

PARÇACIK SİSTEMLERİNİN İSTATİSTİK ANLATIMI

Amacımız olasılık düşüncelerini, makroskobik bir sistemi meydana getiren parçacıklara uygulanabilen mekanik kanunlar ile birleştirmek olacaktır. Sonuçta ortaya çıkan teori, istatistik mekanik adını alır.

Makroskobik bir sistemi tartışmada kullanılan mantık, bir para kümesinin alettiğimiz atılma deneyini tartışmada kullanılanlara benzer. Bu deneyin çözümü için esas öğeler şunlardır:

(i) Sistemin durumunun özelliklerinin belirtilmesi;

Elimizde sistemi ilgilendiren bir deneyin mümkün sonuçlarının birini belirten bir yöntem bulunmaktadır. Örneğin herhangi bir atıştan sonra para kümesinin her hangi bir durumu, her paranın hangi yüzünün yukarı geldiği belirtilerek anlatılabilir.

(ii) İstatistik küme;

İlgilendiğimiz özel para kümesini alacak yerde, aynı deneyimin uygulandığı çok büyük sayıda benzer küme topluluğuna gözünün çevrilir. Buradan sonra, herhangi bir sonuç sonucunun çıkma olasılığına sorabiliriz. Bu olasılık, küme topluluğun gözlenerek ve özel sonucu gösteren sistemlerin oranı belirlenerek ölçülebilir.

(iii) İstatistik postülatlar;

Teorik bakımdan ilerlemek için, bazı postülatların ilei sürülmesi gerekir. Mekanik kanunlarında düzgin yoğunlukta bir paranın bir yüzünün diğerinden daha sık yukarı gelmesini içeren hiçbir özellik yoktur. Buradan gerçek gözlemlerle henüz sağlanmamış ön kararsızlıklarımıza dayanarak bir paranın iki yüzünün her birine eşit olasılıkla düşeceği postülatını öne süreriz.

(iv) Olasılık hesapları;

Temel postülatların benimsenmesinden sonra, gözönüne alınan para kümesi ile ilgili herhangi bir özel sonucun meydana gelme olasılığını hesaplayabiliriz. Çeşitli ortalama değerleri de hesaplayabiliriz.

3.1. Bir sistemin durumunun belirlenmesi :

Atomik parçacıkların incelenmesi böyle parçacıklar herhangi bir sistemin kuantum mekaniği kanunları ile anlatıldığını göstermiştir. Geçerliliği çok sayıda deneysel kanıt ile desteklenen bu kanunlar tartışmamızın temeli olacaktır.

Kuantum mekaniğisel bir anlatımda, bir sistem üzerindeki mümkün en her ölçme daima, bu sistemin karakteristik kesikli kuantum durumlarının bir kümesinin birinde bulunduğunu gösterir. Bir sistemin mikroskopik durumun içinde bulunduğu özel kuantum durumu belirtilerek anlatılabilir.

Yalıtılmış bir sistemin her kuantum durumunun enerjisinin belirli bir değeri ile birleştirilerek ve bir enerji düzeyi adını alır. Sistemin aynı enerjisine karşılık gelen birçok kuantum durumu olabilir. Bunlara yozlaşma, katmerli, dejenerer denir. Her sistemde mümkün tek bir düşük enerji vardır. Bu en düşük enerjiye karşılık gelen sistemin mümkün tek bir kuantum durumu vardır, buna temel (taban) durum denir. Doğal olarak sistemde daha yüksek enerjili pek çok mümkün durumu vardır, bunlara da uyarılma durum denir.

(i) Elektron spin :

$1/2$ spini ve μ_B , manyetik momenti olan $1/2$ spinli parçacıkların tek bir parçacığı ele aldık. Bu tek spinli oluşan sistemin, bir σ kuantum sayısı ile göstereceğimizi yalnız iki kuantum durumu vardır. Parçacığın manyetik momentinin aşağı yönelirliği $\sigma = -1$ yukarı $\sigma = +1$ ile gösteriliriz. Parçacık bir $\vec{B}$ manyetik alan içinde ise sistemin enerjisi, moment alanı paralel olduğunda, antiparalel olmama göre daha düşüktür.

$\uparrow E$	r	σ	M	E	$\uparrow E$
— — — — —	1	+1	μ_B	$-\mu_B B$	$\mu_B \downarrow \sigma = -1$ — — — — — $E_- = -\mu_B B$
— — — — —	2	-1	$-\mu_B$	$+\mu_B B$	$\mu_B \uparrow \sigma = +1$ — — — — — $E_+ = +\mu_B B$

(ii) N spinli ideal sistem:

Her birinin $1/2$ spini ve μ_B manyetik momenti olan, homojen sdt sayılan N parçacıklardan oluşmuş bir sistem alalım. Sistem uygulanan bir $\vec{B}$ manyetik alan içine yerleştirilmiştir. i. mom. in yönelimini yukarı ise $\sigma_i = +1$ aşağı doğru ise $\sigma_i = -1$ olmak üzere σ_i kuantum sayısının değeri ile belirtilir. Tüm sistemin özel bir durumun N momentin herbirinin yönelimini bildirerek, yani $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N\}$ kuantum sayısının aldığı değerleri vererek belirtilir.

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$	M	E
1 + + + +	$4\mu_B$	$-4\mu_B B$
2 + + + -	$2\mu_B$	$-2\mu_B B$
3 + + - +	"	"
4 + - + +	"	"
5 - + + +	"	"
6 + + - -	0	0
7 + - + -	0	0
8 + - - +	0	0
9 - + + -	0	0
10 - + - +	0	0
11 - - + +	0	0
12 + - - -	$-2\mu_B$	$2\mu_B B$
13 - + - -	"	"
14 - - + -	"	"
15 - - - +	"	"
16 - - - -	$-4\mu_B$	$4\mu_B B$

(iii) Tek boyutlu kutudaki parçacık:

Tek boyutta hareket edebilen, m kütleli tek bir parçacığı gözönüne alalım.

Parçacık $0 \leq x \leq L$ arasında yer alan L uzunluğunda kutuda

hiçbir kuvvet etmisi altında sğırılır.

Görünür duren dalga;

$$\psi(x) = A \sin kx, \quad \psi(0) = \psi(L) = 0$$

$$\psi(L) = 0 \Rightarrow kL = n\pi \Rightarrow k = \frac{\pi}{L} n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

↑
dalga saym.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow L = n \frac{\lambda}{2}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = E\psi$$

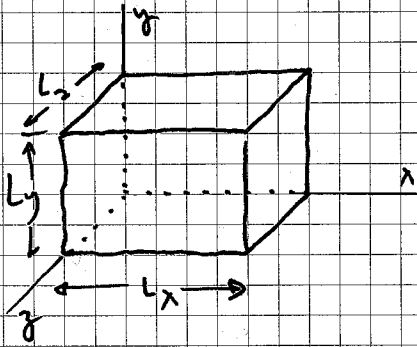
$$p = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{L} n \right)^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m L^2} n^2$$

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar$$

Kutudaki parçacığın mümkün kuantum durumları n kuantum sayısının mümkün değerleri ile sğırılır.

(iv) Üç boyutlu kutudaki bir parçacık:



$$\psi = A \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

$$E = \frac{\vec{p}^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = E \psi$$

$$\psi = 0 \begin{cases} x = y = z = 0 \\ x = L_x, y = L_y, z = L_z \end{cases} \Rightarrow k_x = \frac{\pi}{L_x} n_x, k_y = \frac{\pi}{L_y} n_y, k_z = \frac{\pi}{L_z} n_z$$

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \quad n_x, n_y, n_z = 1, 2, \dots$$

(v) Bir kutudaki N parçacıklı ideal gaz:

Önceki örneğin kutusu içinde N parçacıklı oluşturan ideal gaz sistem.
Gazın toplam enerjisi

$$E = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots + \epsilon_N$$

Her parçacığın durumu 3 n_{ix}, n_{iy}, n_{iz} değerleri ile belirtilir. Tüm gazın mümkün her kuantum durumu $3N$

$$\{n_{1x}, n_{1y}, n_{1z}; n_{2x}, n_{2y}, n_{2z}; \dots; n_{Nx}, n_{Ny}, n_{Nz}\}$$

kuantum sayısının aldığı değerlerle belirtilir.

Bir sistemin mümkün her durumu f kuantum sayısının bir sayısı ile belirtilir. Sistemin serbestlik derecesi adı verilen bu f sayı sistemi anlatmak için gereklilik duyulan bağımsız koordinat sayısına eşittir. Sistemin herhangi bir kuantum durumu, kuantum sayılarının aldığı özel değerler ile belirtilir.

" Bir sistemin mikroskobik durumu, sistemin içinde bulunduğu özel ν kuantum durumu belirtilerek anlatılabilir. "

3.2. İstatistik topluluk:

Bir parçacık sisteminin herhangi bir anda içinde bulunduğu özel mikroskobik durumun kesinlikle bililmesi herhangi herhangi bir anda bu özelliklerinin tümünü mümkün en ayrıntılı biçimde hesaplamak için mekanik kanunları kullanmamız gerekir. Bununla birlikte makroskobik bir sistem üretir böyle yaparak her bir bilgi yitir. Bu yüzden sistemi olanaklı hallerden ile tutturmaya gideriz. Dikkatimizi bu özel sistemin sağladığı bilinen koşulların ayırımı sağlayan çok büyük sayıda bu tür sistemlerden oluşan bir topluluk üzerine toplarsak.

(i) Sistemin Dış Parametreleri:

Sistemin makroskobik olarak ölçülebilen ve sistemdeki parçacıkların hareketini etkileyen parametrelere denir.

(ii) Sistemin ilk hazırlanması:

Mekanik kanunları bakımından, sist. in ilk hazırlanması sistemdeki parçacıkların sonraki hareketleri üzerine bazı genel kısıtlamalar getirir. Örneğin galileo'nun bir sist. aldığı kadar, mekanik kanunları sist. in toplam enerjisiyle ilgili kısıtlamaları gerektirir. Başlangıçta gözlem için hazırlanırken, sistemin E ile $E + \delta E$ arasında küçük bir aralıktaki değerden bir toplam enerjisi vardı. Sist. in toplam enerjisi her zaman bu aralıktaki almalıdır. Bu kısıtlamanın bir sonucu olarak sist. ancak enerjisi bu aralıktaki olan kuantum durumlarında bulunabilir.

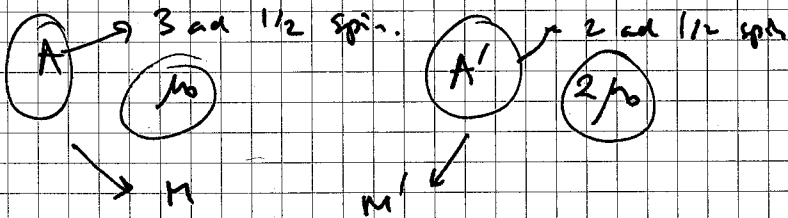
Sist. in içinde bulunulacağı kuantum durumlarına sist. in gizli durumları denir.

Örnek (i): $\vec{B}$ alan içindeki 4 adet $1/2$ spinli elektron. Bu sistemin mümkün kuantum durumlarını ve enerjilerini daha önce belirlemiştik. Bu sist. in üretiltiği enerji $-2\mu_B$ 'ye eşit toplam enerji olduğunu varsayalım. O zaman sist. aşağıdaki 4/4 spinli durumlar içinde bulunabilir:

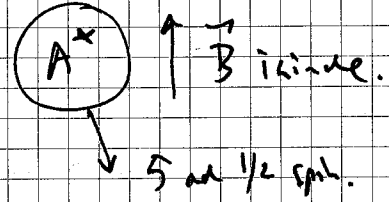
$$\left\{ \begin{array}{l} \{+++-\}, \{++-+\} \\ \{+-++\}, \{-+++ \} \end{array} \right\}$$

Örnek (ii):

$$A^* = A + A' \quad (\text{enerji azalması yapıldı})$$



$$E^* = -(m + m') B$$



$2^5 = 32$ mümkün kuantum durum var.

A^* 'in $E^* = -3\mu_B$ 'ye eşit toplam enerjisi olan. O zaman A^* toplam enerjiye uygun 5 spinli durum var.

γ	σ_1	σ_2	σ_3	σ_1'	σ_2'	m	m'
1	+	+	+	+	-	$3/2$	0
2	+	+	+	-	+	$3/2$	0
3	+	-	-	+	+	$-1/2$	$1/2$
4	-	+	-	+	+	$-1/2$	$1/2$
5	-	-	+	+	+	$-1/2$	$1/2$

3.3. İstatistik Postülatlar:

Çeşitli olasılıkları ve ort. değerleri Önceden söyleyebilmek için, bazı istatistik postülatları ön sürmemiz gerekir. Bundan dolayı, enerjisinin E ile $E \pm \delta E$ arasında belirli küçük bir bölgede bulunduğu bilinen (verilen dış parametrelili) yapılmış bir sistem halini alalım. Daha önce söylediğimiz gibi bu sist. küçük sayıda girilebilir durumun herhangi birinde bulunabilir. Böyle sistemlerin istatistik topluluğu üzerine dikketimizi toplayarak, sistemi bu girilebilir durumların birinde bulunma olasılığı üzerine ne söyleyebiliriz?

Öncelikle gözönüne alınan sistemin herhangi bir anda girilebilir durumlarının herbirinde bulunma eşit olasılığı olduğu şartı heli düşünelim. Yani, istatistik topluluğundaki sistemlerin, herhangi bir anda, girilebilir durumların hepsi üzerine durgun olarak dağıldığını bildiğimiz heli gözönüne alıyoruz demektir. Zaman ilerleyince nedir?

Örnek:

— 2 J0B enerjisi 4 girilebilir yapılmış bir sistemi incelemiştik. Bu sistemi herhangi bir anda, girilebilir dört

$$\{+++-\}, \{++-+\}, \{+-++\}, \{-+++ \}$$

durumun herbirinde eşit olasılıkla bulunduğunu varsayalım. Mekanik kurulların içinde bu 4 durum bilini ötekine göre zaten bir öncelik vardır. Bundan dolayı sistem sonraki bir anda önel bir durumda örneğin $\{+++-\}$ durumunda girilebilir 4 durumun herhangi birinde daha fazla olasılıkla bulunabileceğini düşünelim.

Yapılmış bir sist. girilebilir durumlarının herbirinde eşit olasılıkla bulunursa, o zaman sistemi durumlarının herbirinde bulma olasılığı zamandan bağımsızdır. Yapılmış bir sistemi girilebilir durumlarının herbirinde bulma olasılığı zamandan bağımsız ise, sistem dengede denir.

** Yapılmış bir sist. girilebilir durumlarının herbirinde eşit olasılıkla bulunursa sistem denge de dir.

* Yalıtılmış bir sistem dengede ise, erişilebilir durumlarının herbirinde eşit olasılıkla bulunur. (Eşit önsel olasılıkla postülam).

3.4. Olasılık hesapları:

Dengede yalıtılmış bir sistemi gözönüne alalım ve erişilebilir durumlarının toplam sayısını Ω ile gösterebiliriz. Postülamıza göre, sistemi erişilebilir durumlarının herbirinde bulma olasılığı aynıdır. ve $1/\Omega$ 'ya eşittir. Sistemin y parametresini düşünelim. Sistem herhangi bir özel durumda iken, y buna karşılık gelen belli bir değer alır. y 'nin alabileceği değerler $y_1, y_2, \dots, y_n$ dir.

Parametrenin y_i değerini almasını P_i olasılığı

$$P_i = \Omega_i / \Omega$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^n P_i y_i = \frac{1}{\Omega} \sum_{i=1}^n \Omega_i y_i$$

Örnek: (i)

4 adet $1/2$ spinli sist. $\rightarrow$ enerjisi $-2\mu_0 B$

$$\begin{aligned} \{+++-\} & \{++\cancel{+}+\} \\ \{+-++\} & \{-+++\} \end{aligned}$$

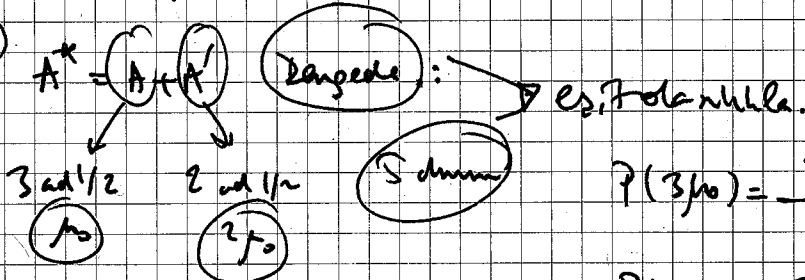
Bu spinlerden herhangi birinin enerjisi $1.$ m. manyetik mom. ile yukarı yönlenecektir

$$P_+ = \frac{3}{4}$$

Bu spinin $\vec{B}$ alan doğrultusunda ort. manyetik mom. i nedir?

$$\bar{M} = \frac{1}{4} (3\mu_0 + 1(-\mu_0)) = \frac{1}{2}\mu_0$$

(ii)



$$P(3\mu_0) = \frac{2}{5}$$

$$P(-\mu_0) = \frac{3}{5}$$

$$E^* = -(M + M')B = -3\mu_0 B$$

$$\bar{M} = \frac{1}{5} [2(3\mu_0) + 3(-\mu_0)] = \frac{3}{5}\mu_0$$

3.5. Bir Makroskobik Sistemin Girebilir Durumların Sayını:

Dış parametreleri verilen, böylece enerji düzeyleri belirlenmiş olan makroskobik bir sist. alalım. Bu sistemin toplam enerjisi E olsun. Durumların sayımını kolaylaştırmak için enerji çukuru sdt δE genişliğinde eşit küçük aralıklara bölerek, bu durumları enerjiye göre grupeleyeceğiz. δE makroskobik açıdan küçük.

$\Omega(E) \equiv$ Enerjileri E ile $E + \delta E$ arasında bulunan durumların sayını.

$$\Omega(E) \propto \delta E \Rightarrow \Omega(E) = g(E) \delta E$$

$g(E)$: E enerjisinde birim enerji aralığına düşen durum sayımına eşit olmak için, durum yoğunluğu adını alır.

Fğer

$\Phi(E) =$ Enerjileri E 'den az olan durumların toplam sayını

biliniyorsa, $\Omega(E)$ bulunabilir.

$$\Omega(E) = \Phi(E + \delta E) - \Phi(E) = \frac{d\Phi(E)}{dE} \delta E$$

Örnek (i) Bir boyutlu kutluca tek parçacık

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2 \quad ; n=1,2,\dots \\ n &= \frac{L}{\pi \hbar} (2mE)^{1/2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Enerjileri } E \text{'den az ya da } E \text{ ile } E + \delta E \text{ arasında bulunan} \\ &n \text{'den } n+1 \text{ olanların sayını} \end{aligned}$$

$$\Phi(E) = n = \frac{L}{\pi \hbar} (2mE)^{1/2}$$

$$\Omega(E) = \frac{L}{2\pi \hbar} \sqrt{2m} E^{-1/2} \delta E$$

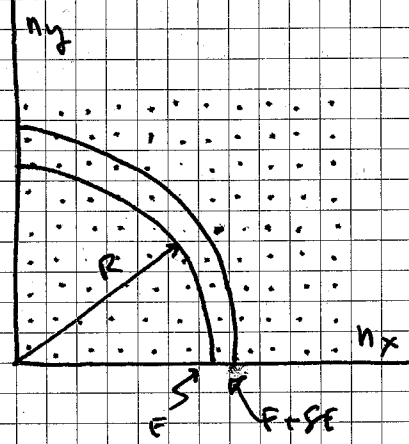
(ii) Üç Boyutlu Kutuda tek parçacık:

$$L_x = L_y = L_z$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\pi^2}{L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \left(\frac{L}{\pi \hbar} \right)^2 (2mE) \equiv R^2$$

$$R = \frac{L}{\pi \hbar} (2mE)^{1/2}$$



$$\Phi(E) = \frac{1}{8} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{\pi}{6} \left(\frac{L}{\pi \hbar} \right)^3 (2mE)^{3/2}$$

$$\Omega(E) = \frac{V}{4\pi^2 \hbar^3} (2m)^{3/2} E^{1/2} \delta E$$

$\Omega(E)$ durum sayını veya eşdeğer olarak $\Phi(E)$ 'nin parçacıklardan birinin ortalama sisteminin E enerjisine nasıl bağlı olduğunu hesaplıyoruz.

(*) f kuantum sayısı bir kuantum alalım: (f Avogadro sayısı büyüklüğünde)

Her f 'nin E 'ye bir Σ katkısı vardır. Bu kuantum sayısına bağlı enerji E 'den az olduğunda onun mümkün değerlerinin toplam sayısını $\rho(E)$. Örneğin E mümkün en düşük değeri E_0 değerini aldığı anda ρ sayı birimlik veya daha büyük olacaktır. ρ E arttıkça artarak devam eder. Aslında ρ 'nin $E - E_0$ enerji aralığı ile artmasını bekliyoruz. $\alpha \sim 1$ olmak üzere

$$\rho(E) \propto (E - E_0)^\alpha$$

$$E - E_0 \sim f(E - E_0)$$

$\Omega(E)$ durum sayısı veya eşdeğer olarak $\Phi(E)$ 'nin parçacıkların bir makroskobik sisteminin E enerjisine nasıl bağlı olduğunu bulmak istiyoruz.

Böyle bir sistem f kuantum sayılı bir küme ile anlatılabilir ($f \sim N^3$). Her kuantum sayısının E 'ye bir E katkısı vardır. Bu kuantum sayısına bağlı kuantum enerjisi E 'den az olduğunda onun mümkün değerlerinin toplam sayısını $\varphi(E)$ ile gösterebiliriz. 0 olan E mümkün en düşük değeri E_0 değerini aldığı anda φ sayısı birimdir ve φ sayısı E arttığında artmak zorundadır. φ 'nin $E-E_0$ enerji aralığı ile orantılı olmasını bekleriz.

$$\alpha \sim 1 \quad \varphi(E) \propto (E-E_0)^\alpha$$

E toplam enerjisi bütün serbestlik derecelerine bağlı enerjilerin toplamıdır. E aşağı yukarı her serbestlik derecesine düşen ortalama E 'nin f katı olur.

$$E-E_0 \sim f (E-E_0)$$

Sistemin E veya daha toplam enerjisine karşı gelecek kuantum sayılarının 1. sınıf alabileceği $\varphi(E)$ değer 2. sınıf alabileceği $\varphi(E)$... değer vardır. Bu kuantum sayılarının mümkün kombinasyonlarının toplam sayısını, yani toplam enerjileri E 'den az olanların $\Phi(E)$ toplam sayısını

$$\Phi(E) \sim [\varphi(E)]^f$$

$$d\Phi(E)/dE = f^{-1}$$

$$\frac{d\varphi}{dE} = \frac{d\varphi}{dE} \left(\frac{dE}{dE} \right)^{\frac{1}{f}} = \frac{1}{f} \frac{d\varphi}{dE}$$

$$\begin{aligned} \Omega(E) &= \frac{d\Phi}{dE} \delta E \sim f \varphi^{f-1} \frac{d\varphi}{dE} \delta E \\ &= \varphi^{f-1} \frac{d\varphi}{dE} \delta E \end{aligned}$$

$f \sim 10^{24}$ Avogadro say. katmanlıdır.

Sistemin E enerjisi arttığında, serbestlik derecesi başına düşen E enerjisi de artar. Buna karşılık $\varphi(E)$ durum sayı da artar.

$$\Phi(F) \sim [\varphi(E)]^f$$

f basamağında olduğundan hızla artarlar.

$$\Omega(E) \sim \varphi^{f-1} \frac{d\varphi}{dE} \delta E$$

Herhangi bir bağa sistem için girilebilir durumlarının $\Omega(E)$ sayı E 'nin son derece hızlı artan bir fonk. dır.

$$\Omega(E) \propto \varphi^{f-1} \frac{d\varphi}{dE} \delta E$$

$$\varphi^{f-1} = (E - E_0)^{(f-1)\alpha}$$

$$\frac{d\varphi}{dE} \propto (E - E_0)^{\alpha-1}$$

$$\Omega(E) \propto (E - E_0)^{\alpha(f-1)} \propto \left(\frac{E - E_0}{f} \right)^{\alpha(f-1)}$$

$$\Omega(E) \propto (E - E_0)^f$$

$$\ln \Omega(E) = (f-1) \ln \varphi + \ln \left(\frac{d\varphi}{dE} \delta E \right)$$

$$f = 10^{24} \Rightarrow \ln f = 55. \quad \ln f \ll f$$

$$\frac{d\varphi}{dE} \delta E \approx \frac{1}{1 - 10^{100}} \Rightarrow \ln 10^{100} \rightarrow 230$$

1 - 230 civarında.

$$\Rightarrow \ln \Omega(E) \propto f$$

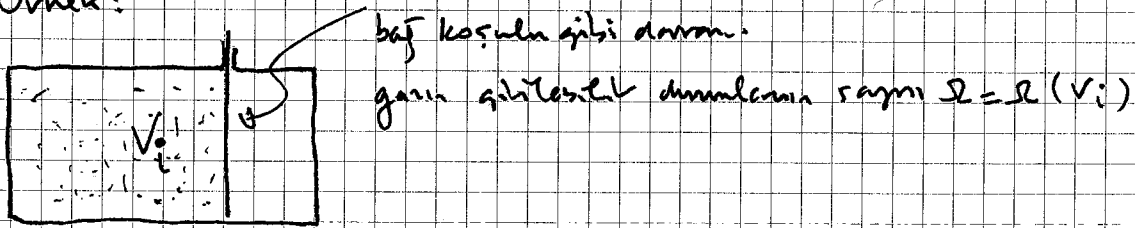
$E \neq E_0$ için $\ln \Omega(E)$, δE den bağımsızdır

$$\boxed{\ln \Omega \sim f}$$

3.6. Bağı Koşulları ve Tersinmezlik :

Bütün incelemelerimizde başlangıç noktası yalıtılmış sistemdir. Böyle bir sistemin makroskobik ölçekte bir y parametresinin değeri belirtilerek betimlenebilen bazı koşulları sağladığı bilinmektedir. Bu koşullar sistemin içinde bulunabileceği durumları kısıtlayarak, kendileri ile bağdaşan durumlara indirgeyen bağı koşulları gibi davranırlar. Kısıtlanmış bu durumlara sistemin girebilir durumları denir. Bunların Ω sayımı, sistemin belirttiren bir makroskobik parametresi bir $\Omega = \Omega(y)$ fonk.ın olacağı şekilde, sistemin etrafı altında bulunduğu yalıtılan bağı koşullarına bağlıdır.

Örnek:



Başlangıçta değide girebilir durumların sayımı Ω_i olan sistemde bağı koşulları kaldırılırsa

$$\Omega_f > \Omega_i$$

Başlangıçta Ω_i durumlarını, her birinde eşit olasılıkla bulunduğu bağı koşullarını kaldırılmasında sonra Ω_i durum her birinde eşit olasılıkla bulunabilir.

(i) $\Omega_f > \Omega_i$ ($\Omega_f - \Omega_i$ durum her birinde bağı koşullarını kaldırılmasından sonra Ω_i durum her birinde eşit olasılıkla bulunabilir)

(ii) $\Omega_f = \Omega_i$

Örnek. Zuhuratı şekilde gösteren kaldırıldığına düşünün. $E = S k T$ olur.

* $V_f = V_i$ giriş girebilir hacmini $S k T$ olarak. Gama dengeli durum sonucunda gelir.

* $V_f > V_i$ her birinin girebilirliği hacim V_f / V_i katına çıkar.

" girebilirlik durum sayımı da V_f / V_i "

$$\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \left(\frac{V_f}{V_i}\right) \dots \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^N = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^N \Omega_i \quad \Omega_f = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^N \Omega_i \quad \Omega_f \gg \Omega_i.$$

Son denge durumuna ulaşıldığında $\Sigma f > \Sigma i$ ile sistemlerin kümesinin dağılımı, ilk dağılımdan farklıdır. Sistemler topluluğunun ilk durumu sadece sistemi yalıtılmış tutulmuş iken önceki bağ koşulları yeniden yüklenerek yeni denge kurulur.

$$P_i = \frac{\Sigma i}{\Sigma f}$$

$\Sigma f > \Sigma i$ P_i azalır, seyrekleşir.

Eğer bir süreçte giren yalıtılmış sistemlerin bir topluluğunun ilk durumu bir bağ koşulları basitçe yüklenerek yeniden kuruluyor ise, bu süreçte tersinirlik denir.

Örnek(i)

$$A^* = A + A' \quad \begin{array}{l} A \rightarrow Cu \\ A' \rightarrow Buz. \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ayrı iken} \\ \underline{\underline{\text{aynı iken}}} \end{array} \quad \begin{array}{l} E = sbt \\ E' = rbt. \end{array}$$

(.) A^* 'in girişebilir durumları A 'nın belirli bir sbt E_i ve A' 'nin belirli bir sbt E'_i enerjisi alınan koşullara uygun durumlardır. A^* dengede ise Σ durumlardır. her birinde eşit olasılıkla bulunur.

A^* ile A ve A' enerji değeri aynı şekilde değerlendirilebilir:

A ve A' nin enerjilerinin aynı aynı sbt alınan koşullar altında kalır.

A^* 'in $E^* = E + E'$ toplamı sbt olarak kurulabilir.

A 'nın yeni girişebilir durumlarının aynı değere eşitlikte

$\Sigma f = \Sigma i$ değilse A ve A' birbiriyle değme durumu getirtilir ve yeni dengeye getirilir.

3.7. Sistemler Arasında Etkileşme:

Makroskobik iki A ve A' sistemlerinden dışarıdan enerji sızan ya da gelen yoksa bir A^* düşünelim. Bunun gibi $N \rightarrow n$ sayıda A^* (kaynak) alırız.

$$\bar{E}_f + \bar{E}_f' = \bar{E}_i + \bar{E}_i' \quad \text{Ort. enerji geçişini sıfırlarız.}$$

$$\Delta \bar{E} + \Delta \bar{E}' = 0$$

$$\Delta \bar{E} = \bar{E}_f - \bar{E}_i, \quad \Delta \bar{E}' = \bar{E}_i' - \bar{E}_f'$$

1. Etkileşmesi:

Enerji düzeyleri değişmeden kalmak üzere dış parametreleri sabit tutulursa sistemler arası etkileşmeye ısı etkileşmesi diyebiliriz. Bir sistemin ort. enerjisinin artmasına, sistemce saklanan ısı adı verilir ve Q ile gösterilir. Buna karşılık sistemin ortalama enerjisi (+ veya -) azalmasına verilen ısı denir, ve $-Q$ ile gösterilir.

$$Q \equiv \Delta \bar{E} \quad \text{ve} \quad Q' \equiv \Delta \bar{E}'$$

$$Q + Q' = 0$$

$$Q = -Q'$$

(+) Isı miktarı saklanan sisteme daha sıcak

(-) " " " " daha sıcak. sistem verir.

Ⓐ Sistemlerden birinin enerjisinin düzeyi-likni artırma artmasının nedeni, onun münbii. kuantum durumların enerjilerinin değişen olmasına sistem, etkileşmeden sonra daha yüksek enerjili durumlarda daha büyük olasılıkla bulunur.

$$\begin{array}{ccc} \bar{E}_- = -\mu_0 B & \xrightarrow{P_- = 0.1} & \bar{E}_- = \mu_0 B \quad P_- = 0.4 \\ \bar{E}_+ = -\mu_0 B & \xrightarrow{P_+ = 0.9} & \bar{E}_+ = -\mu_0 B \quad P_+ = 0.6 \end{array}$$

Ⓐ $\bar{E} = -0.8 \mu_0 B$ $\xrightarrow{\text{Sinyal veriliyor}} \bar{E} = -0.2 \mu_0 B$
 bu değişim $Q = 0.6 \mu_0 B$

Isisal Yalıtım (Veya Adyabatik Yalıtım)

İki sistemin biri ötekinden uygun şekilde ayrılmışsa, aralarındaki ısısal etkileşim önlenmiştir. Bu parametreleri sabit tutulduğu enerji değişiminde yapılanlar ise "izole" bakımından yalıtılmış veya adyabatik olarak kabul edilir.

Adyabatik Etkileşim:

A ve A' ısısal yalıtılmış olduğu zaman hiç olmazsa bir parametrelerinde bazıları süreç sırasında değişirse, bu iki sistem etkileşebilir ve enerji değişimi gerçekleşebilir, bu etkileşime adyabatik etkileşim denir. Adyabatik olarak yalıtılmış bir sistemin ortal enerjisinin (+ veya -) artmasının sistem üzerinde yapılan makroskobik iş adını alır. W ile gösterilir.

Sistemin ortal enerjisinin (+ veya -) artması sistem üzerindeki makroskobik iş W ile gösterilir.

A ve A' üzerindeki işler için sırasıyla

$$W = \Delta \bar{E} \quad W' = \Delta \bar{E}'$$

$$A + A' \text{ yalıtım} \Rightarrow W + W' = 0 \quad W = -W'$$

$$\begin{array}{l} P_- = 0.1 \quad \bar{E}_- = \mu_0 B \quad \bar{E}_- = \mu_0 B_1 \quad P_- = 0.1 \\ P_+ = 0.9 \quad \bar{E}_+ = -\mu_0 B \quad \bar{E}_+ = -\mu_0 B_1 \quad P_+ = 0.9 \end{array}$$

$$\bar{E} = -0.8 \mu_0 B$$

$$\bar{E} = -0.8 \mu_0 B_1$$

Ⓐ İşin değeri

$$W = -0.8 (B_1 - B) \mu_0$$

Genel Etkileşme:

En genel halde, etkileşen sistemler ne adiabatik olarak iletilemişlerdir, ne de dış parametreleri sabit tutulmuşlardır. Bu durumda, A gibi etkileşen bir sistemin top. ortal. enerji değişimi

$$\Delta \bar{E} = W + Q \quad \text{Termodinamiğin 1. yasanı.}$$

Sonsuz küçük genel etkileşme

Bir etkileşme süreci bir sistemi, ilk makrodurumdan yalnız sonsuz küçük farkeden bir ~~son~~ makroduruma götürdüğün anda sonsuz küçük bir süreç vardır. O zaman sistemin son makrodurumundaki enerjisi ve dış parametreleri, ilk makrodurumundakinden çok az farklıdır. Buna koşullu, sistemin ortal. enerjisindeki sonsuz küçük artış $d\bar{E}$ diferensiyeli şeklinde yazılır. Yapılan iş etkileşme sürecinin kendisine ait bir miktarda dW .

$$d\bar{E} = dW + dQ$$

Uyarı: Sonsuz küçük bir süreç, yarı durgun yeni sistem daima dengedurumuna çok yakın olarak değişmekte ve istatistiksel olarak ortalama alınabilir.

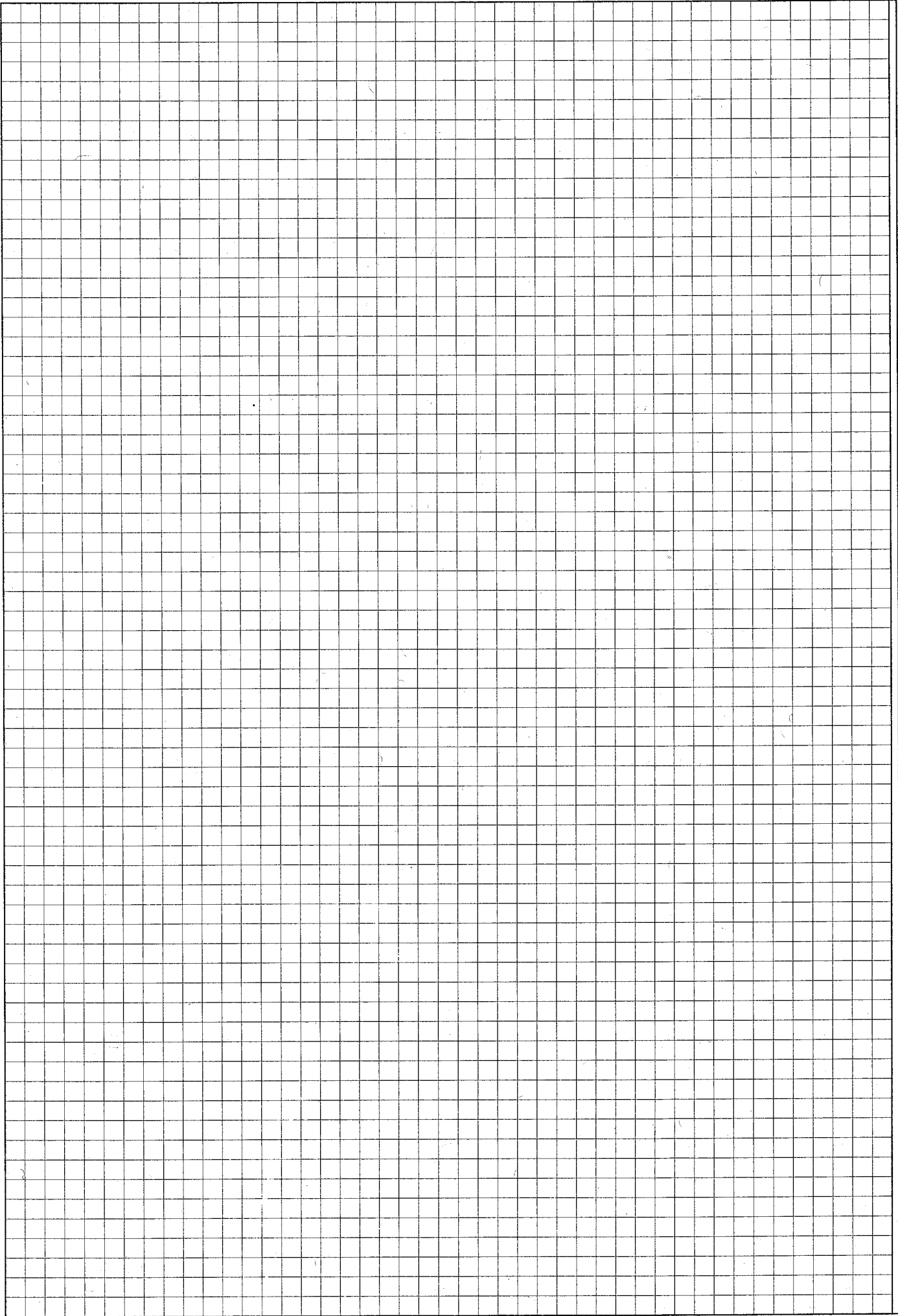
$$\bar{E} = \sum_r P_r \bar{E}_r \quad (\text{A sist. in } \bar{E}_r \text{ enerjisi } r \text{ durumunda bulunma olasılığı } P_r).$$

$$d\bar{E} = \sum_r (P_r d\bar{E}_r + \bar{E}_r dP_r)$$

soğuklar ısı enerjisi değişimleri ait tutulacak şekilde ortalama alınarak enerjinin artması $d\bar{E}_r = 0$

$$\Rightarrow dQ = \sum_r \bar{E}_r dP_r$$

$$\Rightarrow dW = d\bar{E} - dQ = \sum_r P_r d\bar{E}_r.$$



BS K

3.1. Termal etkileşmenin basit örneği: Çizelgede anlatılan spin sistemini gözönüne alalım. A ve A' sistemlerinin ilk önce birbirinden ayrıldığında, ölçmeleminizin A'nın toplam magnetik momentini $-3\mu_0$ ve A' 'nin toplam magnetik momentini $+4\mu_0$ verdiğini düşünelim. Şimdi sistemi denge durumuna getirip son denge durumuna ulaşınca kadar birbirlerinden enerji alıp vermelerini sağlayalım. Bu koşullar altında aşağıdaki büyüklükleri hesaplayınız (a) A 'nın toplam magnetik momentinin mümkün M değerlerinden birini $P(M)$ olasılığı (b) A' 'nin toplam magnetik momentinin ort. değeri (c) Şimdi sistemi yine ayıracağız, ve birbirleri arasında enerji alışverişinin mümkün olmadığı kabul edelim. Bu ayırmada sonra A sisteminin $P(M)$ ve M değerleri nelerdir?

r	σ_1	σ_2	σ_3	σ_1'	σ_2'	M	M'
1	+	+	+	+	-	$3\mu_0$	0
2	+	+	+	-	-		
3	+	-	-	+	+		
4	-	+	-	+	+	$+\mu_0$	$+\mu_0$
5	-	-	+	+	+		

(a) İlk konfigürasyon

(a)

A			A'		
σ_1	σ_2	σ_3	σ_1'	σ_2'	
-	-	-	-	-	$-3\mu_0$
+	+	+	+	+	$+4\mu_0$

A ve A' etkileşmeye bırakılırsa

A+A' 'nin enerjisi değişmez

$$M = M_A + M_{A'} = +\mu_0 \text{ değişmez.}$$

$$E = -\mu_0 B$$

σ_1	σ_2	σ_3	σ_1'	σ_2'	M_A	$M_{A'}$
-	-	-	+	+	$-3\mu_0$	$+4\mu_0$
+	+	-	+	-	μ_0	0
+	-	+	+	-	μ_0	0
-	+	+	+	-	"	"
+	+	-	-	+	"	"
+	-	+	-	+	"	"
-	+	+	-	+	"	"

$$A \begin{cases} M = -3\mu_0 & P(-3\mu_0) = \frac{1}{7} \\ M = \mu_0 & P(\mu_0) = \frac{6}{7} \end{cases}$$

(b)

$$\overline{M} = \frac{1}{7} (-3\mu_0) + \frac{6}{7} (+\mu_0) = \frac{3}{7} \mu_0$$

(c) Değişmez.

3.2. Bir spinin ufak bir spin sistemi ile termal etkileşmesi: Manyetik momenti μ_0 olan $1/2$ spinden oluşan bir A sistemi ile herbirinin μ_0 manyetik momenti olan 3 tane $1/2$ spinden oluşan bir A' sistemi düşününüz. Her iki sistemde aynı B manyetik alanı içine yerleştirilmiştir. Sistemler enerji değiş tokuşu yapacak şekilde birbirleri ile değme durumuna kalmıştır. A'nın momenti yukarı yönelmiş (yani, A, + durumunda olduğunda) A'nın mom. lerinden ilisinin yukarı ve ikisinin aşağı yönelmişliği varsayınız. A'nın mom. i yukarı ve aşağı yönelmişliğinde, birleşik A+A' sisteminin gılebilir durumlarının toplam sayısını bulunuz. Burada P_- , A'nın mom. inin aşağı, P_+ yukarı yönelme olasılığın göstermek üzere P_-/P_+ oranını hesaplayınız. Toplam A+A' sistemini yalıtık sayınız.

(A)	σ_1'	σ_2'	σ_3'	M	
+	+	+	-		$E = -2\mu_0 B$
+	+	-	+	$+2\mu_0 = 5kT$	
+	-	+	+		

A'nın $\downarrow$ (-) olursa A' 'nin tek konfigürasyonu $(+++)$ dir.

$\therefore$ Birleşik sistemin toplam durumlar sayısı 4.

$$P_- = 1/4 \quad P_+ = 3/4 \quad \Rightarrow P_-/P_+ = 1/3.$$

3.3. Bir spinin kopyalı bir spin sistemi ile temsil edilmesini: Önceki problemi N sayıda $1/2$ spinde oluşan A' sistemine genelleştiriniz. A' 'nin mom. i yukarı yönelmişide A' 'nin momentlerinde n tanesinin yukarı ve kalan $n' = N - n$ tanesi aşağı yöneliyor. (a) A' 'nin mom. i yukarı iken, $A + A'$ sisteminin girilebilir durumlar sayısını bulun. (b) A' 'nin mom. i aşağı iken A' 'nin mom. leinde kaç tane aşağı, kaç tane yukarıdır? $A + A'$ 'nin girilebilir durumlar sayısını bulun. (c) P_- / P_+ oranını bulun. P_- A' 'nin mom. i'nin aşağı P_+ ile aşağı olma olasılığı. $n \gg 1$ ve $n' \gg 1$ olgusu ile sonuçlanabiliriz. $n > n'$ olduğu zaman P_- / P_+ oranından bir çıkarımla bulunabiliriz?

$A \uparrow$ olduğunda $A + A'$ 'nin mümkün girilebilir durumlar sayını

$$N_+ = \frac{N!}{n! (N-n)!}$$

(b) $A + A'$ birleşik sisteminin toplam enerjisi sabit. Böylece $A \downarrow$ aşağı ile $n+1$ spin (A') yukarı $(N - (n+1))$ aşağı olmalı. $A + A'$ 'nin girilebilir durumlar sayını ($A \downarrow$ olduğu zaman)

$$N_- = \frac{N!}{(n+1)! [N - (n+1)]!}$$

$A + A'$ 'nin toplam girilebilir durumlar sayını

$$\begin{aligned} \frac{N!}{n! (N-n)!} + \frac{N!}{(n+1)! [N - (n+1)]!} &= \frac{(n+1)N!}{(n+1)! (N-n)!} + \frac{(N-n)N!}{(n+1)! [N-n]!} \\ &= \frac{N!}{(n+1)! (N-n)!} [n+1 + N-n] = \frac{(N+1)!}{(n+1)! (N-n)!} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_- / P_+ &= N_- / N_+ = \frac{N!}{(n+1)! [N - (n+1)]!} \cdot \frac{n! (N-n)!}{N!} = \frac{n! (N-n)!}{(n+1)! [N - n - 1]!} = \frac{N-n}{n+1} = \frac{n'}{n+1} \\ &\approx \frac{n'}{n} \rightarrow n > n' \Rightarrow P_- / P_+ < 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P_+ > P_-$$

3.4. Önceli problemin genelleştirilmesi: Önceli problemde A'nın 2/3'ü olduğunu varsayalım. Tane bu mom. in P_- , P_+ asası ne yukarı yönlüne olasılıkları bulalım.

$$N_+ \text{ değişmez. } N_+ = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

$$N_- = \frac{N!}{(n+1)!(N-(n+1))!}$$

$$\frac{P_-}{P_+} = \frac{N_-}{N_+} = \frac{n!}{n+1} \frac{(N!+1)}{n+2} \sim \left(\frac{n}{n+1} \right)^2$$

2.6. ideal gazın uyguladığı basınç. (kuantum mekaniği ile hesap): L_x, L_y, L_z boyutları kutuda bulunan m kütleli bir parçacık alalım. Parçacık n_x my. kuantum sayıları ile belirli özel bir r durumunda olan. E_r enerji durumu $E_r = (\pi^2 \hbar^2 / 2m) [(n_x^2/L_x^2) + (n_y^2/L_y^2) + (n_z^2/L_z^2)]$ olsun. Parçacık, özel bir r durumunda iken, sağ duvara (yani $x = L_x$ duvarı) bir F_r kuvveti x yönünde uygulayarak. Bu durumda iken duvara parçacığa bir $-F_r$ kuvveti uygulanır. Eğer kutunun sağ duvarı sağa doğru dx kadar hareket ettirilirse bu halde parçacık üzerine yapılan iş: $-F_r dx$ 'dır. ve parçacığın bu durumdaki enerjisinin dE_r kadar artması esittir. Buradan $dE_r = -F_r dx \Rightarrow F_r = -dE_r/dx$ (L_y, L_z sabit). (a) parçacığın verilen n_x, n_y, n_z değerleri ile belirli bir durumda iken uyguladığı F kuvvetini bulalım.

$$F_r = -\frac{\partial E_r}{\partial x} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \frac{n_x^2}{L_x^2} \left(\frac{2}{L_x} \right)$$

(b) Parçacık yakıtılmış olmamış olmasın, ama kutuda kapalı gazın birçok parçacığından birini olsun. Parçacık diğer parçacıklara zayıf etkileşimliliğine göre n_x, n_y, n_z 'nin değişim değerleri ile karakterize edilebilen çok sayıda farklı durumlardan birisi de bulunabilir. Ortalama kuvvet $\bar{F}$ 'yi n_x^2 ortalama ifade edelim.

$$L_x = L_y = L_z = L \quad \bar{F} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \frac{\overline{n_x^2}}{L^2} \left(\frac{2}{L} \right) \quad \bar{E} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \frac{1}{L^2} (\overline{n_x^2} + \overline{n_y^2} + \overline{n_z^2})$$

$$\Rightarrow \overline{n_x^2} = \overline{n_y^2} = \overline{n_z^2} = \bar{n}^2$$

$$\bar{F} = \frac{2}{3} \frac{\bar{E}}{L}$$

(c) Eğer gazda N parçacık varsa, hepsinin uyguladığı ort. kuvvet $\frac{NF}{L}$ dir. Böylece $\bar{p}$ basıncının (yani gazın duvarın birim alanına uyguladığı kuvveti)

$$\bar{p} = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \bar{E} \rightarrow \text{gazdaki tek bir parçacığın ort. enerjisi.}$$

olduğunu gösterir.

$$\frac{NF}{L^2} = \frac{N}{L^3} \left(\frac{2}{3} \frac{\bar{E}}{L} \right) = \frac{2}{3} \left(\frac{N}{L^3} \right) \bar{E} = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \bar{E}$$

3.7. Bir gaz molekülünün girilebilir durumların toplam sayısı: Oda sıcaklığında N_2 gibi bir gazın ort. enerjisi $\bar{E} = 6 \cdot 10^{-14}$ erg bulunmuştur. (a) 1 lt hacmindeki bir kabın kapalı olarak, bir gazın $\bar{E}$ 'den küçük enerjisi $\Phi(\bar{E})$ girilebilir durumların sayısını hesaplayın.

$$\Phi(\bar{E}) = \frac{\pi}{6} \left(\frac{L}{\pi h} \right)^3 (2m\bar{E})^{3/2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{E} = 6 \cdot 10^{-14} \text{ erg} \\ V = 10^3 \text{ cm}^3 \\ m = 4.65 \times 10^{-23} \text{ gr} \\ h = 1.05 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s} \end{array} \right\} \Phi(\bar{E}) = 1.9 \times 10^{29} \text{ durum.}$$

(b) $\delta \bar{E} = 10^{-24}$ erg değerinde $\bar{E}$ 'den çok küçük bir enerji aralığı alalım. $\bar{E}$ ile $\bar{E} + \delta \bar{E}$ aralığında molekülün $\Omega(\bar{E})$ girilebilir durum sayısı.

$$\begin{aligned} \Omega(\bar{E}) &= \frac{d\Phi(\bar{E})}{d\bar{E}} \delta \bar{E} \\ &= \frac{3}{2} \frac{\Phi(\bar{E})}{\bar{E}} \delta \bar{E} = 7.1 \times 10^{18} \text{ durum.} \end{aligned}$$

6.

3.8. Bir ideal gazın durum sayını: L_x, L_y, L_z boyutlu bir kutuda sınırlı N parçacıktan oluşan ideal bir gazı gözönüne alalım ($N \ll N_A$) Her kuantum sayın için aynı enerji katkısını dikkate alarak E ile $E + \delta E$ arasındaki $\Omega(E)$ durum sayını bulunuz.

Serbestlik derecesi başına ort. enerji $\epsilon = \frac{E}{3N}$ Bununla birlikte

herbir uzaysal serbestlik derecesi kendisi ile ilişki farklı bir dağılıma sahiptir.

$$\Phi(E) = [\phi_x(E/3N)]^N [\phi_y(E/3N)]^N [\phi_z(E/3N)]^N$$

$$\phi_x(E) = \frac{L_x}{\pi \hbar} \sqrt{2mE}$$

$$\begin{aligned} \Phi(E) &= \left[\frac{L_x L_y L_z}{(\pi \hbar)^3} \right]^N (2mE)^{3N/2} \\ &= \left[\frac{V}{(\pi \hbar)^3} \right]^N \left(\frac{2mE}{3N} \right)^{3N/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega(E) &= \frac{d\Phi}{dE} \delta E = \left[\frac{V}{(\pi \hbar)^3} \right]^N \left(\frac{2m}{3N} \right)^{3N/2} \frac{3N}{2} E^{\frac{3N}{2}-1} \\ &= C V^N E^{3N/2} \delta E \end{aligned}$$

3.9. Bir spin sisteminin durum sayısı: Bir sistem N tane $1/2$ spin'den oluşmuştur. Her birinin manyetik momenti μ_B ve uygulanan bir $\vec{B}$ manyetik alanına yerleştirilmiştir. Sistem makroskobik sergilerdir. Böylece N olası n sayar basamağındadır. Sistemin enerjisi bu halde $E = -(n - n')\mu_B B$ dir ve $n' = N - n$. (a) Spin sistemi için E ile $E + \delta E$ aralığındaki $\Omega(E)$ durum sayısını hesaplayınız. $\delta E \gg \mu_B B$.

$E = -(n - n')\mu_B B$ enerjisine sahip durumlar sayını N spinin n' spinin yukarı n' spinin aşağı olarak düzenlenebileceği yolları sayınız. Yani

$$N! / n! (N - n)!$$

$$\Omega(E) = \Omega(E) \delta E = \Omega(n) \delta n = \Omega(n) \frac{\delta n}{\delta E} \delta E$$

$$= \frac{N!}{n! (N - n)!} \frac{\delta E}{2\mu_B B}$$

(b) $\ln \Omega$ 'nın E cinsinden kesin bağıntısını bulunuz. n ve n' çok büyük olduğuna göre $n!$ ve $n'!$ hesaplayınız.

$$E' = \frac{E}{\mu_B B} = n - n' \text{ olsun.}$$

$$n = \frac{1}{2} (N + E') \quad ; \quad n' = \frac{1}{2} (N - E')$$

$$\ln(n!) = n \ln(n) - n$$

$$-N + \frac{1}{2}(N + E')$$

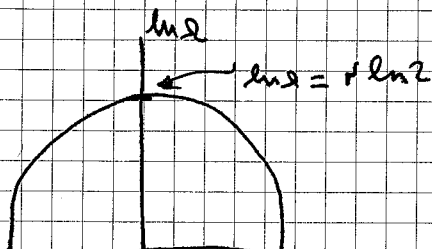
$$+ \frac{1}{2}(N - E')$$

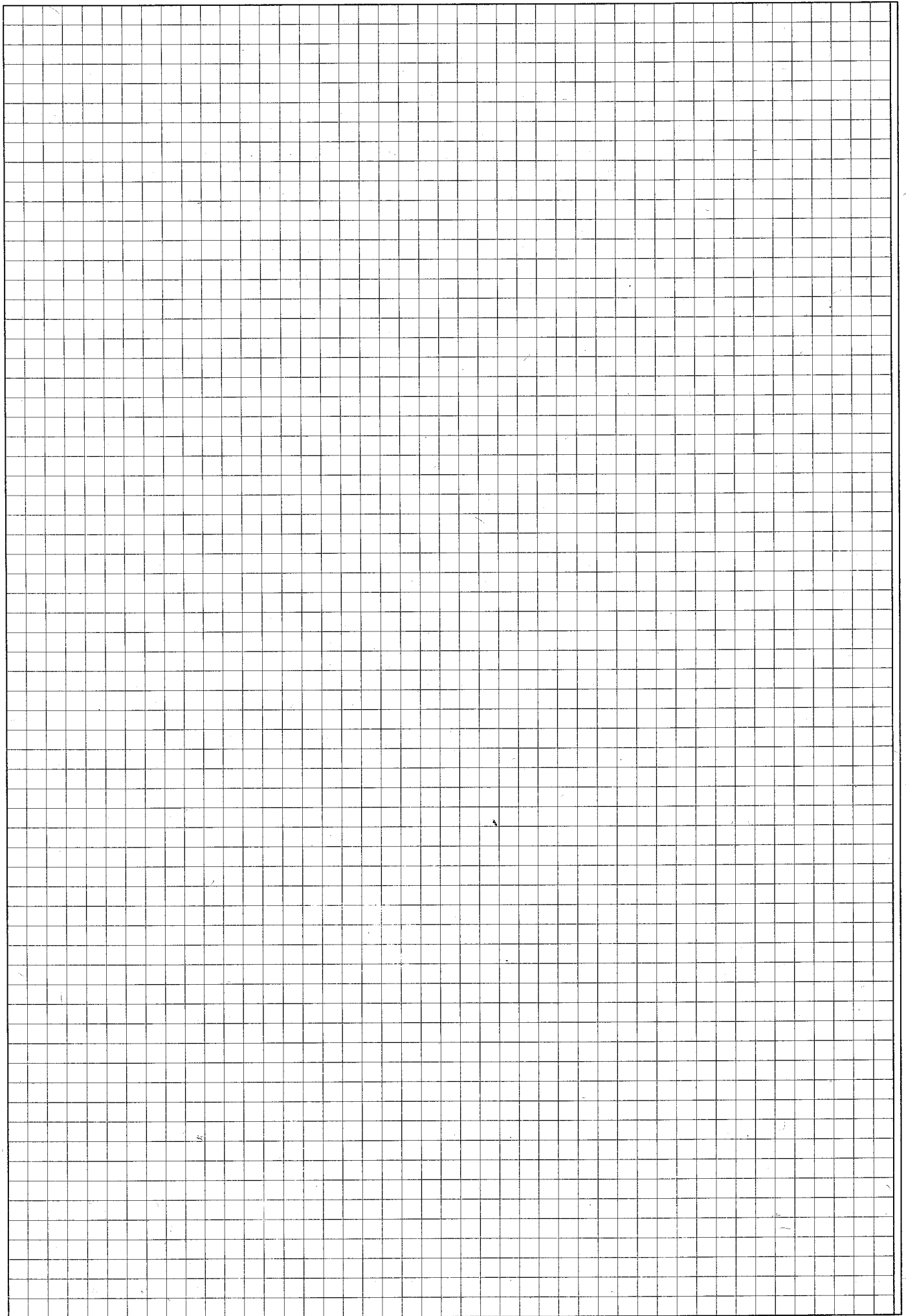
$$\ln \Omega(E) = \ln(N!) - \ln(n!) - \ln(n'!) + \ln\left(\frac{\delta E}{2\mu_B B}\right)$$

$$= N \ln\left(\frac{N}{2}\right) - \frac{1}{2}(N + E') \ln(N + E') - \frac{1}{2}(N - E') \ln(N - E') + \ln\left(\frac{\delta E}{2\mu_B B}\right)$$

$$\frac{\delta E}{2\mu_B B} \gg 1 \Rightarrow \ln\left(\frac{\delta E}{2\mu_B B}\right) \ll N$$

$$\ln \Omega = N \left(\ln\left(\frac{N}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{E' + N}{N} \right) \ln\left(\frac{N + E'}{N}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{E' - N}{N} \right) \ln\left(\frac{N - E'}{N}\right) \right)$$





BS K

3.5. Büyük bir spin sistemi ile termal değme durumunda herhangi bir sistem. Tek bir atom ya da makroskobik bir sistem olabilir herhangi bir A sistemi A' sistemi ile değme halindedir ve aralarında serbest enerji alışverişi vardır. A' $\vec{B}$ manyetik alan içine yerleştirilmiş momenti μ_0 olan $1/2$ 'lik N adet spinler oluşmuştur. A en düşük enerji seriyi E_0 'da iken A'nın n moment yukarı n' aşağıdadır. (a) A sistemi en düşük E_0 enerji serisinde iken A*'ın gireltiler durumların toplam sayısını nedir?

A'nın en düşük enerjisi değere değildir

$$\frac{N!}{n!n'!} = \frac{N!}{n!(N-n)!} = \binom{N}{n}$$

$$\binom{N}{n, n'} \binom{N}{n}$$

b) A r durumunda olsun $E_r > E_0$. A* sisteminin enerjisinin korunması için A'nın $n + \Delta n$ moment yukarı $n' - \Delta n$ moment aşağı olmalıdır. Δn 'yi $E_r - E_0$ cinsinden bulunun.

$$\text{Enerjinin korunumu: } E_0 - [n - (N - n)] \mu_0 B = E_r - [(n + \Delta n) - (N - n - \Delta n)] \mu_0 B$$

$$\Rightarrow \Delta n = \frac{E_r - E_0}{2 \mu_0 B}$$

(c) A Enerjisi r durumunda iken A*'ın toplam gireltiler durum sayısı

$$A^* = A + A' \rightarrow \frac{N!}{(n + \Delta n)! (N - (n + \Delta n))!}$$

$$\Delta n = \frac{E_r - E_0}{2 \mu_0 B}$$

$$\binom{N}{n + \Delta n, n' - \Delta n} \binom{N}{n}$$

(d) P_0 , A'nın E_0 enerjisi ile bulunabilece olasılığı P_r 'de E_r enerjisi r durumunda bulunabilece olasılığı olsun. P_r / P_0 ? $\Delta n \ll n, n'$

$$\begin{aligned} P_r / P_0 &= \frac{\frac{N!}{(n + \Delta n)! (N - (n + \Delta n))!}}{\frac{N!}{n! (N - n)!}} = \frac{n! (N - n)!}{(n + \Delta n)! (N - n - \Delta n)!} = \frac{n! (N - n)!}{(n + \Delta n)! (N - n - \Delta n)!} \\ &= \frac{n! (n' - 1) \dots (n' - (\Delta n - 1)) \cdot (n + 1) (n + 2) \dots (n + \Delta n) \cdot n! \cdot n!}{n! (n' - 1) \dots (n' - (\Delta n - 1)) \cdot (n + 1) (n + 2) \dots (n + \Delta n) \cdot (n + \Delta n)! \cdot (n' - \Delta n)!} \\ &= \frac{n! (n' - 1) \dots (n' - (\Delta n - 1))}{(n + 1) (n + 2) \dots (n + \Delta n)} \cdot \frac{n!}{(n' - \Delta n)!} \approx \left(\frac{n'}{n} \right)^{\Delta n} \end{aligned}$$

d) P_0 , A sisteminin

e) C, kanardan somun kullananlarak, sistemi P_r enerjiye herhangi bir durumda bulabileme olasılığının $P_r = \exp(-\beta E_r)$ olduğunu gösterir.

$$P_r / P_0 = \left(\frac{n!}{n} \right) D_n = e^{-D_n \ln(n/n')}$$

$$P_r = P_0 \exp \left\{ - \frac{E_r - E_0}{2J_0 \beta} \ln(n/n') \right\}$$

$$= C \exp \left\{ - \frac{E_r}{2J_0 \beta} \ln(n/n') \right\} \Rightarrow P_r = C e^{-\beta E_r} \quad \beta = \frac{\ln(n/n')}{2J_0 \beta}$$

f) $n > n'$ ise β pozitif veya negatif olabilir. A'nın r isaretili durumlarının

enerjilerinin eşit b aralıklarla ile ayrıldıklarını varsayalım. $E_r = a + br$

a bir sabittir ve $r = 0, 1, 2, \dots$. A'nın bu durumlardan herhangi birinde bulunma olasılığı ile en azından $r=0$ durumunda bulunma olasılığının hesaplanması.

$$n > n' \Rightarrow \beta > 0. \quad E_r = a + br$$

$$\Rightarrow P_r / P_0 = e^{-\beta(E_r - E_0)} = e^{-\beta br}$$