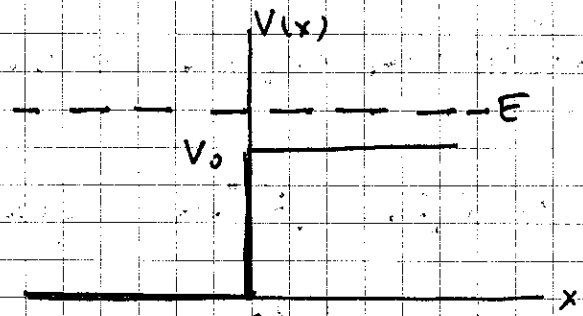


BİR BOYUTLU POTANSİYELLER

A. Potansiyel Basmağı.

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 & x > 0 \end{cases}$$



$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(x)}{dx^2} + V(x)u(x) = Eu(x)$$

$$\frac{d^2 u(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(x)]u(x) = 0$$

$$2mE/\hbar^2 = k^2, \quad 2m(E - V_0)/\hbar^2 = q^2 = k^2 - \frac{2mV_0}{\hbar^2}$$

$$x < 0 : (V(x) = 0) \quad u(x) = e^{ikx} + R e^{-ikx}$$

Bu pozitif x doğrultusunda büyüklüğü

$$j = \frac{\hbar}{2im} \left[(e^{-ikx} + R^* e^{ikx}) (ike^{ikx} - ikR e^{-ikx}) - \text{C.C.} \right]$$

$$= \frac{\hbar k}{m} (1 - |R|^2)$$

büyüklüğünde $1 - |R|^2$ olarak kalır.

e^{ikx} : $\frac{\hbar k}{m}$ akış hızı ile gelen dalga gözü ile bakabiliriz.

potansiyel olmaması için tüm x 'ler için e^{ikx} i gözetim olarak seçeriz.

2

potansiyel, $\hbar k(1-R)/m$ yansıma akışı ile,

$$R e^{-ikx}$$

ya yansıma dalgama şekelsizdir.

$x > 0$ için gözün $\psi(x) = T e^{iqx}$ sadece geçişim dalgası olacak. (Ayrıca engeller için e^{iqx} ve e^{-iqx} bir birer kombinasyonu olabilir)

$$j = \frac{\hbar q}{m} |T|^2$$

(*) problemde zaman bağımsızlığı olmadığı için her zaman j 'nin x 'den bağımsız olması gerekir. Böylece sağdaki akı sağdaki akıya eşit olmalıdır.

$$\frac{\hbar k}{m} (1 - |R|^2) = \frac{\hbar q}{m} |T|^2$$

Dalga fonksiyonunun $x=0$ 'daki sürekliliği:

$$1 + R = T$$

potansiyel sürekli değilse, sürekli olmayan dalga fonksiyonunun eğimi de sürekli olması idi.

$$\left(\frac{d\psi}{dx} \right)_{x=0^+} - \left(\frac{d\psi}{dx} \right)_{x=0^-} = \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} dx \frac{d}{dx} \frac{d\psi}{dx}$$

$$= \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} dx \frac{im}{\hbar^2} [V(x) - E] \psi(x) = 0$$

potansiyel: $V_0 \delta(x-a)$ şeklinde olsa idi

$$\left(\frac{du}{dx} \right)_{a+\epsilon} - \left(\frac{du}{dx} \right)_{a-\epsilon} = \frac{m}{\hbar^2} \int_{a-\epsilon}^{a+\epsilon} dx V_0 \delta(x-a) u(x)$$

$$= \frac{2m}{\hbar^2} V_0 u(a)$$

Bizim potansiyelimiz için türevin sürekliliği

$$ik(1-R) = iqT \Rightarrow 1-R = \frac{q}{k} T$$

$$1+R = T$$

$$\cancel{RR = T - \frac{q}{k} T} \Rightarrow \cancel{R =} \quad 2 = \left(\frac{q}{k} + 1 \right) T$$

$$T = \frac{2k}{k+q}$$

$$R = \frac{k-q}{k+q}$$

$$\frac{\hbar k}{m} |R|^2 = \frac{\hbar k}{m} \left(\frac{k-q}{k+q} \right)^2$$

yanına al

$$\frac{\hbar q}{m} |T|^2 = \frac{\hbar k}{m} \frac{4kq}{(k+q)^2}$$

(*)

4

1. Klasik mekaniğe göre bir pot. bariyerine gelen bir parçacık enerjisi korunması için yansır - fakat hiç bir zaman yansır. Bununla birlikte bu durum için gelen parçacıkların yansıması (Dalga özelliği: ışığın iki ortam arayüzünden geçerken kısmi yansıması gibi)

2. $\frac{1}{2}mv^2$ $\rightarrow$ kısmi yansıma sefer

3. $E \gg V_0 \Rightarrow q \rightarrow k$

$|R|^2$: yansıyan dalganın gelen dalgaya oranı $\rightarrow 0$ (pot. varlığı dalgaya ne kadar etkileşim yapar dır)

4. $E < V_0 \Rightarrow 1 - \text{imajiner}$

$x > 0$ için ψ 'nin potansiyel bariyeri $T e^{-|q|x}$ alınması gerekir

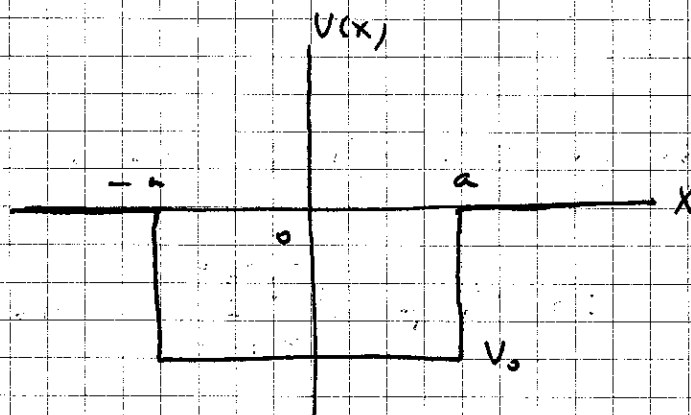
$$|R|^2 = \left(\frac{k - i|q|}{k + i|q|} \right) \left(\frac{k - i|q|}{k + i|q|} \right)^* = 1$$

Klasik mekanik için gibi tam yansıma. Ancak

$$T = \frac{2k}{k + i|q|} \neq 0 \text{ tünelleme.}$$

B. Potensial Energi:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a \\ -V_0 & -a < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$



$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad q^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E + V_0)$$

$$\psi(x) = \begin{cases} e^{ikx} + R e^{-ikx} & x < -a \\ A e^{iqx} + B e^{-iqx} & -a < x < a \\ T e^{ikx} & x > a \end{cases}$$

$E > 0$

$$\frac{\hbar k}{m} (1 - |R|^2) = \frac{\hbar q}{m} (|A|^2 - |B|^2) = \frac{\hbar k}{m} |T|^2$$

$$\begin{cases} e^{-ika} + R e^{ika} = A e^{-iqa} + B e^{iqa} \\ i k (e^{-ika} - R e^{ika}) = i q (A e^{-iqa} - B e^{iqa}) \end{cases} \quad x = -a$$

$$\begin{cases} A e^{iqa} + B e^{-iqa} = T e^{ika} \\ i q (A e^{iqa} - B e^{-iqa}) = i k T e^{ika} \end{cases} \quad x = +a$$

$$R = i e^{-2ika} \frac{(q^2 - k^2) \sin 2qa}{2kq \cos 2qa - i(q^2 + k^2) \sin 2qa}$$

$$BS K \quad T = e^{-2ika} \frac{2kq}{2kq \cos 2qa - i(q^2 + k^2) \sin 2qa}$$

6

$E \gg V_0 \Rightarrow q \approx k$ olduğundan $R \rightarrow 0$ limitine geçilir.

$\sin 2qa = 0$ olduğu durumda da limitine geçilir.

$$E = -V_0 + \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{8ma^2} \quad n=1, 2, 3, \dots$$

$2qa = n\pi$ rezonans koşulu: $\lambda = \frac{2\pi}{q} = \frac{4a}{n}$

$E < 0$ için

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{m}{\hbar^2} (-|E| + V_0) u = 0$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{m}{\hbar^2} (V_0 - |E|) u = 0$$

$$q^2 = \frac{m}{\hbar^2} (V_0 - |E|) > 0; \quad -k^2 = \frac{mE}{\hbar^2}$$

Uygundur durumda:

$$u(x) = \begin{cases} C_1 e^{kx} & x < -a \\ C_2 e^{-q x} & x > a \end{cases}$$

$$u(x) = A \cos qx + B \sin qx \quad -a < x < a$$

$$x = -a \begin{cases} C_1 e^{-qa} = A \cos qa - B \sin qa \\ q C_1 e^{-qa} = q (A \sin qa + B \cos qa) \\ C_2 e^{-qa} = A \cos qa + B \sin qa \\ -q C_2 e^{-qa} = -q (A \sin qa - B \cos qa) \end{cases}$$

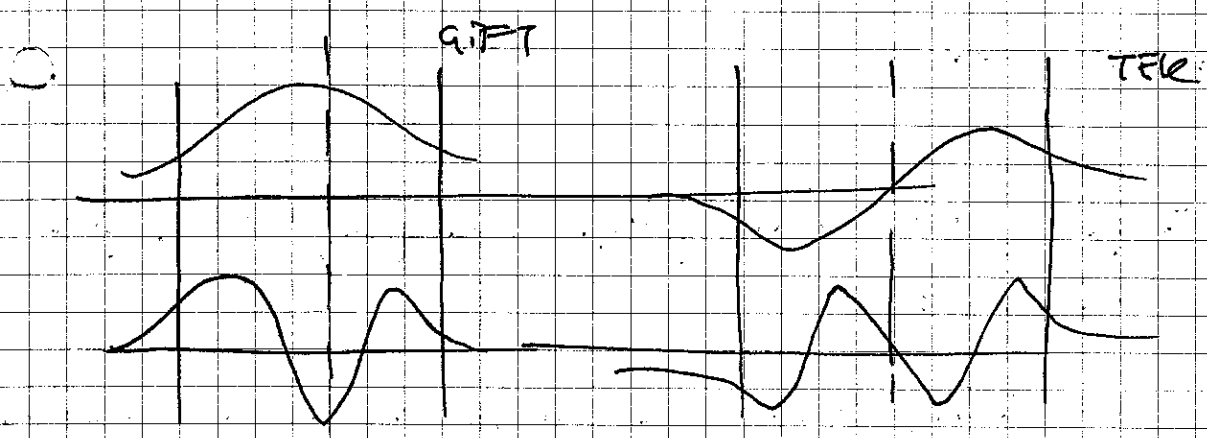
BS K

$$y = q \frac{A \sin qa - B \cos qa}{A \cos qa + B \sin qa} = q \frac{A \sin qa + B \cos qa}{A \cos qa - B \sin qa}$$

$$\Rightarrow A, B = 0 \quad \left. \begin{array}{l} A = 0 \\ B = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{tek} \\ \rightarrow \text{çift} \end{array}$$

$$y = q \tan qa \quad \text{çift gözünler}$$

$$y = -q \cot qa \quad \text{tek}$$



(a) Çift gözünler:

$$\lambda = 2mV_0 a^2 / \hbar^2, \quad y = qa$$

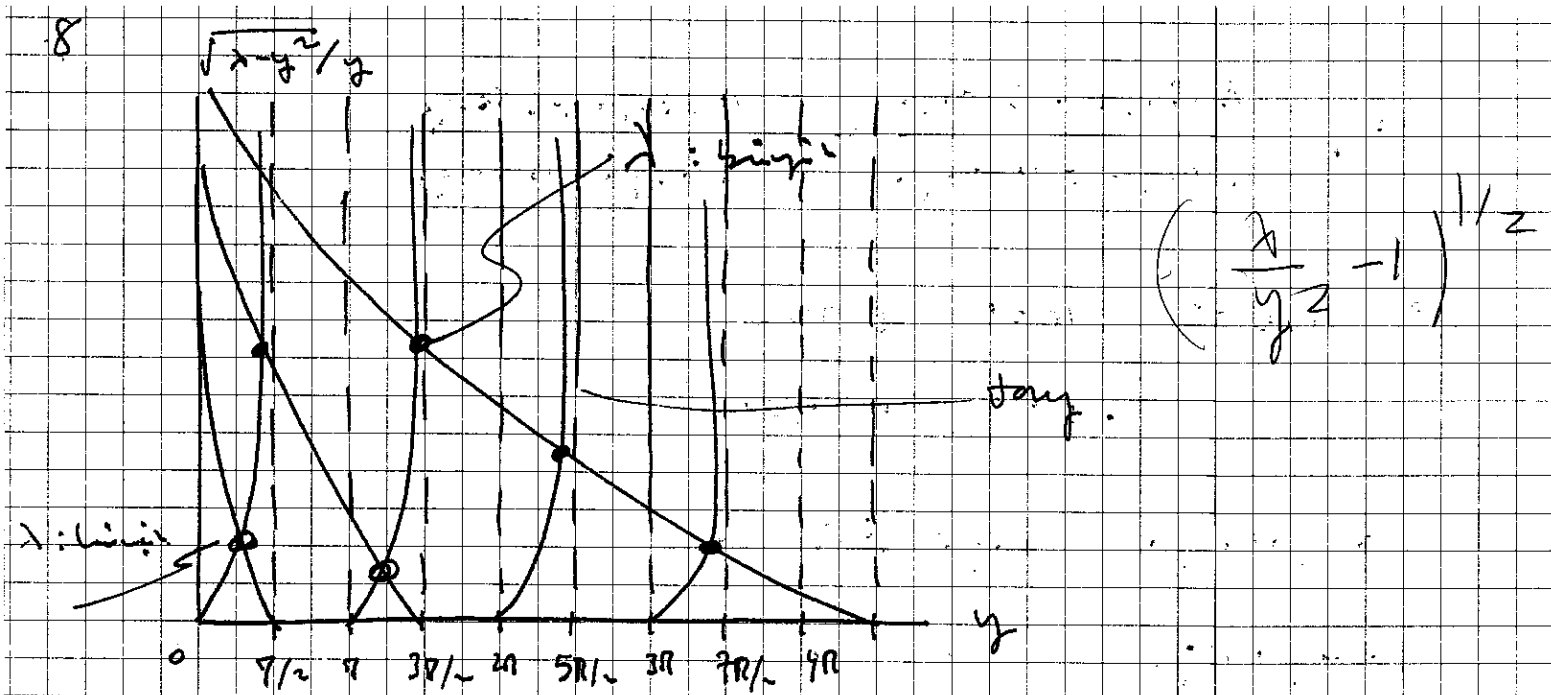
$$\tan y = \frac{y}{q} = \frac{qa}{y}, \quad y^2 a^2 = -\frac{mF}{\hbar^2}$$

$$\underbrace{q^2 a^2}_{y^2} = \underbrace{\frac{2mV_0 a^2}{\hbar^2}}_{\lambda} + \underbrace{\frac{mF}{\hbar^2}}_{-k^2 a^2}$$

$$y^2 a^2 = \lambda - y^2$$

$$\tan y = \frac{\sqrt{\lambda - y^2}}{y}$$

8



formel λ 'en.

λ : kuzeydüşme (pot. denli ne/yayr dake qant) dake col
başlı dımmı slıyır.

: ne kadek kuzey slıyır olın en as slı başlı dımmı ver.

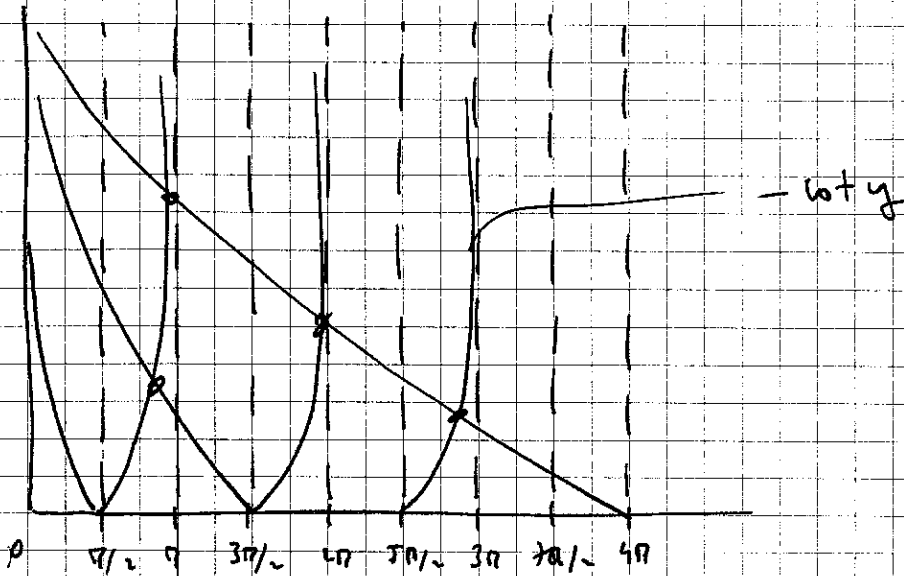
: kuzeydüşme örnekler esit nıllır ;

$$y \approx (n + \frac{1}{2})\pi \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

(b) Tek çözümler:

$$\frac{\sqrt{\lambda - y^2}}{y} = -\cot y \rightarrow \tan y \text{ 'ni } \frac{\pi}{2} \text{ ' hede hayan.}$$

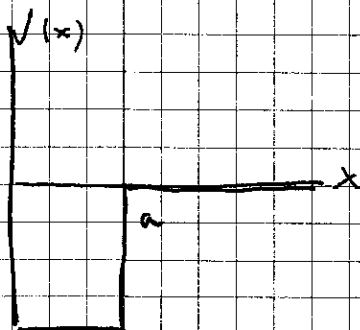
$$y \approx n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



$x < (\pi/2)^2$: Örnekte $y > L$.

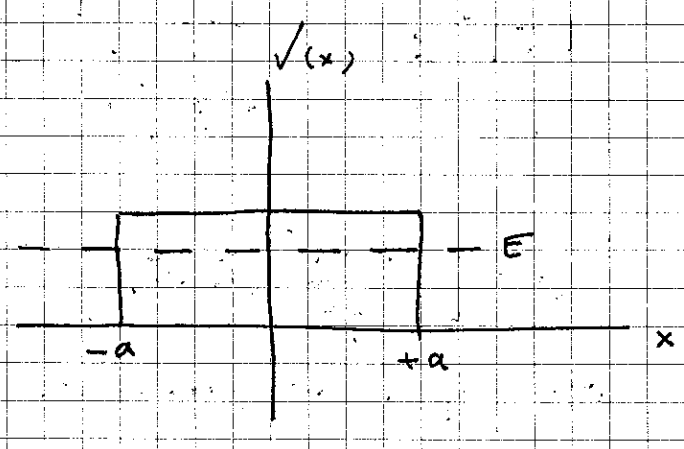
$$\sqrt{\lambda - \pi^2/4} > 0 \Rightarrow \frac{2mV_0 a^2}{\hbar^2} > \pi^2/4$$

tüm tek çözümler $x=0$ 'da ayni. orman baplı dnm problemi iis tek cözümler



kuymun'ni ile apn olacaktı.

C. Potansiyel Engeli:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a \\ V_0 & -a < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$


$$\frac{d^2 u(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(x)] u(x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0) u = 0$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{< 0}$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} - \eta^2 u = 0 \quad \eta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - |E|) \quad -a < x < a$$

$$u(x) = \begin{cases} e^{ikx} + R e^{-ikx} & x < -a \\ A e^{\eta x} + B e^{-\eta x} & -a < x < a \\ T e^{ikx} & x > a \end{cases}$$

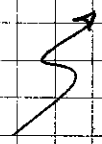
bir emeltili problemde,

$$\eta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - |E|) \text{ idi} \quad \eta \rightarrow i\kappa \text{ olacaktir.}$$

$$T = \frac{-2i\kappa a \quad 2k\eta}{2k\eta \cosh 2\eta a - i(k^2 - \eta^2) \sinh 2\eta a}$$

$$BS \quad |T|^2 = \frac{(2k\eta)^2}{(k^2 + \eta^2)^2 \sinh^2 2\eta a + (2k\eta)^2} \quad E < V_0 \text{ olma sure gelismiyor.}$$

$$|T|^2 \approx \left(\frac{4k\kappa}{k^2 + q^2} \right)^2 e^{-4qa} \quad \text{ya çok küçükken.}$$

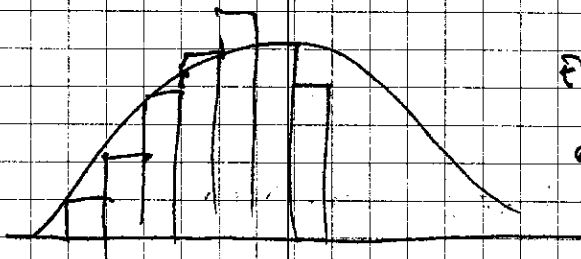


$$qa = \left[\frac{2ma^2}{\hbar^2} (V_0 - E) \right]^{1/2} \text{ olduğunda } |T|^2 \text{ a'ın ve } E \text{'nin}$$

çok büyük ve çok farklıdır.

$$\ln |T|^2 \approx -2q(2a) + 2 \ln \frac{2(ka)(qa)}{(ka)^2 + (ka)^2}$$

bu kısımlar daha sonra



Engelleri yan yana koyarak yavaş yavaş sürekli engeli oluşturacağız.

Akım sürekli bölünmüştür, her bir bölünmede belirli bir kısmı ve davalıya çok çok küçük bir ölçer. Dolayısıyla sürekli engeli oluşturabiliriz.

$$\ln |T|^2 \approx \sum_{\text{tüm engeller}} \ln |T_{\text{tüm engeller}}|^2$$

$$\approx -2 \sum \Delta x \langle q \rangle$$

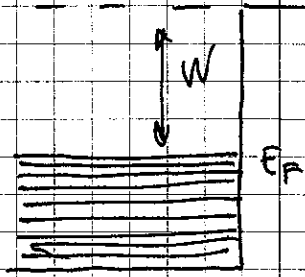
$$\approx -2 \int_{\text{engel}} dx \sqrt{(2m/\hbar^2)(V(x) - E)}$$

Enerji ve pot. sıfır olduğu dönüm noktasına yaklaşıyor, doğru değil!

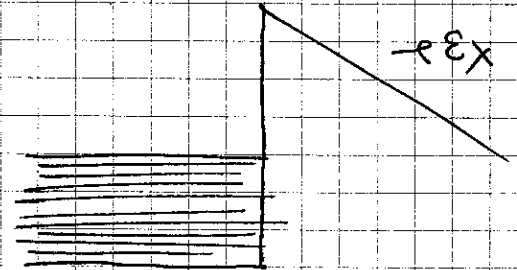
$$|T|^2 \approx e^{-2} \int dx \sqrt{(2m/\hbar^2)(V(x) - E)}$$

D. Tünel Olayı:

Elektronlar metal içinde bir potansiyel de tutulurlar; bu potansiyel aşağıdaki şekilde gösterilen sonlu derinliğe bir kuyu ile temsil edilir. Gerçek elektronlar her ikisi de Φ_1 den fazla elektron bulundurmazlar en düşük enerjili Fermi enerji düzeyine kadar enerji düzeylerine kümelenebilirler;



İnteraksiyon ya da fotonlar ile enerji alışverişinde bulunabilirler.



(bu elektron alması)

$$|T|^2 = e^{-2} \int_0^a dx \left[(2m/\hbar^2)(W - eEx) \right]^{1/2}$$

$$\int dx (A + Bx)^{1/2} = \frac{(A + Bx)^{3/2}}{3B/2}$$

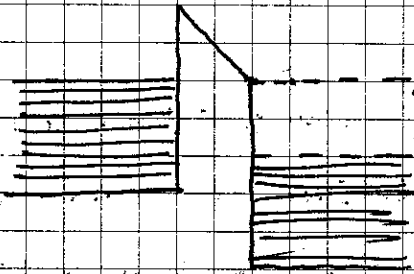
$$\Rightarrow |T|^2 = e^{-2} \frac{(4\sqrt{2}/3) \sqrt{mW/\hbar^2} (W/eE)}{3B/2}$$

Fowler-Nordheim

= a engel belirlenir.

13

başlık (genelde çok küçük birer δ), ya da orijinalden (bölünmüş)

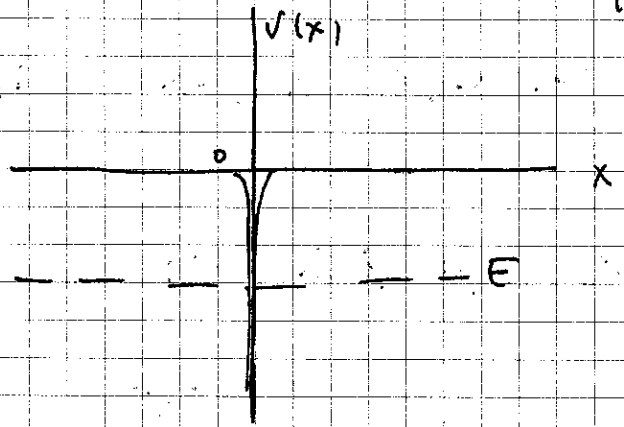


ev. yüksekliği ϕ_F pot. yansıması

F. Bir-Boyutlu Molekül Modeli:

17

$$V(x) = -\frac{\hbar^2 \lambda}{2ma} \delta(x)$$



çelici pot. büyüme olabilir.

$$\frac{d^2 u(x)}{dx^2} + \eta^2 u(x) = -\frac{\lambda}{a} \delta(x) u(x)$$

$$\eta^2 = 2m|E|/\hbar^2$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \eta^2 u = 0 \quad x \neq 0 \text{ 'ta her ikisi de}$$

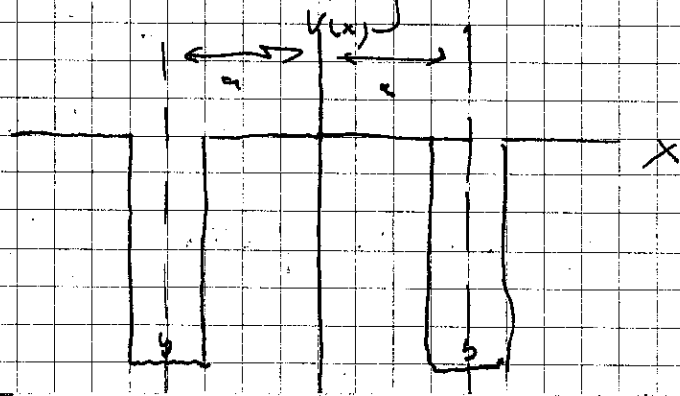
$$u(x) = \begin{cases} e^{-\eta x} & x > 0 \\ e^{\eta x} & x < 0 \end{cases}$$

$x \rightarrow \pm \infty$ 'da sifire gidebilir.

$$\left(\frac{du}{dx} \right)_{x=0_+} - \left(\frac{du}{dx} \right)_{x=0_-} = -\frac{\lambda}{a} u(0) \quad \text{türevi sürekli deşil}$$

$$-\eta - \eta = -\frac{\lambda}{a} \Rightarrow \eta = \lambda/2a$$

$$V(x) = -\frac{\hbar^2 \lambda}{2ma} [\delta(x+a) + \delta(x-a)]$$



15

potansiyel $x \rightarrow -x$ değişiminin altında simetrik.

10) Gıft görünümler:

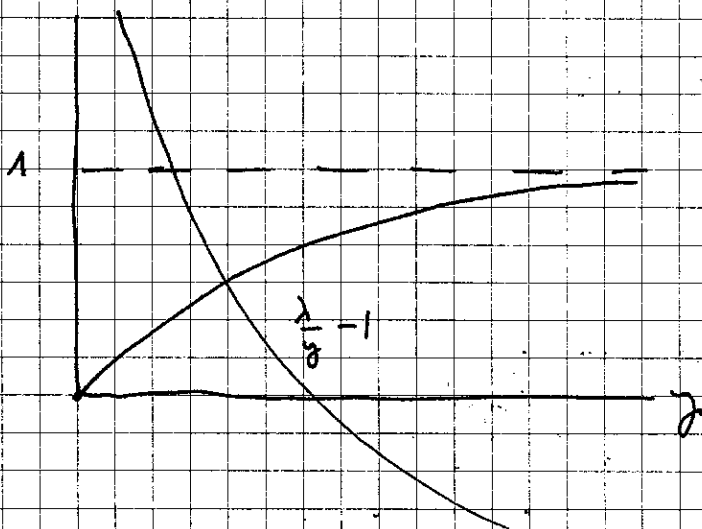
$$u(x) = \begin{cases} e^{-\gamma x} & x > a \\ A \cosh \gamma x & -a < x < +a \\ e^{\gamma x} & x < -a \end{cases}$$

dalga fonk. lmn. sınırlandırması $e^{-\gamma a} = A \cosh \gamma a$

Simetri nedeni ile diğerleri sınırlandırma koşulu sadece $x=a$ 'de uygulanabilir. $x=-a$ için aynı şey diye çıkarılır.

$$-\gamma e^{-\gamma a} = \gamma A \sinh \gamma a = -\frac{\lambda}{a} e^{-\gamma a}$$

Özellikler koşulu $\tanh \gamma a = \frac{\lambda}{\gamma a} - 1$



$$\tanh y = \frac{\lambda}{\gamma} - 1$$

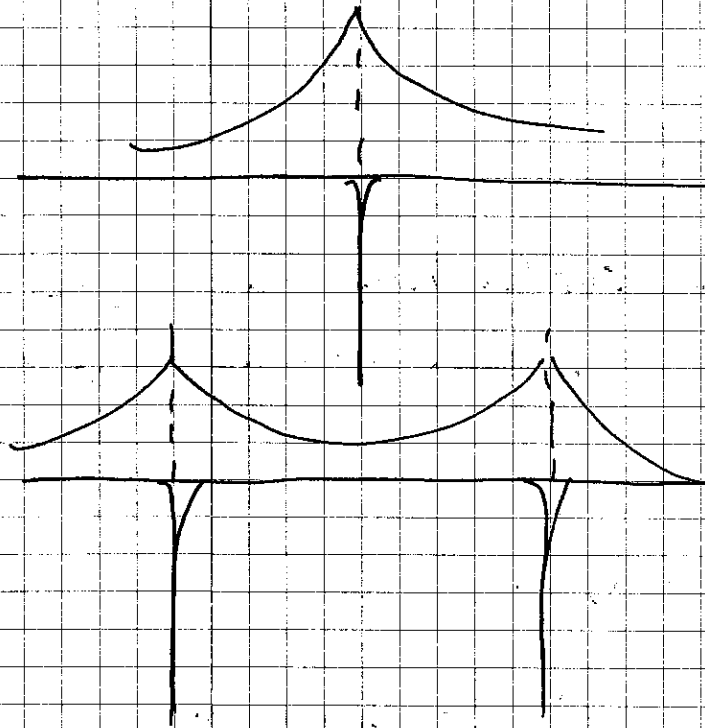
$$\begin{cases} y = \lambda \Rightarrow \frac{\lambda}{\gamma} - 1 = 0 \\ \text{veya } \tanh y > 0 \end{cases}$$

0 zaman $y < \lambda$ olmalı.

Ayrıca $\tanh y < 1$ olduğundan $(\lambda/y) < 2$ olmalı!

$\Rightarrow \eta > \lambda/2a$ olmalı.

Çünkü $\eta = \lambda/2a$ tek kuyunun ki ile benzerleşen, çift kuyunun ise enerjisi daha büyük bir negatif değere sahip olmasını gerektirir; böylelikle çift pot. del. enerji daha aşağıya düşer.



tek 8.

çift 8.

2 Tek Gösterim

$$u(x) = \begin{cases} e^{-\eta x} & x > a \\ A \sinh \eta x & -a < x < +a \\ -e^{\eta x} & x < -a \end{cases}$$

Dalga fonk.'ının sürekliliği: $A \sinh \eta a = e^{-\eta a}$

Süreklilik denklemini: $-\eta e^{-\eta a} - \eta A \cosh \eta a = -\frac{\lambda}{a} e^{-\eta a}$

$\lim_{\lambda \rightarrow 1} \lambda$

$\left(\frac{\lambda}{5} - 1\right)^{-1}$

$$\coth y_a = \frac{\lambda}{y_a} - 1$$

$\lambda > 1$ abnehmen

$$y = \lambda/2 \Rightarrow (\lambda/y - 1)^{-1} \rightarrow 1 \Rightarrow y < \lambda/2 \text{ mit Lenzene von}$$

$$y < \lambda/2a$$

Bei septischen Wunden o. d. Gift 'Inkubieren' daher rasig. In
hygienische Sept. durch Ungelenk. durch schlecht. Wund. Behandlung
beden

$$\psi(x) = u_E(x) + \alpha u_0(x)$$

α 'nın seçimi $\int_{-3}^0 1 \times |f(x)|^2$ 'yi olabildiğince küçüktür.

2.1. Schritt: Bei der elektronen-geführten Bildung können
denkbar: R_2 + Zinn, Zinn-Adjekt. f. l.

$$\psi(x,t) = u_E e^{-iE_E t/\hbar} + \alpha u_0 e^{-iE_0 t/\hbar}$$

$$= e^{-i E_{\epsilon} t / \hbar} \left[u_{\epsilon} + \alpha e^{-i (E_0 - E_{\epsilon}) t / \hbar} u_0 \right]$$

$\equiv 1$ gbt in comma line

You have not yet answered.

$$\omega = 2\omega_0 = 2 \frac{E_0 - E_F}{\hbar} \quad \text{salınım frekansı}$$

F. Kronig-Penney Modeli:

$$V(x+a) = V(x) \quad \text{periyoitlik}$$

Hamiltoniyen a ötelelemleri altında invariant.

seri. pot. de $\psi(x) = e^{ikx} \quad E = \hbar^2 k^2 / 2m$

$$\psi(x+a) = e^{ik(x+a)} = e^{ika} \psi(x)$$

$$|\psi(x+a)|^2 = |\psi(x)|^2 \quad x \text{ denli yoksak } x+a \text{ da aynı yoğunluk söz konusu.$$

$$V(x) = \frac{\hbar^2 \lambda}{2ma} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x-na)$$

$x=na$ da $\sin$ ve $\cos$ serbest olarak. ($\sin kx$, $\cos kx$)

$(n-1)a \leq x \leq na$ ile tanımlanan R_n bölge.

$$\psi(x) = A_n \sin k(x-na) + B_n \cos k(x-na)$$

$$na \leq x \leq (n+1)a \quad R_{n+1} \text{ bölgesi}$$

$$\psi(x) = A_{n+1} \sinh[x-(n+1)a] + B_{n+1} \cosh[x-(n+1)a]$$

17) Dalganın sınır koşulları ($x=na$)

$$-A_{n+1} \sin ka + B_{n+1} \cos ka = B_n$$

Süreklilik koşulları:

$$k A_{n+1} \cos ka + k B_{n+1} \sin ka - k A_n = \frac{\hbar^2}{a} B_n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_{n+1} = A_n \cos ka + (g \cos ka - \sin ka) B_n \\ B_{n+1} = (g \sin ka + \cos ka) B_n + A_n \sin ka \end{cases} \quad g = \lambda / ka$$

$$\psi(R_{n+1}) = e^{i\phi} \psi(R_n) \text{ alınabilir}$$

$$\text{Aynı şekilde: } A_{n+1} = e^{i\phi} A_n$$

$$B_{n+1} = e^{i\phi} B_n$$

$$(e^{i\phi} - \cos ka)(e^{i\phi} - g \sin ka - \cos ka) = \sin ka (g \cos ka - \sin ka)$$

$$2e^{i\phi} - e^{i\phi} (2 \cos ka + g \sin ka) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \cos \phi = \cos ka + \frac{1}{2} g \sin ka$$

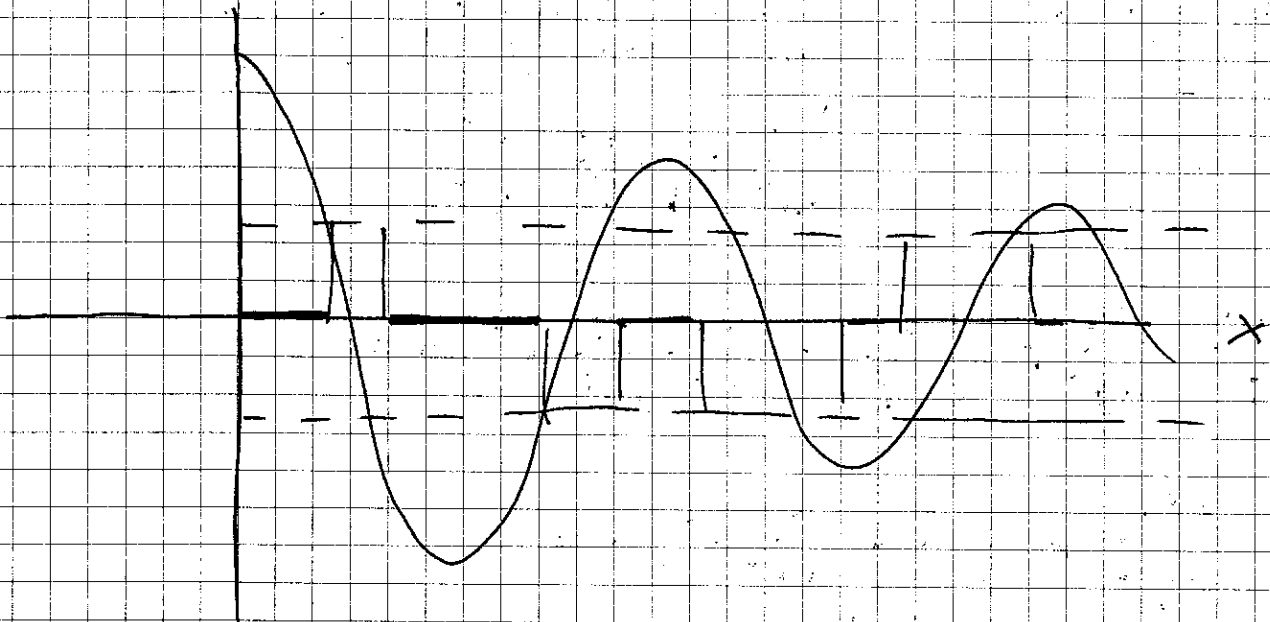
$$\phi(R_{n+N}) = \phi(R_n)$$

$$\Rightarrow e^{iN\phi} = 1 \Rightarrow \phi = \frac{2\pi}{N} m \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\phi \rightarrow \pi$$

$$\cos qa = \cos ka + \frac{\lambda}{2} \frac{\sin ka}{ka}$$

$$\cos x + \frac{\lambda \sin x}{2x}$$



G. Harmonik Salıncı:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} k x^2$$

$$\omega = \sqrt{k/m}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{1}{2} k x^2 u = E u$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \left[\frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{km}{\hbar^2} x^2 \right] u = 0$$

$$\Sigma = \frac{2E}{\hbar\omega}$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \left(m \frac{\Sigma \omega}{\hbar} - \frac{km}{\hbar^2} x^2 \right) u = 0$$

$$y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$$

$$\frac{d}{dx} = \frac{dy}{dx} \frac{d}{dy} = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \frac{d}{dy}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} = \left(\frac{m\omega}{\hbar} \right) \frac{d^2}{dy^2}$$

$$\frac{m\omega}{\hbar} \frac{d^2 u}{dy^2} + \left(\frac{\Sigma \omega}{\hbar} - \frac{km}{\hbar^2} \frac{\hbar}{m\omega} y^2 \right) u = 0$$

$$\frac{d^2 u}{dy^2} + \left(\Sigma - \frac{k}{m\omega^2} y^2 \right) u = 0$$

$$\frac{d^2 u}{dy^2} + (\Sigma - y^2) u = 0$$

$$y \rightarrow \infty : \quad \frac{d^2 u_0}{dy^2} - y^2 u_0 \approx 0 \quad / \quad 2 \frac{du_0}{dy}$$

$$2 \frac{du_0}{dy} \frac{d^2 u_0}{dy^2} - 2y^2 u_0 \frac{du_0}{dy} \rightarrow \frac{d}{dy} \left(\frac{du_0}{dy} \right)^2 - y^2 \frac{d}{dy} (u_0^2) = 0$$

$$\frac{d}{dy} \left\{ \left(\frac{du_0}{dy} \right)^2 - y^2 u_0^2 \right\} + 2y u_0^2 = 0$$

ihmal exakt! neue source entwickeln
gestreckte.

$$\circ \quad \frac{d}{dy} \left\{ \left(\frac{du_0}{dy} \right)^2 - y^2 u_0^2 \right\} \approx 0 \Rightarrow \left(\frac{du_0}{dy} \right)^2 - y^2 u_0^2 = C$$

$$\left(\frac{du_0}{dy} \right) = \pm (C + y^2 u_0^2)^{1/2}$$

$$y \rightarrow \infty, u_0, \frac{du_0}{dy} \rightarrow 0 \Rightarrow C = 0 \text{ sinnvoll}$$

$$\left(\frac{du_0}{dy} \right) = \pm y u_0 \quad u_0 \sim e^{-y^2/2}$$

$$\textcircled{+1} \quad \frac{d}{dy} (y^2 u_0^2) = \frac{d}{dy} (y^2 e^{-y^2}) = 2y e^{-y^2} - 2y^3 e^{-y^2} = -y^3 e^{-y^2} \quad \text{ymermal immer!}$$

$$u(y) = h(y) e^{-y^2/2}$$

$$\frac{du}{dy} = e^{-y^2/2} \frac{dh}{dy} - y h e^{-y^2/2}$$

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = -y \frac{dh}{dy} e^{-y^2/2} + e^{-y^2/2} \frac{d^2 h}{dy^2} - h e^{-y^2/2} - y \frac{dh}{dy} e^{-y^2/2} + y h e^{-y^2/2}$$

$$\frac{d^2 h}{dy^2} - 2y \frac{dh}{dy} - h + y^2 h + (\epsilon - y^2) h = 0$$

$$\frac{d^2 h}{dy^2} - 2y \frac{dh}{dy} + (\epsilon - 1) h = 0$$

$$h(y) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m y^{m+s}$$

$$h'(y) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m (m+s) y^{m+s-1} \quad h'' = \sum_{m=0}^{\infty} a_m (m+s)(m+s-1) y^{m+s-2}$$

$$\sum_m a_m (m+s)(m+s-1) y^{m+s-2} - 2 \sum_m a_m (m+s) y^{m+s} + (\epsilon - 1) \sum_m a_m y^{m+s} = 0$$

$$a_0 s(s-1) + a_1 (s+1)s + \sum_{m=2}^{\infty} a_m (m+s)(m+s-1) y^{m+s-2}$$

$$\sum_m a_{m+2} (m+s+2)(m+s+1) y^m$$

$m-2 = m$

$$a_0 s(s-1) + a_1 s(s+1)$$

$$+ \sum_m \left\{ (m+s+1)(m+s+2) a_{m+2} + [(\epsilon-1) - 2(m+s)] a_m \right\} y^{m+s} = 0$$

$$s(s-1) = 0 \Rightarrow s=0, s=1$$

↳ für a_1 beliebig.

$$(m+1)(m+2) a_{m+2} = -[(\varepsilon-1) + 2m] a_m$$

$$\frac{a_{m+2}}{a_m} = \frac{2m - (\varepsilon-1)}{(m+1)(m+2)}$$

x 'in büyük değerleri için e^{y^2} gibi davranır. Dolayısıyla $y + w \rightarrow e^{y^2} \rightarrow w$ olur. Serilerin herikimini lazım. Bu da $\varepsilon-1$ in negatif olmaya ihtiyacı olan ile seçilir.

$$\varepsilon-1 = 2\lambda \Rightarrow \varepsilon = 2\lambda + 1 = \frac{2F}{\hbar\omega} \Rightarrow F = \left(\lambda + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

$$a_m = - \frac{(m+1)(m+2)}{2(\lambda - m)} a_{m+2}$$

$$\frac{n}{2} \quad n: \text{ çift}$$

$$\frac{n-1}{2} \quad n: \text{ tek}$$

$$a_2 = \frac{-2\lambda}{1 \cdot 2} a_0$$

$$a_3 =$$

$$y = a_n \sum_{m=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]} (-1)^m \frac{n!}{2^{2m} m! (n-2m)!} x^{n-2m}$$

$$H_n(x) = \sum_{m=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]} (-1)^m \frac{n!}{m! (n-2m)!} (2x)^{n-2m}$$

BS K

$$E_n = \frac{2n+1}{2} \hbar \omega \quad n=0,1,2,\dots$$

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$$

$$u_n(y) = N_n e^{-y^2/2} H_n(y) \quad y = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$$

$$H_0(y) = 1$$

$$H_1(y) = 2y$$

$$H_2(y) = 2(1-2y^2)$$

$$H_3(y) = -12\left(y - \frac{2}{3}y^3\right)$$

$$H_n(y) = \sum_{r=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^r \frac{n!}{r!(n-2r)!} (2y)^{n-2r}$$

$$\sum_n H_n(y) \frac{z^n}{n!} = e^{2zy - z^2}$$

$$H_n(y) = (-1)^n e^{y^2} \frac{d^n}{dy^n} e^{-y^2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dy e^{-y^2} H_n^2(y) = 2^n n! \sqrt{\pi}$$

BS K

$$H = \frac{p^2}{2m}$$

$$H u_n^{(\pm)}(x) = E_n^{(\pm)} u_n^{(\pm)}(x)$$

$$\langle H \rangle = \int dx \psi^*(x) H \psi(x)$$

$$= \int dx \left\{ \sum_n \left[A_n^{(+)*} u_n^{(+)*}(x) + A_n^{(-)*} u_n^{(-)*}(x) \right] \right\}$$

$$\times \left\{ \sum_m \left[A_m^{(+)} E_m^{(+)} u_m^{(+)}(x) + A_m^{(-)} E_m^{(-)} u_m^{(-)}(x) \right] \right\}$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \left(E_m^{(+)} |A_m^{(+)}|^2 + E_m^{(-)} |A_m^{(-)}|^2 \right)$$

ve

$$\int dx \psi^*(x) \psi(x) = 1 \Rightarrow \sum_{m=1}^{\infty} \left(|A_m^{(+)}|^2 + |A_m^{(-)}|^2 \right) = 1$$

$|A_n^{(\pm)}|^2$: herfi ψ için $E_n^{(\pm)}$ vermenin olasılığı.

PARİTE :

u_n^+ : x 'e göre çift olanlar

u_n^- : " " " " " "

x 'e göre çift bir $f(x)$ ile ise sağlanan $A_n^{(-)}$ ler 0 olurlar.

$P : x \rightarrow -x$ yapılıyor.

($\therefore$)

$$P \psi^{(+)}(x) = \psi^{(+)}(x)$$

$$P \psi^{(-)}(x) = -\psi^{(-)}(x)$$

örnekler denklemleri.

örnekleri $+1$ ve -1 .

$$P u(x) = \lambda u(x),$$

$$P^2 u(x) = P \lambda u(x) = \lambda^2 u(x)$$

$$P^2 u(x) = \lambda^2 u(x)$$

$$= u(x)$$

örnekler denklemleri
denklemleri.

$$\lambda^2 = +1 \Rightarrow \lambda = \pm 1.$$

$$\psi^{(+)}(x) = \frac{1}{2} [\psi(x) + \psi(-x)] + \frac{1}{2} [\psi(x) - \psi(-x)]$$

Herhangi bir Hermityen işlemcinin özfonksiyonları, bir tam küme oluşturur ve herhangi bir fonk. bunlar cinsinden serile acağıdır.

Hermityenlik simetrisi ✓

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = H \psi(x,t)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} P \psi(x,t) = P H \psi(x,t)$$

$$P H \psi(x,t) = H P \psi(x,t) \quad (\Leftrightarrow) \quad H : \begin{cases} x \rightarrow -x \text{ için çift ve} \\ \text{sayılar, bu da } V(x) \text{ 'in} \\ \text{çift fonk. alınması} \\ \text{gerekli olduğu } \frac{d^2}{dx^2} : \text{çift.} \end{cases}$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (P \psi) = H (P \psi)$$

Dolayısıyla $\psi^{(+)} = \frac{1}{2} (1+P) \psi(x,t)$

$$\psi^{(-)} = \frac{1}{2} (1-P) \psi(x,t)$$

Schrödinger denkleminin aynı ayrı sağlanabilir.

parite ile zamanla değişimden oluşan kuantum.

$$(P H - H P) \psi(x,t) = 0$$

$$\Leftrightarrow [P, H] = 0$$

Momentum Özfonksiyonu ve Serbest Parçacık:

$$\hat{p}_0 \psi_p(x) = p \psi_p(x)$$

$$\frac{d\psi_p(x)}{dx} = \frac{i}{\hbar} p \psi_p(x)$$

$$\psi_p(x) = C e^{ipx/\hbar}$$

$$\begin{aligned} \int dx \psi_{p'}^*(x) \psi_p(x) &= |C|^2 \int dx e^{i(p-p')x/\hbar} \\ &= 2\pi |C|^2 \hbar \delta(p-p') = 1 \end{aligned}$$

$$|C| = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}$$

$$\psi_p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{ipx/\hbar}$$

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} dp \phi(p) \frac{e^{ipx/\hbar}}{\sqrt{2\pi\hbar}} \psi_p(x)$$

$|\phi(p)|^2$: herfi bir ϕ için momentum p vermenin olasılığı.

Serbest parçacık Hamiltoniyeni:

$$\frac{d^2 u(x)}{dx^2} + k^2 u(x) = 0 \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (*)$$

Çözümler: e^{ikx} , e^{-ikx} veya bunların lineer birleşimini.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx |A e^{ikx} + B e^{-ikx}|^2 \rightarrow \text{ıraksar}$$

Bundan şu şekilde kurtulabiliriz.

(b) (*) ile tanımlanan problemi bir kısıtlı parçacık probleminin limit durumu olarak düşünebiliriz. $-a/2$ ile $a/2$ deki duvarlar $a \rightarrow \infty$ yaklaşır.

$$u_n^{(-)}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad n=2, 4, 6, \dots$$

$$k = \frac{n\pi}{a}$$

$$u_n^{(+)}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos \frac{n\pi x}{a} \quad n=1, 3, 5, \dots$$

b) $f(x) = e^{ikx}$ dalga paketleri ile çalışabiliriz. Bu

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} dp \phi(p) \frac{e^{ipx/\hbar}}{\sqrt{2\pi\hbar}} \quad \text{in özel bir durumdur}$$

$$\Leftrightarrow \phi(p) = \sqrt{2\pi\hbar} \delta(p - \hbar k)$$

bu yine $\leftarrow g(p - \hbar k)$ alınırsa

$$f(x) = \int dp e^{ipx/\hbar} g(p - \hbar k)$$

12)

$$\psi(x) = \underbrace{e^{ikx}}_{\text{düzlem dalga}} \int \underbrace{dq e^{iqx/\hbar}}_{x' \text{ in serisi bir fonksiyonu ile açıklanır}} g(q)$$

düzlem dalga $\times$ x 'in serisi bir fonksiyonu ile açıklanır

(c) e^{ikx} için parçacık uzayın herhangi bir bölgesinde lokalize değildir, bu yüzden de parçacığı herhangi bir yerde bulma olasılığı sıfırdır.

$$j = \frac{\hbar}{im} \left[\psi^* \frac{d\psi}{dx} - \psi \frac{d\psi^*}{dx} \right]$$

$$\psi = \begin{cases} C e^{ipx/\hbar} \Rightarrow j = |C|^2 \frac{p}{m} \\ C e^{-ipx/\hbar} \Rightarrow j = -|C|^2 \frac{p}{m} \end{cases}$$

$\swarrow$ cm^2 başına düşen parçacık yoğunluğu.

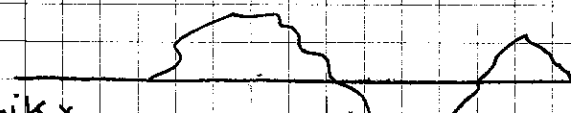
Dejenerelik:

Bir kuantumlu parçacık probleminin dördüncü, serbest parçacık için e^{ikx} ve e^{-ikx} gibi iki bağımsız görün (veya $\cos kx$, $\sin kx$ gibi) vardır.

Her ikisi aynı 2 görünür vardır. Bu iki etaya aynı bir dır. 4. Hermityen bir işlemi aynı örneğe karşılık bir den farklı bağımsız örneğe karşı gelir.

PROBLEMLER

prb. 5.1.)



$$A e^{ikx} + B e^{-ikx} \quad C e^{ikx} + D e^{-ikx}$$

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}, \text{ Also known: } \vec{j}_1 = \vec{j}_2$$

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2im} \left(\psi^* \frac{d\psi}{dx} - \psi \frac{d\psi^*}{dx} \right)$$

$$|A|^2 - |B|^2 = |C|^2 - |D|^2 \Rightarrow |A|^2 + |D|^2 = |C|^2 + |B|^2$$

$$\begin{aligned} |A|^2 + |D|^2 &= (S_{11}A + S_{12}D)(S_{11}^*A^* + S_{12}^*D^*) + (S_{21}A + S_{22}D)(S_{21}^*A^* + S_{22}^*D^*) \\ &= [|S_{21}|^2 + |S_{11}|^2]|A|^2 + [|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2]|D|^2 \\ &\quad + [S_{21}^*S_{22} + S_{11}^*S_{12}]A^*D + [S_{22}^*S_{21} + S_{11}^*S_{11}]A D^* \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1$$

$$S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* = 0$$

$$\Rightarrow |S_{12}|^2 = |S_{21}|^2$$

$$S_{11} = -\frac{S_{21}S_{22}^*}{S_{12}^*}$$

$$\Rightarrow |S_{11}|^2 = \frac{|S_{21}|^2 |S_{22}|^2}{|S_{12}|^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 = 1 \\ |S_{21}|^2 + |S_{22}|^2 = 1 \\ S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* = 0 \end{cases}$$

$$S S^\dagger = S^\dagger S = 1 \text{ üniter.}$$

prb. 5.2.)

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a \\ V_0 & -a < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccc} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & \boxed{Ee^{ikx} + Fe^{-ikx}} & Ce^{ikx} + De^{-ikx} \\ -a & & a \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = -a \left\{ \begin{array}{l} Ae^{-ika} + Be^{ika} = Ee^{-ika} + Fe^{ika} \\ ikAe^{-ika} - ikBe^{ika} = +\gamma Ee^{-ika} - \gamma Fe^{ika} \end{array} \right. \\ x = a \left\{ \begin{array}{l} Ce^{ika} + De^{-ika} = Ee^{ika} + Fe^{-ika} \\ ikCe^{ika} - ikDe^{-ika} = +\gamma Ee^{ika} - \gamma Fe^{-ika} \end{array} \right. \end{array}$$

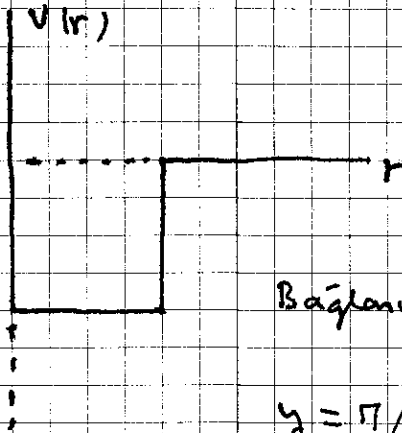
1) E und F gleich

2) C und D

D und A und D absolut gleich

prb. 5.4.)

Tek çözümler: $\frac{\sqrt{\lambda - \gamma^2}}{\gamma} = -\cot \gamma$ 5.39.



$$\lambda \equiv \frac{2ma^2 V}{\hbar^2}, \quad \gamma = qa \quad q^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V - |E|)$$

Bağlama enerjisi $\equiv |E| \leq 0 \Rightarrow$ (5.39)'ün çözümü

$$\gamma = \pi/2 \text{ verir } \lambda = \frac{\pi^2}{4} \Rightarrow V = \frac{\pi^2}{4} \frac{\hbar^2}{2ma^2} = V_0 \text{ olsun.}$$

$E = -2.2$ MeV'lık bağlı durumu veren pot. $V = V_0 + V$ olsun.

$$\gamma = \frac{\pi}{2} + \gamma \quad \cot\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) \approx -\gamma - \frac{\gamma^3}{3} - \dots$$

$$\begin{aligned} \lambda - \gamma^2 &= \frac{2ma^2 |E|}{\hbar^2}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{2ma^2}{\hbar^2} (V_0 + V - |E|)} \\ &= \sqrt{\frac{\pi^2}{4} + \frac{2ma^2}{\hbar^2} (V - |E|)} \\ &\approx \frac{\pi}{2} + \frac{2ma^2}{\hbar^2 \pi} (V - |E|) \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{2ma^2}{\hbar^2 \pi} (V - |E|)$$

$$\frac{1}{d^2} = \frac{\hbar^2}{ma^2 c^2}$$

$$(\lambda - \gamma^2)^{1/2} = -\gamma \cot \gamma : \sqrt{\frac{2ma^2}{\hbar^2} |E|} \approx \frac{\pi}{2} \gamma = \frac{ma^2}{\hbar^2} (V - |E|)$$

$$V = |E| + \sqrt{\frac{2\hbar^2 |E|}{ma^2}} ; \quad a = d \frac{\hbar}{mc} ; \quad |E| = \varepsilon mc^2 \text{ olsun}$$

çöz

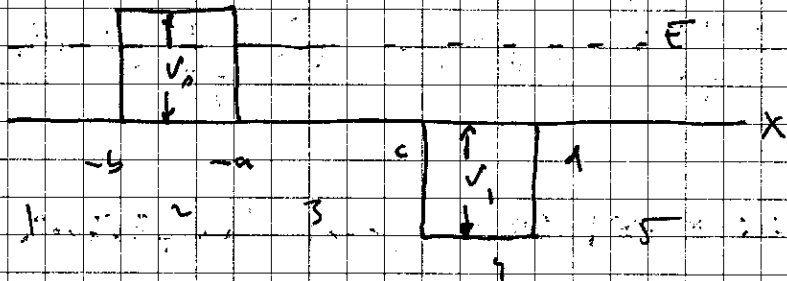
$$\frac{\hbar^2}{ma^2} = \frac{mc^2}{d^2} \quad \text{ve} \quad \frac{2\hbar^2 |E|}{ma^2} = 2\varepsilon \frac{(mc^2)^2}{d^2}$$

$$1 = 7.186$$

$$V_0 = 57.69 \text{ MeV}$$

$$V = V_0 + V = \frac{\pi^2}{8} \frac{mc^2}{d} + \varepsilon mc^2 + \sqrt{2\varepsilon} \frac{mc^2}{d} \quad \left\{ \begin{array}{l} mc^2 = 450 \text{ MeV} \\ \varepsilon = 4.9 \times 10^{-3} \end{array} \right. \quad V = 70.87 \text{ MeV}$$

Prob. 5.5.)



$$u_1(x) = e^{ikx} + R e^{-ikx} \quad x < -b$$

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$u_2(x) = A e^{kx} + B e^{-kx} \quad -b < x < -a$$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)$$

$$u_3(x) = C e^{ikx} + D e^{-ikx} \quad -a < x < c$$

$$q^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E + V_1)$$

$$u_4(x) = F e^{iqx} + G e^{-iqx} \quad c < x < d$$

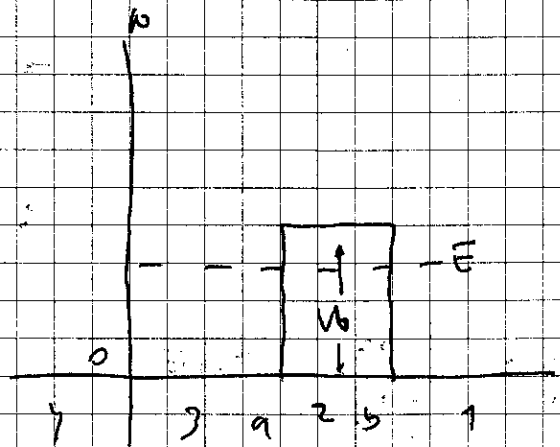
$$u_5(x) = T e^{ikx} \quad d < x$$

$$u_1(x) = e^{-ikx} + R e^{ikx} \quad x > b$$

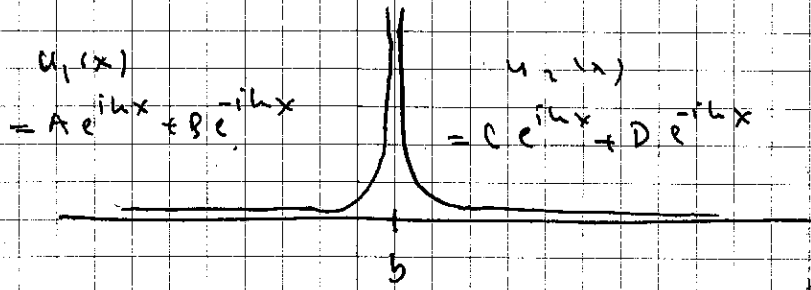
$$u_2(x) = A e^{kx} + B e^{-kx} \quad b > x > a$$

$$u_3(x) = T e^{-ikx} + R e^{ikx} \quad a > x > 0$$

$$u_4(x) = 0 \quad 0 > x$$



prb. 5.7.) $V(x) = \frac{\lambda}{a} \delta(x-b)$



$$\left. \begin{aligned} u_1(b) &= u_2(b) \\ \frac{du_2}{dx} \Big|_b - \frac{du_1}{dx} \Big|_b &= +\frac{\lambda}{a} u_2(b) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} A e^{ikb} + B e^{-ikb} &= C e^{ikb} + D e^{-ikb} \\ A e^{ikb} - B e^{-ikb} &= C e^{ikb} - D e^{-ikb} - \frac{\lambda}{a k} (C e^{ikb} + D e^{-ikb}) \end{aligned}$$

$$C = \frac{2iak}{2iak - \lambda} A + \frac{\lambda}{2iak - \lambda} e^{-2ikb} D = S_{11} A + S_{12} D$$

$$B = \frac{\lambda}{2iak - \lambda} e^{ikb} A + \frac{2iak}{2iak - \lambda} D = S_{21} A + S_{22} D$$

$S^\dagger S = S^\dagger S = I$ olduğu gösterilebilir.

• Bunu $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} > 0$ için bulabiliriz. Başka durum bulmadık.

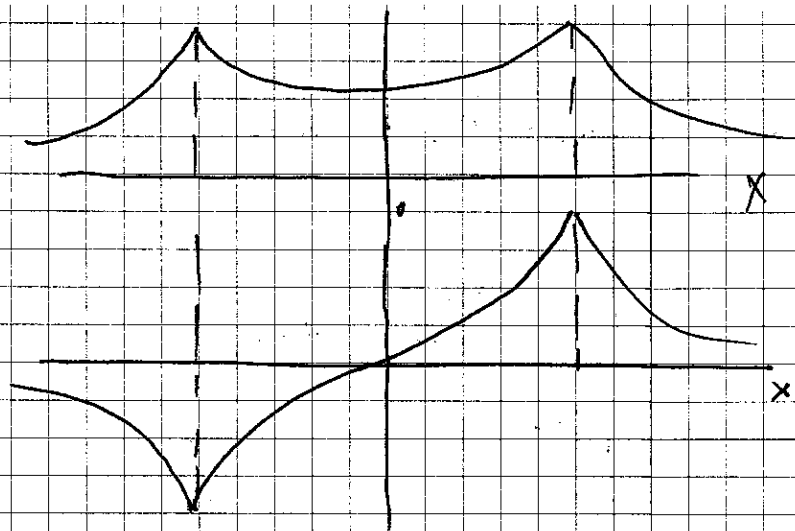
$E < 0$ yani $k \rightarrow +i\eta$ alırsak $S_{ij} \rightarrow 0$ yani ψ 'ler başlı başına verilir. Bu da $S_{ij} \rightarrow 0$ limit paydasının sıfır alınması gerektirir.

$2iak - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda < 0$ alınabilir.

prb. 5.8.)

çift çözü.

tek çözü.



$$\psi(x) = U_g + \alpha U_t \quad (-\infty, -a) \text{ den itibaren } \psi_1(x) = e^{\eta x} - \alpha e^{\eta x} = (1-\alpha)e^{\eta x}$$

$$U_g = \begin{cases} e^{-\eta x} & x > a \\ A \cosh \eta x & -a < x < a \\ e^{\eta x} & x < -a \end{cases} = U_t$$

$$(-a, 0) \text{ den itibaren } \psi_2 = A \cosh \eta x + B \sinh \eta x$$

$$A = \frac{e^{-\eta a}}{\cosh \eta a}$$

$$B = \frac{e^{-\eta a}}{\sinh \eta a}$$

$$I(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} dx |\psi(x)|^2 \quad \text{minimum } \alpha \text{ değeri nedir?}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx [U_g + \alpha U_t]^2$$

$$\frac{dI}{d\alpha} = 0 = \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi(x) U_t = \int_{-\infty}^{-a} dx (1-\alpha) e^{\eta x} (-e^{\eta x})$$

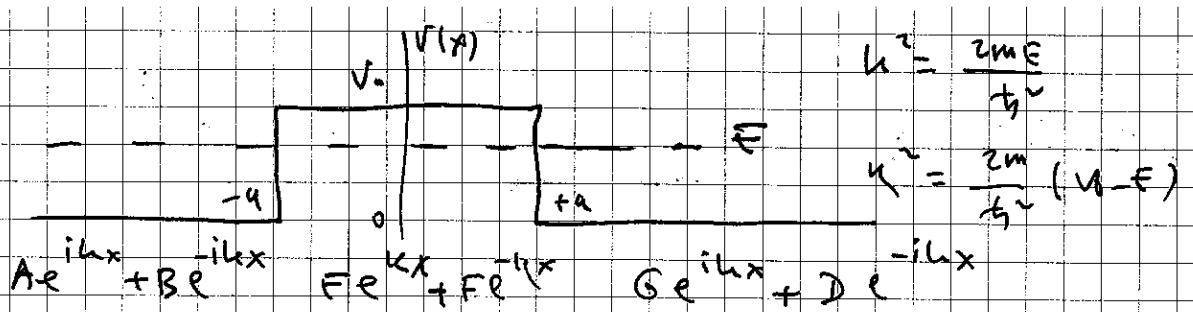
$$+ \int_{-a}^0 dx (A \cosh \eta x + B \sinh \eta x) B \sinh \eta x$$

$$(\alpha-1) \int_{-\infty}^{-a} dx e^{2\eta x} + AB \int_{-a}^0 dx \frac{1}{2} \sinh 2\eta x + \alpha B^2 \int_{-a}^0 dx \sinh^2 \eta x = 0$$

$$(\alpha-1) \frac{1}{2\eta} e^{2\eta a} + AB \frac{1}{4\eta} (1 - \cosh 2\eta a) + \alpha B^2 \frac{1}{4\eta} (\sinh 2\eta a - 2\eta a) = 0$$

$$\alpha = \frac{2 \sinh \eta a (\sinh 2\eta a + \cosh 2\eta a - 1)}{2 \sinh^2 \eta a + \sinh 2\eta a - 2\eta a}$$

prb. 5.2.)



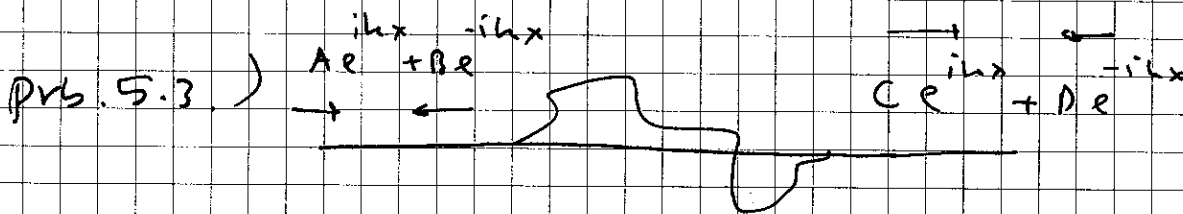
$$x = -a \begin{cases} A e^{-ika} + B e^{ika} = F e^{-\kappa a} + F e^{\kappa a} \\ ik A e^{-ika} - ik B e^{ika} = \kappa F e^{-\kappa a} - \kappa F e^{\kappa a} \end{cases}$$

$$x = +a \begin{cases} C e^{ika} + D e^{-ika} = F e^{\kappa a} + F e^{-\kappa a} \\ ik C e^{ika} - ik D e^{-ika} = \kappa F e^{\kappa a} - \kappa F e^{-\kappa a} \end{cases}$$

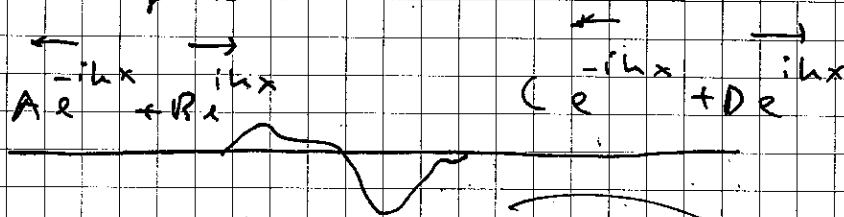
Dör denk. den ;

$$C = -A + D$$

$$B = -A + D \quad \text{çünkü}$$



$\vec{k} \rightarrow -\vec{k}$ kuyruğu



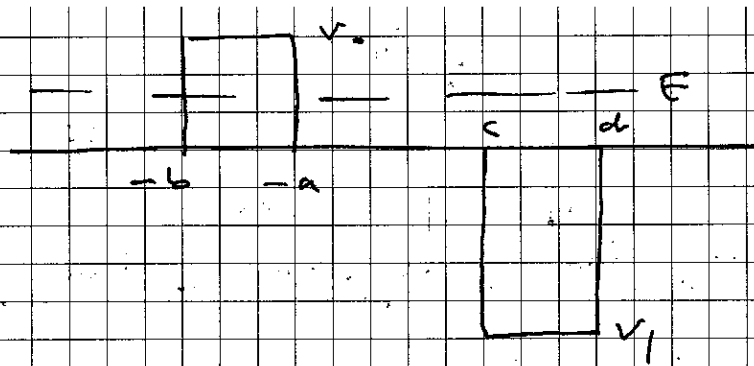
$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}(k) & S_{12}(k) \\ S_{21}(k) & S_{22}(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}(-k) & S_{12}(-k) \\ S_{21}(-k) & S_{22}(-k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

$$1. \text{ 'm } \text{fermi} \quad \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix} = S^\dagger \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}^*(k) & S_{21}^*(k) \\ S_{12}^*(k) & S_{22}^*(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} S_{11}(-k) = S_{11}^*(k) \\ S_{22}(-k) = S_{22}^*(k) \end{matrix} \quad S_{12}(-k) = S_{21}^*(k) \quad \Rightarrow \quad S(-k) = S^\dagger(k)$$

BSK

pr. 5.5) a)



$$u_1(x) = e^{ikx} + R e^{-ikx}$$

$$x < -b$$

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$u_2(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$

$$-b < x < -a$$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)$$

$$u_3(x) = C e^{ikx} + D e^{-ikx}$$

$$-a < x < c$$

$$u_4(x) = F e^{iqx} + F e^{-iqx}$$

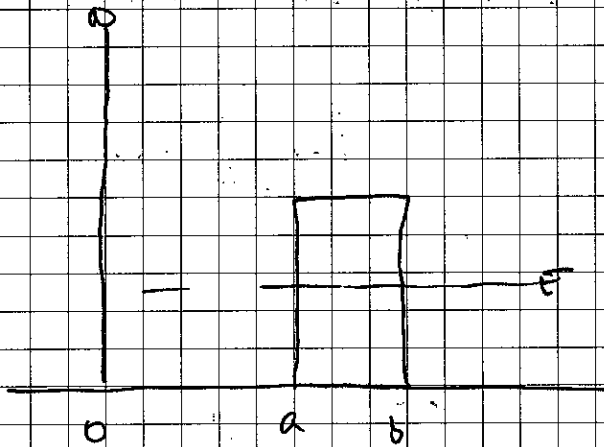
$$c < x < d$$

$$q^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E + V_1)$$

$$u_5(x) = T e^{ikx}$$

$$d < x$$

b)



$$u_1(x) = e^{-ikx} + R e^{ikx}$$

$$x > b$$

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$u_2(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$

$$a < x < b$$

$$u_3(x) = T e^{-ikx} + R' e^{ikx}$$

$$a > x > 0$$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)$$

$$u_4(x) = 0$$

$$x < 0$$

prb. 5.6.)



$E > 0$ 5.26'ün paydasında
k-ik hesap yapıp eşitleyelim

(5.35)

$$k = q \tan qa \quad \text{alt}$$

$$k = -q \cot qa \quad \text{teh}$$

$$2ikq \cos 2qa - i(q^2 - k^2) \sin 2qa = 0$$

$$\begin{aligned} 2kq / (q^2 - k^2) &= \tan 2qa \\ &= \frac{2 \tan qa}{1 - \tan^2 qa} \end{aligned}$$

T'ün paydan.

$$\Rightarrow \tan^2 qa + \frac{q^2 - k^2}{kq} \tan qa - 1 = 0$$

$$\tan qa = \frac{k}{q} \quad \text{ve} \quad \tan qa = -\frac{q}{k}$$

$$\begin{pmatrix} T \\ R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow T = S_{11}$$

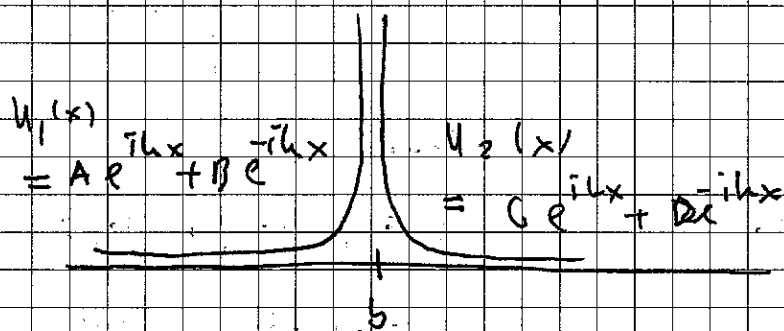
$$R = S_{21}$$

T ve R'ün paydaların kökleri S'ün eşgüraiteliği'ni

ve $k = i\gamma$ 'dır. $k = +i\gamma$ alman $E < 0$ anlamıkt.

Soruy: S' matrisinin eşgüraiteliği bşph durumlar var mıdır?

prb. 5.7.) $V(x) = \frac{\lambda}{a} \delta(x-b)$



$$A e^{ikb} + B e^{-ikb} = C e^{ikb} + D e^{-ikb}$$

$$\left. \frac{du_2}{dx} \right|_b - \left. \frac{du_1}{dx} \right|_b = + \frac{\lambda}{a} u_1(b) \left\{ \begin{aligned} &A e^{ikb} - B e^{-ikb} \\ &= C e^{ikb} - D e^{-ikb} - \frac{\lambda}{aik} \end{aligned} \right.$$

$$\propto (C e^{ikb} + D e^{-ikb})$$

$$C = \frac{2iak}{2iak - \lambda} A + \frac{\lambda}{2iak - \lambda} e^{-2ikb} D = S_{11} A + S_{12} D$$

$$B = \frac{\lambda}{2iak - \lambda} e^{2ikb} A + \frac{2ika}{2iak - \lambda} D = S_{21} A + S_{22} D$$

$$S^\dagger S = S S^\dagger = 1 \quad E > 0 \quad (= \frac{\hbar^2 k^2}{2m})$$

$E < 0$ için $k \rightarrow i\kappa$ alınır. Ve

S_{ij} için yollar κ lar seçer dikkat ver.

$$2iak - \lambda \rightarrow -2a\kappa - \lambda = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\lambda < 0 \text{ alınır.}}}$$

prb. 5.9.) $E = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega$

$$n = \begin{cases} 0, 2, 4, \dots & \text{odd} \\ 1, 3, 5, \dots & \text{even} \end{cases}$$

$$u(y) = h(y) e^{-y^2/2} = \sum_{m=0}^{\infty} a_m y^m e^{-y^2/2}$$

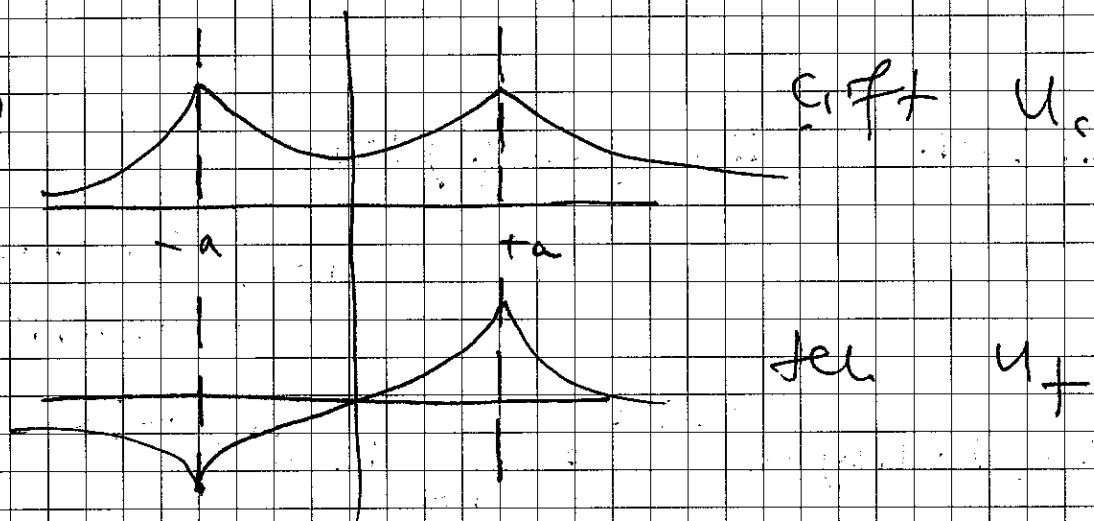
$$a_{m+2} = \frac{2m - \epsilon + 1}{(m+1)(m+2)} a_m$$

$n=0 \Rightarrow \epsilon = 2n+1 = 1 \quad a_0 \neq 0 \quad u_0(y) = a_0 e^{-y^2/2}$
 $a_2 = 0$

$n=1 \Rightarrow \epsilon = 2n+1 = 3 \quad a_1 \neq 0 \quad u_1(y) = a_1 y e^{-y^2/2}$
 $a_3 = 0$

prb. 5.

prb. 5.8.)



$$\psi(x) = U_c(x) + \alpha U_t(x)$$

$\psi(x)$ in $(-a, -a)$ 'dali husum $\psi_1(x) = e^{\eta x} - \alpha e^{\eta x}$

$$= (1 - \alpha) e^{\eta x}$$

// $(-a, 0)$ $\psi_2(x) = A \cosh(\eta x) + \alpha B \sinh(\eta x)$

$$A = \frac{e^{-\eta a}}{\cosh \eta a} \quad B = \frac{e^{-\eta a}}{\sinh \eta a}$$

$I(\alpha) = \int_{-a}^0 dx |\psi(x)|^2$ 'gi minimum yqa α ?

$$= \int_{-a}^0 dx [U_c + \alpha U_t]^2$$

$$\frac{dI}{d\alpha} = 2 \int_{-a}^0 dx \psi U_t = 0$$

$$0 = \int_{-a}^0 dx (1 - \alpha) e^{\eta x} (-e^{-\eta x}) + \int_{-a}^0 dx (A \cosh \eta x + \alpha B \sinh \eta x)$$

BS K $\alpha = \frac{2 \sinh \eta a (\sinh 2\eta a + \cosh 2\eta a - 1)}{2 \sinh^2 \eta a + \sinh 2\eta a + 2\eta a}$