ν frekanslı ışınının
soğurulma koeffisiyenti (SOĞURMA KATSAYISI).

G. Kirchhoff 1899 (ad hoc)

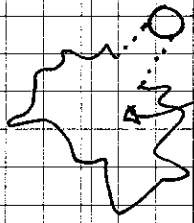
(i) $I(\nu, T) / A(\nu, T)$ tüm cisimler için aynıdır

$A(\nu, T) = 1$ cisim $\rightarrow$ siyah cisim.

(ii) koruk (ışınla izotropik ve homojen)
siyah cisim gibi davranır.
(IŞIYAL TAYİTİK KORUK)
T mutlak sıcaklığında ışııl dengede

$u(\nu, T) :=$ boşluk içindeki birim frekans aralığı ul.

birim hacimdeki enerji yoğunluğu.



$F(\nu, T) :=$ deliğin birim alanından, birim frekans aralığı başına çıkan güç.

$$u(\nu, T) = \frac{4}{c} F(\nu, T)$$

$$u(\nu, T) = u(\lambda, T) \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{c}{\nu^2} u(\lambda, T)$$

Sbt. T sıcaklığında;

$$E(\nu) = C \nu^2$$

hacim hacmi

ya da $E(\nu) d\nu = \frac{8\pi V}{c^3} \nu^2 d\nu kT$ Rayleigh-Jeans

her harmonik salıncığın ort. enerjisi

hip saym.

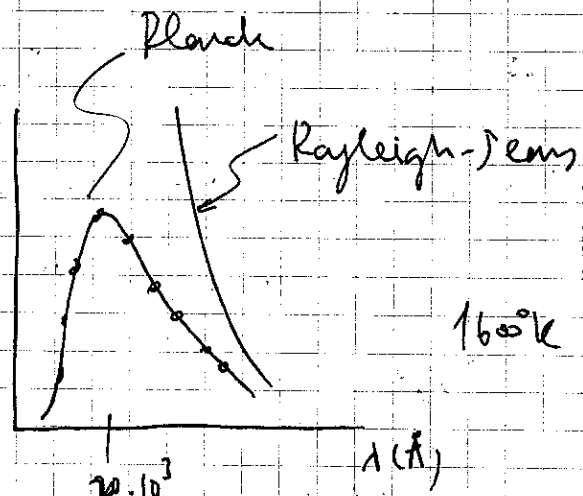
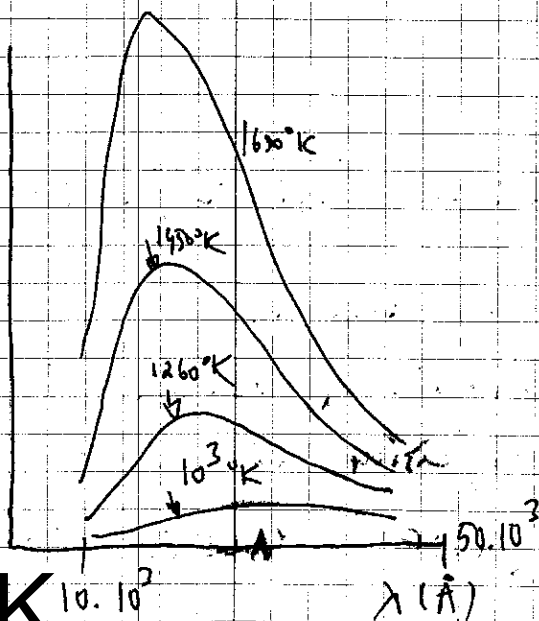
$$F(\nu) d\nu = C_1 \nu^2 e^{-C_2 \nu / kT}$$

Wien

düşük frekans

yüksek frekans

$I(\lambda)$



(9)

Max Planck (1900)

ihî yasanın interpolasyonu:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-27} \text{ erg-s} \quad (\text{Planck sbt.'i})$$

 $\nu \rightarrow 0$ limitinde $u(\nu, T) \rightarrow \text{Rayleigh-Jeans}$

$$\text{○ } h\nu/kT \gg 1 \quad \parallel \quad \rightarrow \cong \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 e^{-h\nu/kT}$$

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$= \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT \frac{h\nu/kT}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

○ kT/h 'ye kıyasla frekanslar küçük olmadığı zaman klasik eşbölüşüm teoreminin değiştiği görülür

$$u(T) = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty d\nu \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} = \frac{8\pi h^4}{h^3 c^3} T^4 \int_0^\infty dx \frac{x^3}{e^x - 1}$$

$$= a T^4 \quad \text{Stefan-Boltzmann} \quad \underbrace{\int_0^\infty dx \frac{x^3}{e^x - 1}}_{\pi^4/15}$$

$$a = 7.56 \times 10^{-15} \text{ erg/cm}^3 \text{ derece}^4$$

Planck 2 ay içerisinde elektromagnetik alanın her bir moduna ilişkin

BSK kT 'nin sürekli bir formların olduğunu ve minimum

kuantum enerjisi ϵ 'nın her tam katı oluyum gösterdi. Her bir moda ilişkin ortalama enerji, (T sıcaklığındaki dengede bir sistem için Boltzmann olasılık dağılımı kullanılarak)

$$P(\epsilon) = \frac{e^{-\epsilon/kT}}{\sum_{\epsilon} e^{-\epsilon/kT}}$$

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \sum_{\epsilon} \epsilon P(\epsilon) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \epsilon e^{-n\epsilon/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\epsilon/kT}} = -\epsilon \frac{d}{dx} \frac{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}} \quad \left| \begin{array}{l} x = \frac{\epsilon}{kT} \end{array} \right. \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}} \quad \left| \begin{array}{l} x = \epsilon/kT \end{array} \right. = \frac{\epsilon}{e^{\epsilon/kT} - 1} \end{aligned}$$

Daha emelhi ile uyusur, eger

$\epsilon = h\nu$ tanımlarsak.

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dx} \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} \\ &\frac{d}{dx} \ln \frac{1}{1 - e^{-x}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} y^n &= \frac{1}{1-y} \\ &= \frac{1}{1 - e^{-x}} \end{aligned}$$

(6)

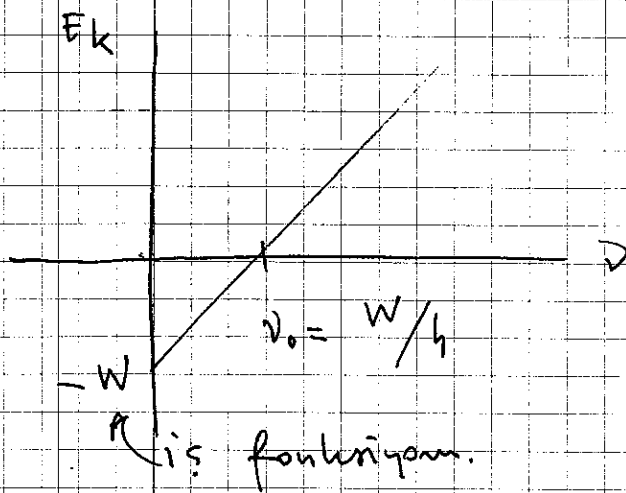
B. Fotoelektrik Olay: 1887 H. Hertz

Albert Einstein (1905)

- (i) Parlatılmış metal yüzeyler ışık ile aydınlatıldıklarında zaman elektron yayarlar ama pozitif iyon yayanlar
- (ii) Elektron yayıp yayamayacakları gönderilen ışığın frekansına bağlıdır. Metalden metale değişen bir frekans eşiği vardır ve ancak bu eşiğin üzerinde fotoelektrik akım oluşur.
- (iii) akımın büyüklüğü ışığın şiddeti ile doğru orantılıdır
- (iv) Fotoelektronların enerjisi ışık şiddetinden bağımsız olup frekansa ile doğru orantılıdır.

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W = E_k$$

$h\nu < W$ fotoelektrik olay yok.



C. Compton Olayı:

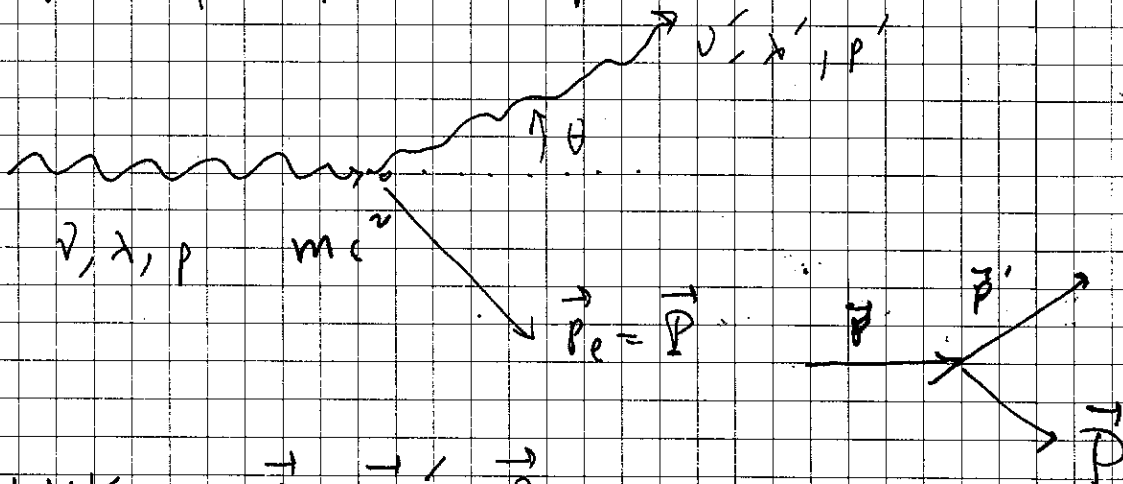
Foton momentumu $p = h\nu/c$ (relativistik parçacık kinematiği ile alakalı uyarı)

$$E = [(m_0 c^2)^2 + (pc)^2]^{1/2}$$

$$v = \frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{E} = \frac{pc^2}{[m_0^2 c^4 + p^2 c^2]^{1/2}}$$

$m_0 = 0$ foton için

$$E = pc$$



○ LMK: $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{P}$

$$\Rightarrow \vec{P}^2 = (\vec{p} - \vec{p}')^2 = \vec{p}^2 + \vec{p}'^2 - 2\vec{p} \cdot \vec{p}'$$

elektronun durgun hali

EK: $h\nu + mc^2 = h\nu' + (m^2 c^4 + P^2 c^2)^{1/2}$

$$\Rightarrow \cancel{m^2 c^4} + P^2 c^2 = (h\nu - h\nu' + mc^2)^2$$

$$= (h\nu - h\nu')^2 + 2mc^2(h\nu - h\nu') + \cancel{m^2 c^4}$$

BS K $(h\nu - h\nu')^2 = P^2 c^2 + 2mc^2(h\nu - h\nu')$

(8)

$$\vec{p}^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2 \frac{h\nu}{c} \cdot \frac{h\nu'}{c} \cos\theta$$

$$\cancel{\frac{p^2}{c^2}} = (\cancel{h\nu} - \cancel{h\nu'})^2 + \cancel{2} (\cancel{h\nu})(\cancel{h\nu'}) (1 - \cos\theta)$$

$$\cancel{\frac{p^2}{c^2}} - \cancel{2} mc^2 (\cancel{h\nu} - \cancel{h\nu'})$$

$$mc^2 (\cancel{h\nu} - \cancel{h\nu'}) = \cancel{h} \cancel{\nu} \cancel{\nu'} (1 - \cos\theta)$$

$$\nu = c/\lambda$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta)$$

$$\frac{h}{mc} \approx 2.4 \times 10^{-12} \text{ cm electron.}$$

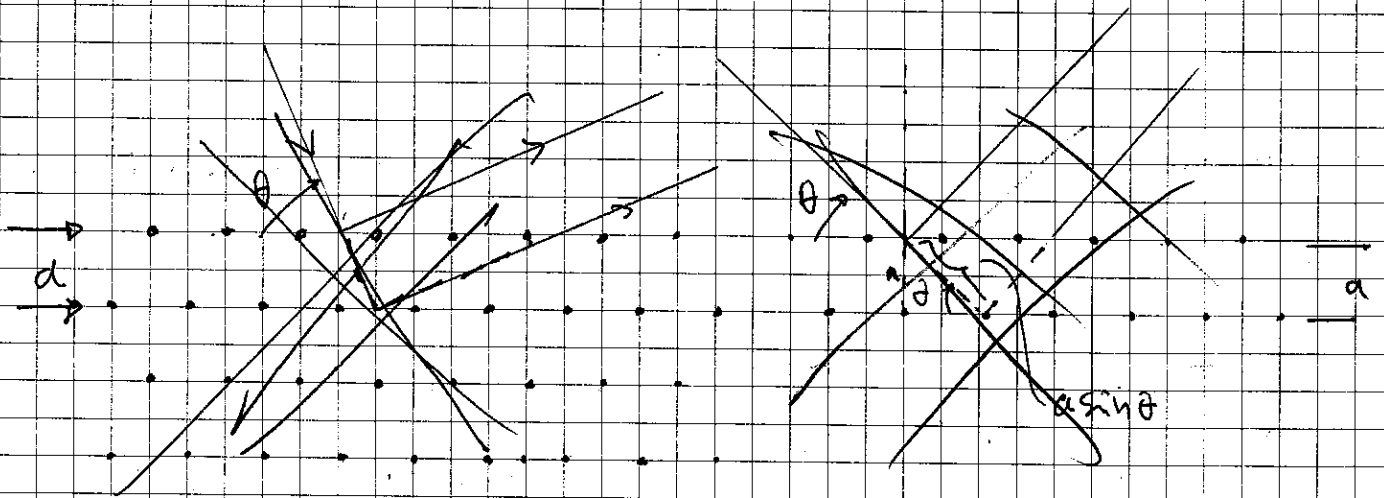
D. Elektron Kırınımı:

De Broglie (1923)

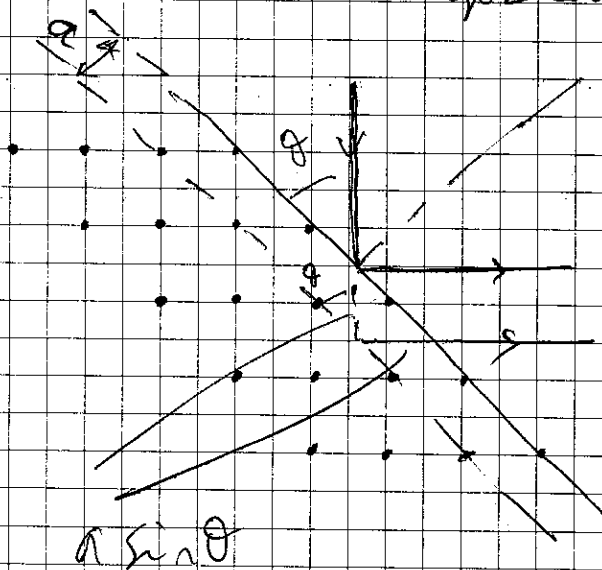
Işınının dalga-parçacık ya da maddenin parçacık-dalga ikiliği üzerine bir ifade önerdi.

$$\lambda = h/p$$

elektron kırınımı deneyleri ile destelleneli.



$2a \sin \theta = n \lambda$ Davisson-Germer saçılımı deneyi gözlemleri.



$$2a \sin \theta = n \lambda$$

(10)

F. Bohr Atom Modeli (1913)

J.J. Thomson atom modeli: elektronlar izimsiz hareketi
+ yük iaine gömülü üsünler
olarak,

F. Rutherford : atomun + yükü ve hemen hemen tüm kütesi
" çekirdeği denilen ve atom boyutuna
göre çok küçük bir bölgede yoğunlaşmış
olarak oldu.

1) atomların kanlığını ve 2) spektrumları kanlığını açıkla-
yamadı.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad \text{J. J. Balmer 1885}$$

$n_2 > n_1$ tam sayılar

N. Bohr 1913 postülatları.

1.) $L = n\hbar$ elektron ısıma yapmadan dolur

2.) elektron izimli yörüngelerden anı geçişler yapabilir
bu emada

$$\Delta E = h\nu$$

frekanslı bir ısıma yapar

$$\frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$L = mvr = n\hbar \Rightarrow v = n\hbar / mr$$

$$\Rightarrow \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{m}{r} \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r^2} \Rightarrow r_n = \frac{\hbar^2}{mZe^2} n^2 = \frac{a_0}{Z} n^2, n=1, 2, 3, \dots$$

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} \approx 0.53 \text{ \AA}$$

$$V_n = \frac{n\hbar}{mr_n} = \frac{Z\alpha c}{n}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx 1/137$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{Ze^2}{r}$$

$$E_n = - \frac{Z^2 (e^2/2a_0)}{n^2} = - \frac{13.6 Z^2}{n^2} \text{ eV}$$

eliptik yörüngelere uygulanabilecek şekilde teori Sommerfeld ve Wilson tarafından genelleştirildi:

$$J = \oint p dq = n\hbar$$

BS K

prb 1.2) $u(\lambda, T) = \frac{4}{c} E(\lambda, T)$ 1.1

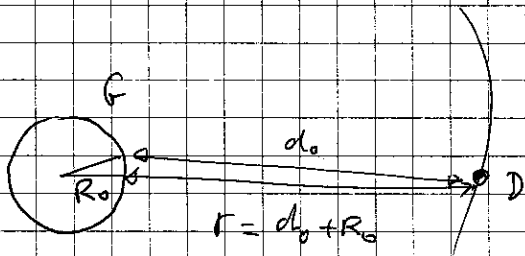
$u(T) = a T^4$ 1.12 Stefan-Boltzmann

$a = 7.56 \times 10^{-15} \text{ erg/cm}^3 \text{ der}^4$

birim hacim başına toplam ısıma enerjisi

$$\int_0^{\infty} u(\lambda, T) d\lambda = \frac{4}{c} \int_0^{\infty} E(\lambda, T) d\lambda$$

$$\Rightarrow a T^4 = \frac{4}{c} E(T) \Rightarrow E(T) = \frac{c}{4} a T^4$$



$$r = d_0 + R_0 \approx d_0$$

$$R_0 \approx 7 \cdot 10^{10} \text{ cm}$$

$$d_0 \approx 1.5 \cdot 10^{13} \text{ cm}$$

$$E = 1.4 \times 10^6 \text{ erg/cm}^2 \text{ s}$$

$4\pi r^2 L$: Güneşin bütün alanından çıkan enerji

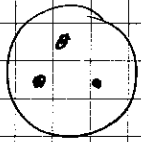
$$4\pi R_0^2 E = 4\pi r^2 E$$

$$E(T) = \frac{4\pi r^2 E}{4\pi R_0^2} \quad \text{Dünyanın bütün alanına düşen enerji}$$

$$= a T^4 \frac{c}{4} \Rightarrow T^4 = \frac{4}{ca} \frac{r^2}{R_0^2} L = \frac{4}{ca} \frac{d_0^2}{R_0^2} L$$

$$\Rightarrow T \approx 5800^\circ \text{K}$$

prb 1.10.) Elektronun max. enerji kaybetmesi için durması gerekir.

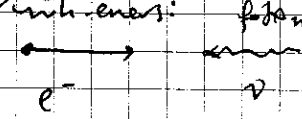


$$\hbar\omega + E_i = \hbar\omega' + m_0c^2$$

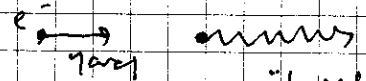
$$\Rightarrow \hbar(\omega' - \omega) = E_i - m_0c^2 = 100 \text{ MeV} - 0.511 \text{ MeV} = 99.489 \text{ MeV}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{c}{\lambda}, \quad \lambda = 3.10^3 \text{ \AA}$$

Çarpışmadan önce

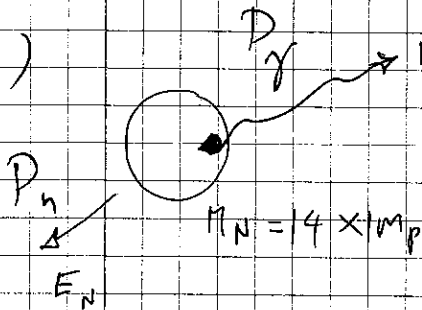


Sonra



zayıf enerji foton

prb 1.12.)



$$h\nu = 6.2 \text{ MeV}$$

$$p_\gamma = \frac{h\nu}{c} = p_N$$

$$E_N = \frac{1}{2} m_N v_N^2 = \frac{p_N^2}{2m_N} = \frac{(h\nu)^2}{2m_N c^2}$$

$$m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$$

$$E = \frac{(6.2)^2 \text{ MeV}^2}{2 \times 14 \times 938 \text{ MeV}} \approx 1430 \text{ MeV}$$

prb 1.7.

$$\frac{hc}{\lambda_1} - W = E_1 \quad \lambda_1 = 2.10^{-5} \text{ cm} \quad E_1 = 2.3 \text{ eV}$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} - W = E_2 \quad \lambda_2 = 2.13 \times 10^{-5} \text{ cm} \quad E_2 = 0.9 \text{ eV}$$

$$h = \frac{E_1 - E_2}{c \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)}$$

+

$$W = (E_1 \lambda_1 - E_2 \lambda_2) / (\lambda_2 - \lambda_1) = \dots$$

prb. 1.18.)
$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} k r^2$$

$$\phi(r) = \frac{1}{2} k r^2 \quad F(r) = -\nabla_r \phi(r)$$

$$= m \omega^2 r \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}$$

çemberseel yörünge için; $pr = n\hbar$ Bohr kuantizasyonu

Denge koşulu:
$$\frac{m \omega^2 r}{r} = m \omega^2 r = \frac{p^2}{m r}$$

○
$$\Rightarrow r^2 = \frac{p^2}{m^2 \omega^2} \Rightarrow r = \frac{n\hbar}{m \omega} \quad \left(r = \frac{p}{m \omega} \right)$$

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 = \frac{m^2 \omega^2 r^2}{2m} + \frac{m \omega^2 r^2}{2} = m \omega^2 r^2 = \frac{L^2}{m r^2}$$

$$= m \omega^2 \frac{n\hbar}{m \omega} = n(\hbar \omega) = L \omega = n \hbar \omega$$

prb. 1.19)
$$V(r) = V_0 \left(\frac{r}{a} \right)^k \quad E_n \approx C n^2$$

○
$$F(r) = -\nabla_r V(r) = V_0 \frac{k}{a} \left(\frac{r}{a} \right)^{k-1} \quad l = pr = mvr = n\hbar$$

$$\frac{m v^2}{r} = V_0 \frac{k}{a} \left(\frac{r}{a} \right)^{k-1} \Rightarrow \frac{p^2}{m r} = V_0 \frac{k}{a} \left(\frac{r}{a} \right)^{k-1}$$

$$\frac{p^2}{m} = V_0 k \left(\frac{r}{a} \right)^k = \frac{(n\hbar)^2}{m r^2} \Rightarrow V_0 \left(\frac{r}{a} \right)^k = \frac{p^2}{m k}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} + V_0 \left(\frac{r}{a} \right)^k = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{k} \right) \frac{p^2}{m} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{k} \right) \frac{n^2 \hbar^2}{m r^2}$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{k} \right) \frac{n^2 \hbar^2}{I} \approx C n^2$$

4

prb 1.20) $P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} a^2 \text{ erg/s}$

Gemittelte Beschleunigung: $a = \frac{v^2}{r}$

$$a^2 = \left[\frac{v^2}{r} \right]^2 = \left\{ \frac{(Z\alpha c/\hbar)^2}{(n^2 \hbar / Z\alpha mc)} \right\}^2$$

$$\Rightarrow P = \frac{2}{3} \frac{Z^6 \alpha^7 c^4 m^2}{\hbar n^8} \text{ erg/s}$$

prb 1.21.) decay rate $\frac{P}{E_p}$ $E_p = \hbar \omega$

$$= -\frac{1}{2} mc^2 \frac{(Z\alpha)^2}{1} \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

$$\frac{P}{E_p} = \frac{2}{3} \frac{Z^6 \alpha^7 c^4 m^2}{\hbar n^8} \cdot \frac{1}{mc^2} \cdot \frac{1}{Z^2 \alpha^2} \cdot \frac{n^2 (n-1)^2}{\ln 1}$$

$n \rightarrow \infty$ nähert sich

$$\frac{n^3}{2}$$

$$R = \frac{P}{E_p} = \frac{2}{3} \frac{Z^4 \alpha^5 c^2 m}{\hbar n^5} \quad (1/s)$$

$$\tau = 1/R \quad \text{life time}$$

prb. 1.22.)

$$E = \frac{L^2}{2I}$$

$$L = n\hbar$$

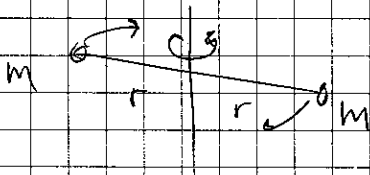
$$a) E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{2I}$$

$$h\nu = E_{n_1} - E_{n_2} = \frac{\hbar^2}{2I} (n_1^2 - n_2^2)$$

for large n

$$h\nu \approx \frac{\hbar^2}{2I} [n^2 - (n-1)^2] \approx \frac{\hbar^2}{2I} 2n = \frac{\hbar^2 n}{I}$$

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 n}{I} \Rightarrow \omega \approx \frac{\hbar n}{I} = \frac{L}{I}$$

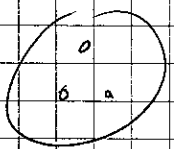


$$\omega_{cl} = \frac{v}{r} = \frac{mvr}{mr^2} = \frac{L}{I}$$

$$\omega \approx \omega_{cl}$$

b) $n \rightarrow n-2$ ye geçişler meydana gelseydi

$$\omega = \frac{\hbar 4n}{2I} = \frac{2L}{I} \quad \nearrow \quad \omega_{cl} \text{ karşı gelmez.}$$



$\Delta n = \pm 1$ olmalı.

1.8) ~~1.3/4M~~

$$mc^2 (\nu - \nu') = h\nu\nu' (1 - \cos\theta)$$

$$\Rightarrow \nu' = \frac{mc^2 \nu}{mc^2 + h\nu (1 - \cos\theta)}$$

$$h(\nu - \nu') = \frac{h^2 \nu^2 (1 - \cos\theta)}{mc^2 + h\nu (1 - \cos\theta)}$$

$$\cos\theta = -1 \quad \text{max}$$

$$h(\nu - \nu')_{\text{max}} = \frac{2h^2 \nu^2}{mc^2 + 2h\nu} = \frac{2 \times (100)^2}{940 + 200} = 12.5 \text{ MeV}$$