

Zaman Ölçümü ve Saat

Zaman nedir?

A. Einstein: "Saatin ölçtüğü niceliktir."

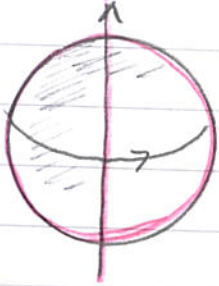
Saat zaman ölçer mi?

Saat sadece periyodik hareket yapan bir sistemin salınımlarını sayar.

Doğru sayma için sistemin periyodunun değişmemesi gerekir.

Tarihsel bakıldığında doğa koşulları nedeniyle değişmeyen periyoda sahip makroskobik bir sistem bulunamamıştır.

Örnek:

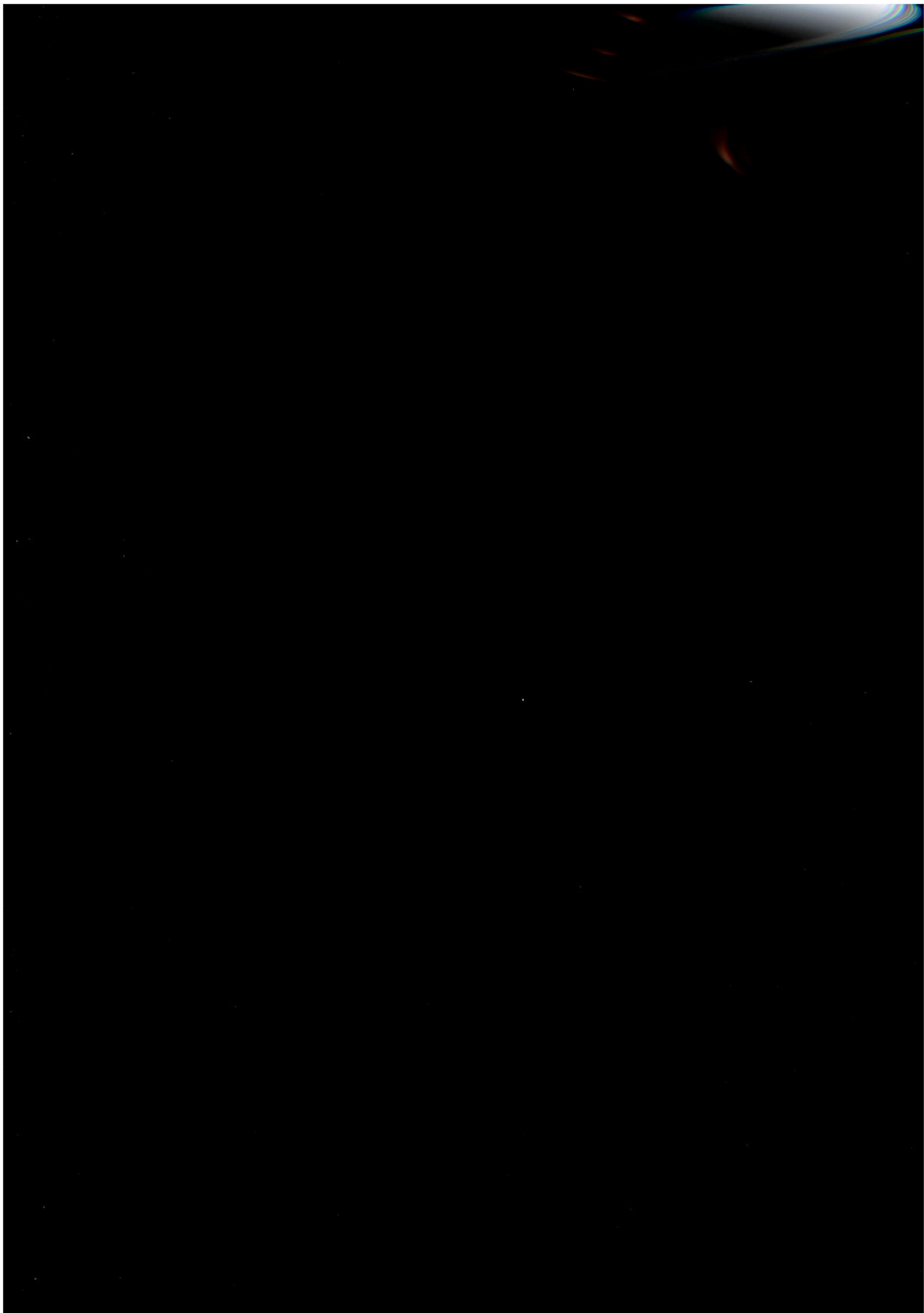


Dünyanın eksenini etrafında günlük periyodu saat tasarımı için uzun süre kullanılmıştır.

$$1 \text{ saniye} = \frac{1 \text{ gün}}{86400} \quad \left(\begin{array}{l} 1905 \text{ yılı} \\ \text{günü} \end{array} \right)$$

Ancak dünyanın günlük periyodu geçitli nedenlerle sabit değildir.

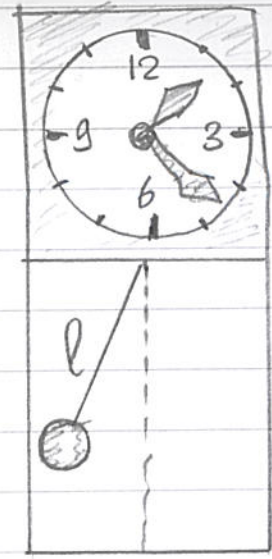
Uzun süre içinde hata birikimi artar.



Örnek: Sarkaçlı Saatler

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

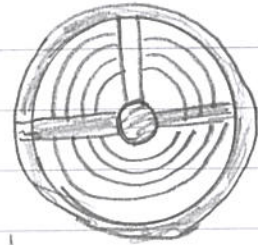
Yerçekimi ivmesi g yüksekliğe ve coğrafik konuma bağlıdır.



Örnek: Yaylı saatler

Sıcaklık ve nem yayları etkiler

Saatlerin önemli kullanım alanlarından biri gemicilikte ve havacılıkta taşıtların konumlarının belirlenmesidir.



EK: John Harrison gemilerde boylam bulmada kullanılmak amacıyla yaptığı H4 adını verdiği saatle İngiliz hükümetinden 20000£ ödül kazanmıştır (1764).

Zaman Ölçümünü Etkileyen Fizik ilkeleri

Özel görelilik

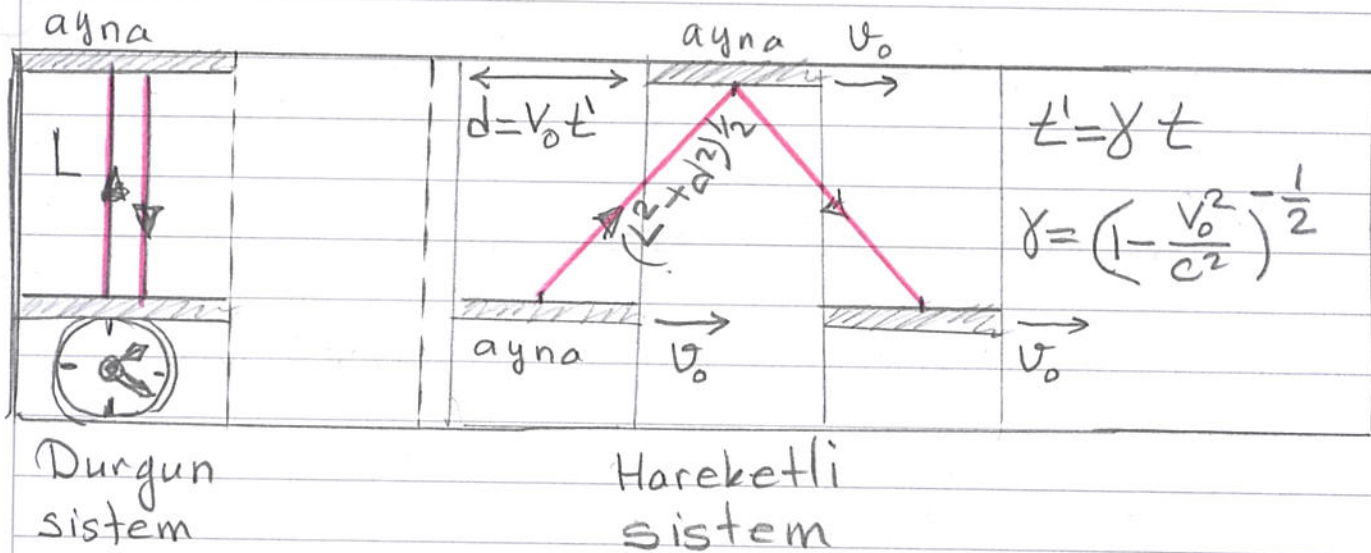
Genel görelilik (Relativistik kütle çekimi)

Işık hızı, Özel Görelilik

Doğa koşullarından bağımsız olarak zaman ölçümündeki önemli etken ışık hızının sabitliğidir.

"Işık hızı boşlukta tüm gözlem çerçevelerinde aynıdır"

Bu ilke farklı gözlem çerçevelerinde zamanın farklı olduğu sonucunu doğurur. Yani, hareketli saatler daha yavaş çalışır.



$$t' > t$$

Budurum zaman ve saat kavramına farklı bakış açısı getirmiştir.

Örnek: CERN deneylerinde muon ömrü: muonun durgun sisteminde ömrü

$$\Delta t_0 = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 2.2 \mu\text{s}$$

Lab. sisteminden bakıldığında muon ömrü:

$$\Delta t = 60 \mu\text{s} \approx 29 \times \Delta t_0$$

$$\frac{v_0}{c} = 0.9994$$

$$\gamma = 29.3$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = 60 \mu\text{s}$$

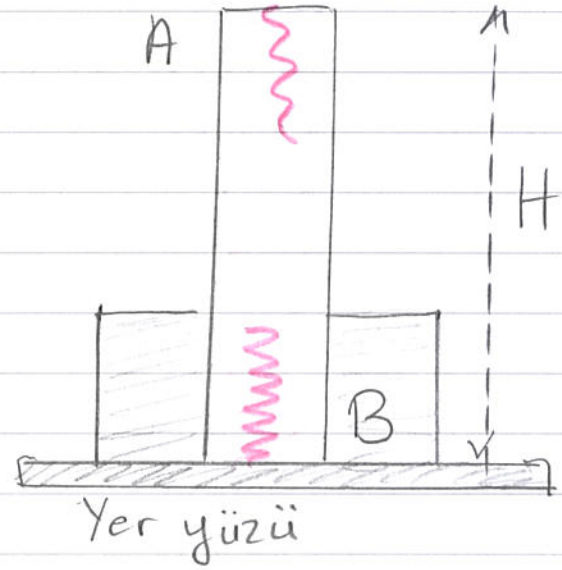
Genel Görelilik ve Zaman

Kütle çekimsel kırmızıya(maviye) kayma (Gravitational redshift)

Işık hızının sabitliği kütle çekiminin farklı olduğu noktalarda ışığın dalga boyunun (veya frekans) değiştiğini de ifade etmektedir.

$$f_B \approx \left(1 + \frac{gH}{c^2}\right) f_A$$

$$\Delta t_B \approx \left(1 - \frac{gH}{c^2}\right) \Delta t_A$$



Farklı yükseklikte saatler farklı hızlarla çalışır.

($\Delta t_A, \Delta t_B$: approximately proper times)

Kütle çekiminin arttığı noktalarda saat yavaşlar.

Bir başka ifadeyle, foton kütle çekiminden etkilenir.

Ek. $E=14.4(\text{keV})$ enerjili foton

30 metre yükseklikteki bir binanın tepesinden binanın zeminine doğru gönderilsin.

$$E_A = h\nu = h f_A \quad f_A = \frac{E_A}{h} = 3.475 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

Foton zemine ulaştığında

$$f_B \approx f_A \left(1 + \frac{gH}{c^2}\right) = f_A + \Delta f = f_A + 1.16 \cdot 10^4 \text{ Hz}$$

$$f_B - f_A = 1.16 \cdot 10^4 \text{ Hz} \quad \text{maviye kaymıştır.}$$

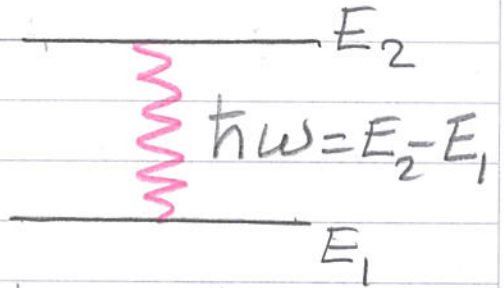
— 0 —

Saatler haberleşme dışında, hareketli sistemlerin konumlarının belirlenmesinde ve bilimsel deneylerde kullanıldığından zaman ölçümünün hatasız ve çok duyarlı olmalıdır.

Çevre koşullarından etkilenmeyen saygılar atomlarda gerçekleştirilirse evrenin her yerinde kullanılabilir.

Atom saatlerinde kullanılan atomlar ortamın sıcaklığından dolayı ortalama 300 m/s büyüklüğünde (oda sıcaklığında gaz) hızlara sahiptir.

Atomlarda sayma işlemi iki enerji düzeyi arasındaki ω frekanslı foton salınması ile gerçekleştirilir.



Atomlardan salınan fotonların frekansında Doppler kayması nedeniyle

$\Delta f \approx \frac{v}{c}$ kadar belirsizlik oluşur.

Ayrıca özel görelilikten gelen bir diğer belirsizlik ise

$$\Delta f \approx \frac{v^2}{c^2}$$

olarak ortaya çıkar.

$$\left[\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{\Delta t}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} \right]$$

Atomların hızlarından gelen sayma belirsizliğini azaltmanın yolu soğutma ile başarılır.

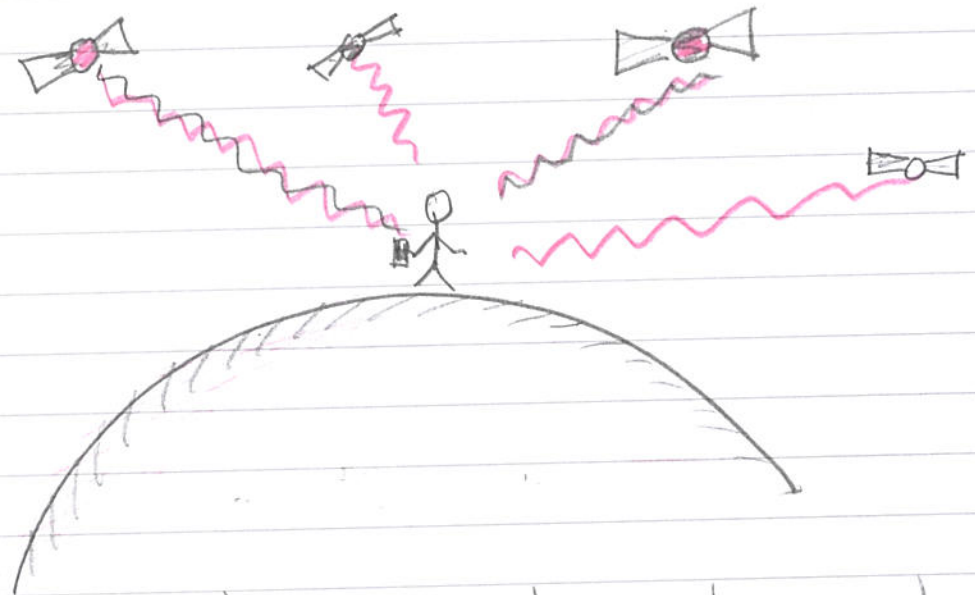
\$ 100 quartz saat $\left(\frac{30 \text{ saniye}}{\text{yıl}}\right)$ hata yapar

\$ 100 000 atom saati $\left(\frac{30 \text{ saniye}}{10^7 \text{ yıl}}\right)$ hata yapar

24 tane **GPS** uydusunun her birinde atom saatleri bulunmaktadır.

Laser soğutma (10^{-6-8} K) ile gerçekleştirilen atom saatlerinde hem özel hem de genel görelilik ilkeleri kullanılarak sürekli düzeltme yapılmaktadır.

Genel görelilik düzeltmesi yapılmayan GPS sisteminin konum belirleme hatası bir kaç metre yerine km düzeyine ulaşır.



Dünya yüzeyinde GPS ile doğru konum belirlenmesi için en az 4 uydü gerekir.

Olasılık Akısı, AKI Korunumu AKI Kuantumlanması

$$\rho = \psi^* \psi \quad ; \text{olasılık yoğunluğu}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \psi + \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} H \psi$$

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial t} = \left(\frac{H \psi}{i\hbar} \right)^*$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$

$$\vec{p} = -i\hbar \vec{\nabla}$$

$$p_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{-\hbar}{2mi} \left[\psi^* \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^2} \right) \psi \right]$$

aşağıdaki eşitlikler kullanılırsa

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \psi^* \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial x} \psi \right) - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^2} \psi$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2mi} \frac{\partial}{\partial x} \left[\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \psi \right]$$

$V^* = V$ ise katkı gelmez.

$$j = \frac{\hbar}{2mi} \left[\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \psi \right] \quad \text{olasılık akısı}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial j}{\partial x} \quad \text{Süreklilik denklemi}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \vec{\nabla} \cdot \vec{j} \quad \text{3-Boyutta}$$

Akı momentum cinsinden yazılabilir.

$$\vec{j} = \frac{1}{2m} \left[\psi^* \vec{p} \psi + (\vec{p} \psi)^* \psi \right]$$

$$\vec{p} = -i\hbar \vec{\nabla} \\ = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}$$

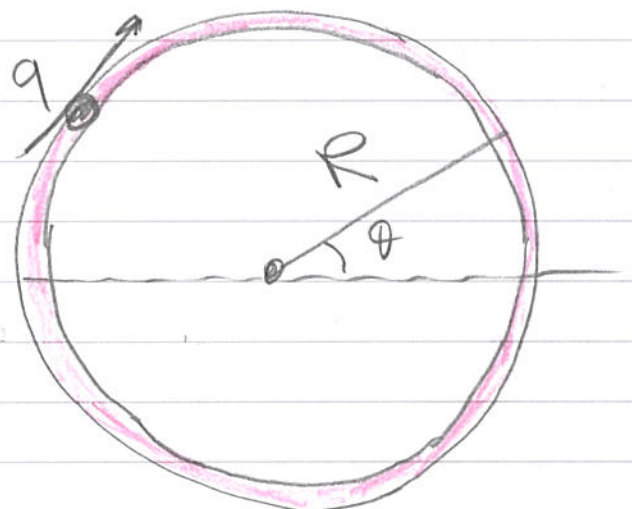
R Yarıçaplı Çember Üzerinde Hareket

$$H\psi = E\psi \quad (2B)$$

$$\frac{p_\theta^2}{2m} \psi = E\psi$$

$$p_\theta = \frac{\hbar}{i} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad R = sb$$

$$-\frac{\hbar^2}{2mR^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \psi = E\psi$$



$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} e^{i \frac{L}{\hbar} \theta}$$

Periyodik sınır koşulu ile $\psi(\theta+2\pi)=\psi(\theta)$

$$e^{2\pi i \frac{L}{\hbar}} = 1 \text{ olmalı, yani } L = n\hbar$$

$n=0,1,2,\dots$

$$L = n\hbar$$

Ağsal momentumun kuantumlanması

Enerji

$$L^2 = 2mR^2 E$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = -\frac{L^2}{\hbar^2} \psi$$

$$E = \frac{\hbar^2 n^2}{2mR^2}$$

Kuantumlu
enerji

— 0 —

Parçacığın olasılık akısı

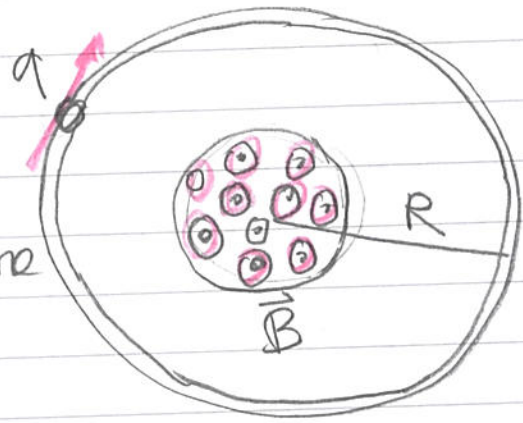
$$J_\theta = \frac{\hbar}{2mi} [\psi^* p_\theta \psi + (p_\theta \psi)^* \psi]$$

$$p_\theta = -i\hbar \frac{\partial}{R \partial \theta}$$

$$J_\theta = \frac{L}{2\pi m R^2} = \frac{\hbar n}{2m\pi R^2} \quad \text{kuantumlu olasılık akısı}$$

Çembersel Harekete Manyetik Akı Etkisi

$r < R$ yarıçaplı bölgede çember düzleminde $\vec{B} = sb$ manyetik alan uygulansın.



Bu durumda manyetik alanın etkisi Schrödinger denkleminde etkisi manyetik akı

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = \pi r^2 B \quad \text{vasıtasıyla yazılabilir.}$$

$$H = \frac{1}{2m} \left[p_\theta - \frac{q\Phi}{2\pi R} \right]^2$$

$$H = \frac{1}{2m} \left[-i\hbar \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{q\Phi}{2\pi R} \right]^2$$

$R = sb$ olduğundan $\frac{q\Phi}{2\pi R} = sb$ olur.

$B=0$ iken bulunan çözüm $\psi = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} e^{i\frac{L}{\hbar}\theta}$

tekrar önerilir ve denkleme yerine konursa

$$E = \frac{1}{2mR^2} \left[L - \frac{q\Phi}{2\pi} \right]^2$$

elde edilir.

$$L = n\hbar$$

Manyetik akının etkisi energyde görünür.

Her bir enerji düzeyi manyetik akı Φ ile orantılı olarak kaymıştır.

Olasılık Akısı:

$$J_{\theta} = \frac{1}{2m} \left[\psi^* \left(p_{\theta} - \frac{q\Phi}{2\pi R} \right) \psi + \left\{ \left(p_{\theta} - \frac{q\Phi}{2\pi R} \right) \psi \right\}^* \psi \right]$$

$$p_{\theta} = -i\hbar \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta}$$

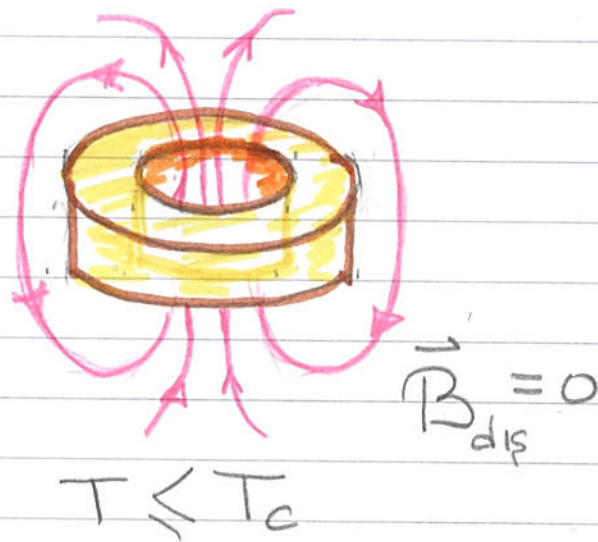
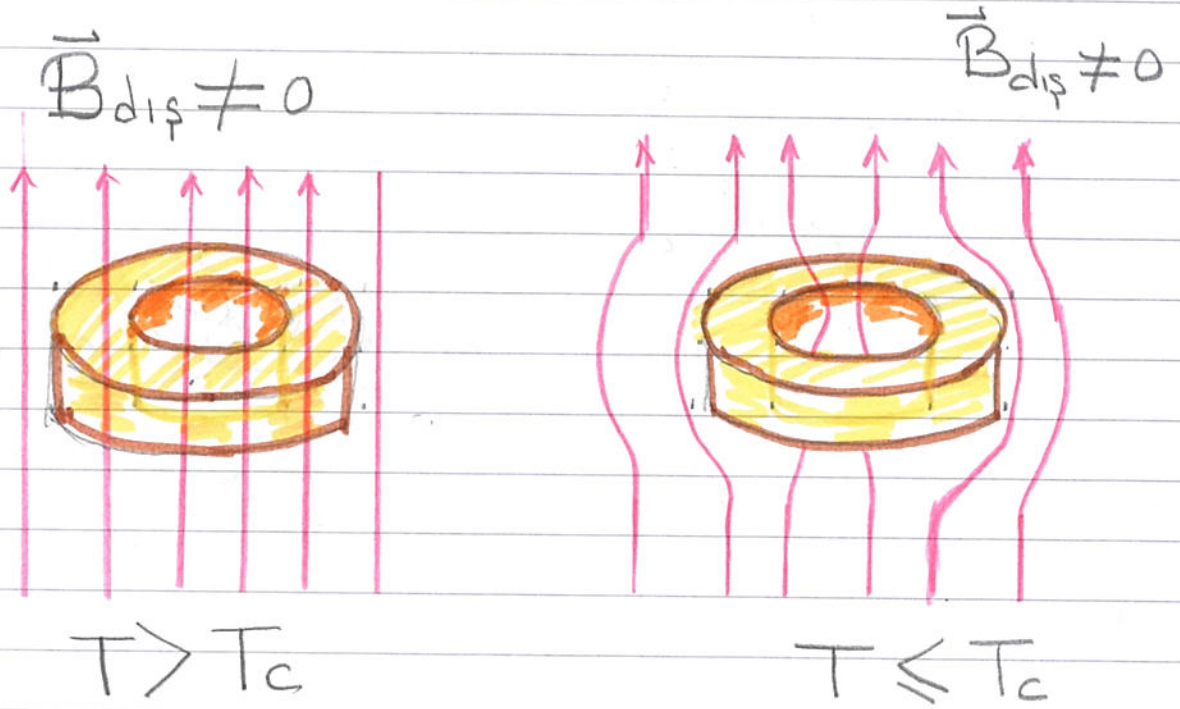
$$J_{\theta} = \frac{1}{2\pi m R^2} \left[\hbar - \frac{q\Phi}{2\pi} \right]$$

olasılık akısı manyetik akıdan etkilenmiştir

Süperiletken Halka Deneyi

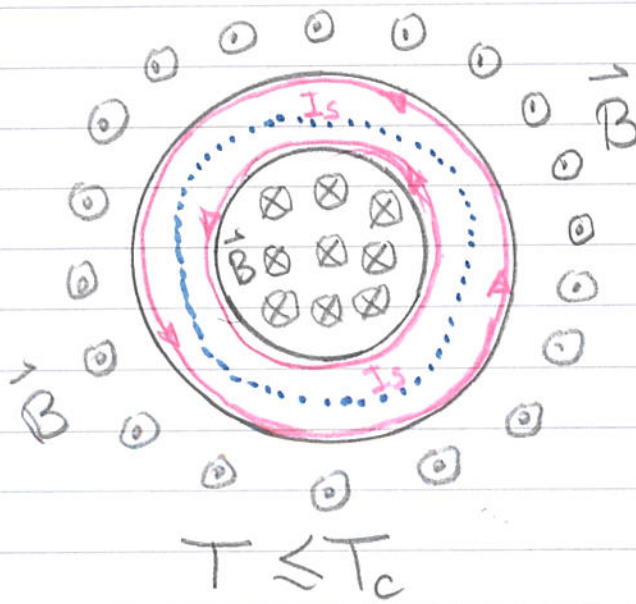
Manyetik Akı Kuantumlaması

(Meissner etkisi)



Süperiletken halka üzerine uygulanan dış manyetik alan süperiletken fazına geçtikte sonra kaldırılıyor. Ancak süperiletken fazda dış manyetik alan olmadığı halde manyetik akının bir kısmı hapis kalıyor.

Bu olayın nedeni halkenin dış ve iç yüzeylerinde oluşan süperakımlar dış manyetik alan kalktığı halde devam etmektedir. Çünkü direnç sıfırdır. Halka süperiletken fazda kaldığı sürece süperakım devam eder.



Orta bölgedeki noktali halka üzerinde akım(aki) sıfırdır.

$$J_\theta = 0 = \frac{1}{2m\pi R^2} \left[n\hbar - \frac{q\Phi}{2\pi} \right] \quad n=0,1,2$$

Bu durumda $\Phi = \left(\frac{2\pi\hbar}{q} \right) n = \Phi_0 n$

Φ_0 = Temel aki quantumu

Deney: Fairbank-Deaver, 1961

Deneyde $q=2e$ olarak gözlenmiştir.

Daha sonra BCS modeline göre $T \leq T_c$ süperiletken durumda elektronların çift olarak bozon gibi davrandığı teorik olarak gösterilmiştir.

Bardeen-Cooper-Schrieffer NOBEL-1972