

Klasik mekaniğin yaklaşıklıkları uygulanabildiğinde, özel olarak basit fakat faydalı sonuçların kanonik dağılımdan nasıl çıktığını göreceğiz.

6.1. Klasik Yaklaşıklık:

Bir parçacık sisteminin kuantum mekaniği bakımından anlatıma uygun koşullar altında klasik mekaniğe göre yapılan bir anlatıma ile nasıl yaklaşılabileceğini biliyoruz. (i) Klasik kavramlarla yapılan bir istatistik teorisinin hangi koşullar altında geçerli bir yaklaşıklık olması beklenir? (ii) Bu yaklaşıklık geçerli ise, istatistik teori klasik terimlerle nasıl formüle edilir?

Klasik Yaklaşıklığın Geçerliliği.

Mutlak sıcaklık yeteri derecede alçak ise, klasik yaklaşıklık geçerli değildir: $kT \lesssim \Delta E$ ort. enerji aralığından daha küçük ya da aynıla karşılaştırılabilir büyüklükte ise sistemin mümkün olan enerjileri kesirli miktarda halinde ayrılmış kuantumlar olması doğaldır.

$kT \lesssim \Delta E$ ise klasik anlatım geçerli olmaz.

Kuantum mekaniksel etkilere önem verilmez ise klasik yaklaşıklık geçerli olacaktır. klasik kavramların anlamı kullanılması üzerinde kuantum mekaniği bakımından temel sınırlama Heisenberg belirsizlik ilkesi ile verilir:

$$\Delta q \Delta p \gtrsim \hbar$$

Buna göre özel bir sıcaklıktaki bir sistemin klasik anlatımın geçerli. Sistem bizim S_0 ile göstereceğimiz tipik bir min. uzaklık içinde lokalize edilmiş olan bir parçacığın görünümüne atabilmeyi gerektir.

$S_0 p_0 \gg \hbar$, $S_0 \gg \lambda_0$ olursa klasik anlatım geçerli.

$$\lambda_0 = \frac{\hbar}{p_0} = \frac{1}{2\pi} \frac{h}{p_0} = \frac{h_0}{2\pi}$$

Bu halde parçacığın dalga boyu önemsiz olur

Klasik Anlatım :

Klasik mekaniğe göre anlatılan bir sistemin mikroskobik sistemin durum nasıl
nitelenir?

Bir boyutta hareketli tek bir parçacıktan oluşan basit bir sistem alalım. Parça-
cığın konumu q koordinatı ile anlatılabilir. Herhangi bir anda q ve p 'nin
değerlerinin klasik mekaniğin kanunlarına uygun şekilde aynı zamanda bilgi
minimimidir.

Klasik İstatistik Mekaniği:

Klasik mekanik bakımından bir sist. in istatistik anlatımı kuantum mekaniğine tamamen eşdeğerdir. Fark: Bir sistemin mikrodurumu, kuantum teorisinde özel bir kuantum durumuna aittir iken, klasik teorisinde faz uzayının özel bir adanına aittir.

Yalıtılmış bir sistem dengede olursa, girilebilir durumlarının her birinde, yani faz uzayındaki girilebilir adanların her birinde eşit olasılıkla bulunur.

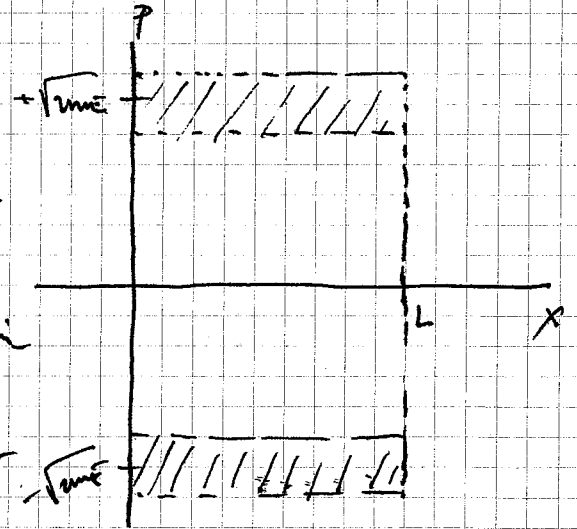
Örnek:

Kuvvetlerin etkisinde olmayan, fakat uzunluğu L olan bir kutu içinde kapalı olan, bir boyut içinde hareketli tek bir parçacığı ele alalım. Parçacığın mümkün konumları $0 \leq x \leq L$ şeklinde bir şerhle sınırlanmıştır.

$$\bar{E} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$$

Parçacığın yalıtılmış olduğunu ve buna göre

E ile $E + \delta E$ arasındaki küçük bir aralıkta sabit bir enerjiye sahip olduğunu biliyoruz. Bu enerji aralığının genişliği δE ve buna göre momentum miktarı $p = \pm \sqrt{2mE}$ değerleri yakınında küçük bir aralığa düşmesi gerekir.



Bundan önceki düşünceler, istatistik postülatları ve durumları sayıman üzerine dayanan herhangi bir genel kanıtın klasik anlatımda da eşit surette geçerli bulunması gerektiğini açığa koyar. Klasik olarak kabul edilmiş bir A sist. i $T = (k_B)^{-1}$ mutlak sıcaklığında bir dengeyle dengede olursa, bu sistemin, enerjisi E olan özel bir r durumunda bulunmasının P_r olasılığı

$$P_r \propto e^{-\beta E_r}$$

ile verilir.

Burada r durum, A 'nın koordinatlarının ve momentumlarının $\{q_1, \dots, q_f; p_1, \dots, p_f\}$ özel değerlerine sahip olduğu faz uzayının özel bir hücresi dır. Buna karşılık olarak A 'nın E_r enerjisi, onun koordinatları ve momentumları bu özel değerlere sahip oldukları vakit bu sist. in E enerjisi gösterir.

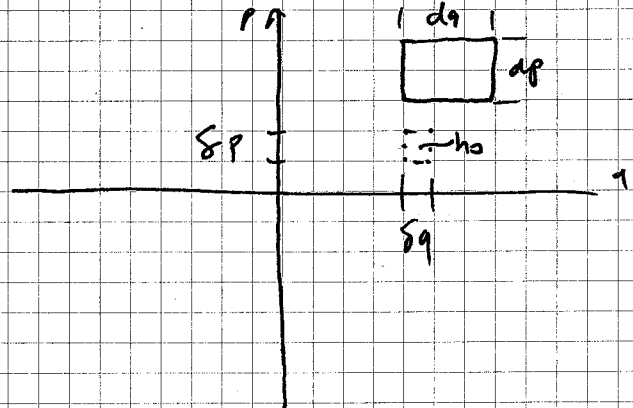
$$E_r = E(q_1, \dots, q_f; p_1, \dots, p_f)$$

P_r 'yi bir olasılık yoğunluğunu cinsinden ifade etmek elverişli olur.

$\mathcal{P}(q_1, \dots, q_f; p_1, \dots, p_f) dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f \equiv$ ısı değeri A sist. inin q_1 ile $dq_1, \dots, f$ nci koordinatın $dq_f + dq_f$, ilk mom. unun p_1 ile $dp_1, \dots, f$ nci mom. unun $p_f + dp_f$ aralığında bulunma olasılığıdır.

Burada dq_i, dp_i aralıklarının q_i bir dq_i miktarı kadar, veya p_i bir dp_i miktarı kadar değiştiği vakt A 'nın E enerjisi belirli miktarda değişim gösterir. Bu durumda küçük fazet bölgeleri faz uzayının alt bölmelemlerine bölünebilir.

$dq_i \gg \delta q_i$ ve $dp_i \gg \delta p_i$ olmaları varsayılır. Böylece faz uzayının $(dq_1 \dots dq_f dp_1 \dots dp_f)$ bütün elemanları, her birisi h nci $\delta q_1 \dots \delta q_f \delta p_1 \dots \delta p_f = h^f$ den küçük hücreleri içine alır.



Buna göre bu hücreleri her birisi A sist. inin enerjisi ve onun sonucu olan P_r olasılığı hem de aynı P_r değeri $\mathcal{P}$ olasılığı barındırarak A 'nın faz uzayının verilen bir hücresi içinde P_r bulunma olasılığına göre hücreleri toplam

$$(dq_1 \dots dq_f) / h^f$$

sayın ile çarpılabilir bulunur.

$$\mathcal{P}(q_1, \dots, p_f) dq_1 \dots dq_f \propto e^{-\beta E_r} \frac{dq_1 \dots dq_f}{h^f}$$

$$\mathcal{P}(q_1, \dots, p_f) dq_1 \dots dp_f = C e^{-\beta E(q_1, \dots, p_f)} dq_1 \dots dp_f$$

$$\int \mathcal{P}(q_1, \dots, p_f) dq_1 \dots dp_f = 1.$$

$$C^{-1} = \int e^{-\beta E(q_1, \dots, p_f)} dq_1 \dots dp_f.$$

6.2. Maxwellin Hız Dağılımı:

Harari V olan bir kap içine kapatılmış ve T mutlak sıcaklığında dengede olan bir ideal gaz gözönüne alalım. Köşülce gazın kuantal olarak incelenmesine müsaade olsun. Dikhetimizi gazın moleküllerinden biri üzerine toplayalım. Bu gazın bir molekül hızlarından oluşan ve sıcaklığı T olan bir ısı deposu ile değme durumunda bir ısıt. maddesi getirir. Moleküller tek atomlu olsun.

$$\Sigma = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}$$

Kap içinde herhangi bir yerde molekülün enerjisi molekülün $\vec{r}$ konum vektörü ve sağlı regiladır.

Molekülün durumu kuantal olarak $\begin{bmatrix} (x, y, z) \\ (p_x, p_y, p_z) \end{bmatrix}$ ile anlatılır.

Molekülün konumunun $\begin{pmatrix} \vec{r} \text{ ile } \vec{r} + d\vec{r} \\ \vec{p} \text{ ile } \vec{p} + d\vec{p} \end{pmatrix}$ aralığında bulunduğuna olanlığı

Bu konum ve mom. değişkenleri, bağıllığı $dx dy dz dp_x dp_y dp_z = d^3\vec{r} d^3\vec{p}$ olan bir maddesi bir "hacim" gerektirir.

$$\mathcal{P}(\vec{r}, \vec{p}) d^3\vec{r} d^3\vec{p} \propto e^{-\beta(p^2/2m)} d^3\vec{r} d^3\vec{p}$$

$$\mathcal{P}'(\vec{r}, \vec{v}) d^3\vec{r} d^3\vec{v} \propto e^{-\beta m v^2/2} d^3\vec{r} d^3\vec{v}$$

Birinden ne kadar moleküllerin belirli bir aralıktaki bir hızı sahip olduğunu söyleyebiliriz. Ya da daha genel olarak belirli aralıkta bulunan bir molekül her birini göz al, verilen bir aralıktan kaç tane molekülün herhangi belirli bir aralıktaki bir hızı sahip olduğunu sorabiliriz. Buna göre bir cisim moleküller üzerine etkileşimini toplayabiliriz.

$f(\vec{v}) d^3\vec{v} \equiv \vec{v}$ ile $\vec{v} + d\vec{v}$ arasında hızı sahip olan moleküllerin bir hacim başına düşen ortal. sayısını.

bulabiliriz.

$$f(\vec{v}) d^3\vec{v} = \frac{N \rho'(\vec{r}, \vec{v}) d^3\vec{r} d^3\vec{p}}{d^3\vec{r}}$$

$$= C e^{-(1/2)\beta m v^2} d^3\vec{v} \quad \text{Maxwell'in hız dağılımı.}$$

$$f(\vec{v}) = f(v) \quad v = |\vec{v}|$$

Görünür hızın (ve büyüce göre k.m. m.) dağılımı olduğunu bir dikkatle dikkatli dağılımı yazar.

$$N = C \int e^{-\beta m v^2 / 2} d^3v$$

$$= C \iiint dv_x dv_y dv_z e^{-\beta m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) / 2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta m v_x^2 / 2} dv_x = \left(\frac{a}{\beta m} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\pi}{\beta m} \right)^{1/2} \Rightarrow C = n \left(\frac{\beta m}{2\pi} \right)^{3/2}$$

$$f(v) d^3v = n \left(\frac{\beta m}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(1/2)\beta m v^2} d^3v$$

Gaz Atomları Moleküller için sona eren geçerliliği

$$\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m} + \sum_s \epsilon_s^{(i)} \quad \text{km. 'ın } s \text{ dikkate alınarak } i \text{ dikkate alınarak}$$

K.M. ile ilgili enerji

$$P_s(\vec{r}, \vec{p}) d^3\vec{r} d^3\vec{p} \propto e^{-\beta(\sum_s \epsilon_s^{(i)})} d^3\vec{r} d^3\vec{p}$$

$$\propto e^{-\beta p^2/2m} d^3\vec{r} d^3\vec{p} e^{-\beta \epsilon_s^{(i)}}$$

$P(\vec{r}, \vec{p}) d^3\vec{r} d^3\vec{p}$ için $\sum_s$ yukarıdaki gibi sabit bir cıpa getirir.

6.3. Maxwell Dağılımının Tarkışılması:

Bir hız bileşiminin dağılımı:

Dikkatimizi bir molekülün hızının özel bir doğrultu boyunca olan bileşeni ile ilgili toplayalım.

$g(v_x) dv_x \equiv$ öteki hız bileşimleri ne olursa olsun, hızının x bileşeni v_x ile $v_x + dv_x$ arasında bulunan bütün hacimdeki o.t. molekül sayısı.

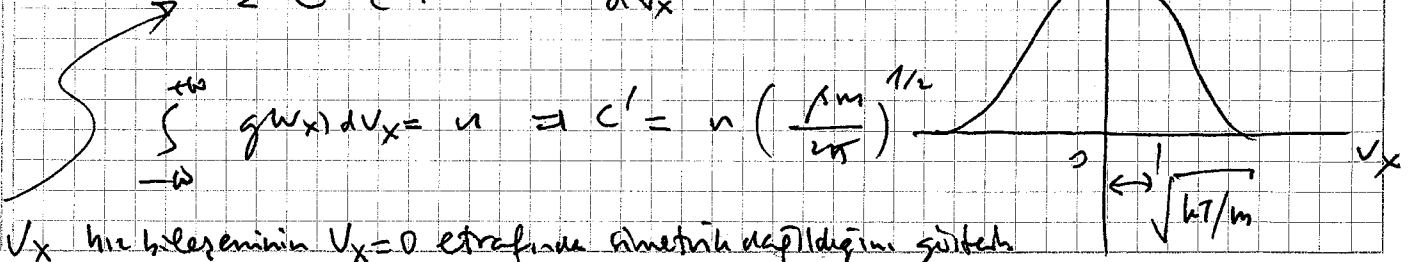
$$g(v_x) dv_x = \int_{v_y} \int_{v_z} f(v) d^3v$$

$$g(v_x) dv_x = C \iint e^{-\beta m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/2} dv_y dv_z$$

$$= C e^{-\beta m v_x^2/2} dv_x \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta m (v_y^2 + v_z^2)/2} dv_y dv_z$$

$$= C' e^{-\beta m v_x^2/2} dv_x$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(v_x) dv_x = n \Rightarrow C' = n \left(\frac{\beta m}{2\pi} \right)^{1/2}$$



v_x hız bileşiminin $v_x = 0$ etrafında simetrik dağıldığını gösterir

Birinci göre ;

$$\overline{V_x} = 0$$

olmalı.

$$\overline{V_x} = \frac{1}{n} \int_{-\infty}^{+\infty} g(v_x) dv_x v_x$$

V_x 'in tek fonk. n.

$V_x=0 \Rightarrow g(v_x) \rightarrow \text{maks.}$ $|V_x|$ arttıkça hızla azalır.

$|\beta m v_x^2| \gg 1$ olursa 6. terimden dolayı hata küçük

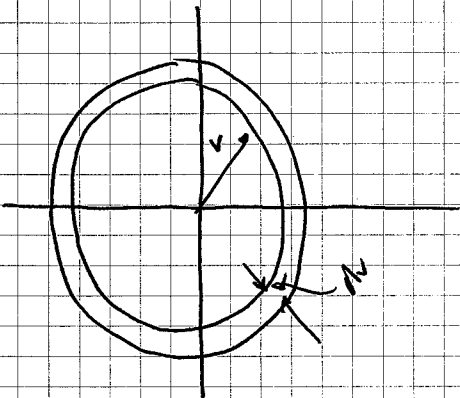
$$\Rightarrow |V_x| \gg (kT/m)^{1/2} \Rightarrow g(v_x) \rightarrow 0$$

Moleküller Hızların Dağılımı:

Verilen bir cisim moleküllerinin hızlarına göre

$F(v)dv \equiv$, $v \equiv |\vec{v}|$ hızları v ile $v+dv$ arasında bulunan bütün moleküllerin sayısı.

$$F(v)dv \equiv \int_{V < |\vec{v}| < V+dv} f(\vec{v}) d^3\vec{v} \quad \left(\text{hızların sığdığı küre içindeki} \right)$$



$$F(v)dv = 4\pi v^2 dv f(v)$$

$$= 4\pi^2 C e^{-(1/2)\beta m v^2} v^2 dv$$

Maxwell hız dağılımı.

$$\int_0^\infty F(v)dv = n$$

$$dF/dV = 0 \Rightarrow \left(-\beta m v e^{-(1/2)\beta m v^2} v^2 + e^{-(1/2)\beta m v^2} (2v) \right) = 0$$

$$\bar{v} = \sqrt{2/\beta m} = \sqrt{2kT/m}$$

Örn: $T = 300^\circ\text{K}$ oda sıcaklığında N_2 . Molekül ağırlığı 28, $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ molekül/mol olduğundan bir N_2 mol. nin kütlesi $m \approx 28/6 \cdot 10^{23} = 4.6 \cdot 10^{-23} \text{ g}$

$$\bar{v} = 4.2 \times 10^4 \text{ cm/s} = 420 \text{ m/s}$$

Bir gazın klasik incelenmesinin geçerliliği:

Geçerlilik ölçütü Heisenberg belirsizlik ilkesinden sonra gelen

$S_0 \gg \lambda_0$ koşuluudur. T mutlak sıcaklığında bir gaz içinde kütlesi m olan bir molekülün mom. unun p_0 değeri en olan $\bar{v}$ altında bulunabilir:

$$p_0 \approx m \bar{v} = \sqrt{2mkT}$$

$$\lambda_0 \equiv \frac{h}{p_0} \approx \frac{h}{\sqrt{2mkT}}$$

Klasik anlatımda moleküller iyi tanımlanmış yörüngeler boyunca ilerleyen ayrı-tesadüfî parçacıklar olarak görünebilir. Bu geniş noktaya, bir molekülün en yakın moleküller arasındaki S_0 tipik uzaklığından daha büyük olmayan bir uzaklık içinde yönelişini engelleyen kuantum mekaniksel sınırlamalar yoksa, kesinlikle geçerli olacaktır.

$$S_0 \gg \lambda_0$$

Her molekülün kendisi S_0 olan bir küp'ün merkezinde olduğunun varsayılır. Bu küpler, N molekülden oluşan gazın $\sqrt[3]{V}$ kısmını doldururlar.

$$S_0^3 N = V \Rightarrow S_0 = (V/N)^{1/3} = n^{-1/3}$$

$$\frac{\lambda_0}{s_0} \approx \frac{n^{1/3}}{\sqrt{2\pi m k T}} \ll 1$$

Klasik yaklaşım; n küçük olacak kadar gaz seyrekli ise ve T sıcaklığı yeteri kadar yüksek ise ve mal.ın m kütlesi çok küçük değilse uygulanabilir.

6.5. Eşbölünüm Teoremi:

$$\mathcal{Z}(q_1, \dots, p_f) dq_1 \dots dp_f = \int e^{-\beta E(q_1, \dots, p_f)} dq_1 \dots dp_f$$

Şekli ile kanonik dağılım (klasik) kard. ve mom. ların bir fonk. dur. herhangi bir ortalama değer hesaba ayrı ayrı toplanmalarla ziyade bir integral hesabına indirgenir. Bir sist.ın ortal. enerjisi hesaplanabilir.

(#) $q_1, \dots, q_f$ gibi f koordinat ve bunlara bağlı olan

$p_1, \dots, p_f$ gibi f mom. larından klasik olarak anlatılabilen bir sistem alalım. $E = E(q_1, \dots, p_f)$ olsun

$$E = E_i(p_i) \rightarrow E'(q_1, \dots, p_f)$$

olduğuna sıkça rastlanır. E_i yalnızca özel p_i mom.ının bir fonk.ıdır. ve E' p_i hariç bütün kard. ve mom. ların fonk.ıdır.

Söz konusu sistem T sıcaklığında bir ısı deposu ile ısıtılıp dengede olur. Buna göre E_i enerji hatasının ortal. değeri nedir?

$$\bar{E}_i = \frac{\int e^{-\beta E(q_1, \dots, p_f)} E_i dq_1 dq_2 \dots dp_f}{\int e^{-\beta E(q_1, \dots, p_f)} dq_1 dq_2 \dots dp_f}$$

$$= \frac{\int e^{-\beta(E_i + E')} E_i dq_1 \dots dp_f}{\int e^{-\beta(E_i + E')} dq_1 \dots dp_f} = \frac{\int e^{-\beta E_i} E_i dp_i}{\int e^{-\beta E_i} dp_i}$$

$$\bar{\epsilon}_i = \frac{-\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\int e^{-\beta \epsilon_i} dp_i \right)}{\int e^{-\beta \epsilon_i} dp_i}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta \epsilon_i} dp_i \right)$$

Şimdi bir K.E 'yi gösterdiğinde anlatacağı gibi ϵ_i 'nin p_i 'nin bir kuadratik form'u olduğunu düşünelim.

$$\epsilon_i = b p_i^2$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta \epsilon_i} dp_i = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta b p_i^2} dp_i = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-b y^2} dy \quad y = \sqrt{\beta} p_i$$

$$\ln \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\beta \epsilon_i} dp_i \right) = -\frac{1}{2} \ln \beta + \ln \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-b y^2} dy \right)$$

$$\bar{\epsilon}_i = -\frac{\partial}{\partial \beta} \left(-\frac{1}{2} \ln \beta \right) = \frac{1}{2\beta} = \frac{kT}{2} \quad \checkmark$$

4 Klasik istatistik mekanik ile anlatılan bir sistem T mutlak sıcaklığında dengede ise enerjisindeki bağımsız her kuadratik terim $\frac{1}{2} kT$ 'ye eşit olan bir ort. değeri vardır. "

6.6. Eşbölünüm Teoreminin uygulamaları:

Bir Atomlu bir ideal gazı düşünün.

Böyle bir gaz içindeki bir molekülün enerjisi

$$\epsilon = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$$

Eşbölünüm teoremi $\bar{\epsilon} = \frac{3kT}{2}$ olur.

Bir mol gaz N_A kadar moleküller olduğundan gazın ort. enerjisi

$$\bar{E} = N_A \left(\frac{3}{2} kT \right) = \frac{3}{2} RT \quad R = N_A k$$

$$C_V = \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial T} \right)_V = \frac{3}{2} R$$

kuantum mekanişel sonuç ile uyumlu.

Herhangi bir gaz içindeki bir molekülün K.E.'si ideal olması gerçeğ olmayarak herhangi bir gaz düşününüz. Kütle m olan herhangi bir molekülün enerjisi

$$\epsilon = \epsilon^{(k)} + \epsilon' \quad \epsilon^{(k)} = \frac{1}{2m} (\vec{p}_x^2 + \vec{p}_y^2 + \vec{p}_z^2)$$

$\epsilon^{(k)}$ molekülün bir dış hareket alanına yerleştiğinde veya başka moleüllerle etkileşim yaparsa, molekülün K.M.'ne göre hareketinin içinde olduğu alanı; ϵ' molekülün bir atomla veya bir atomla K.M.'ne göre hareketinin veya şeklinin anlatan momentum alanı içinde olduğu alanı; fakat $\vec{p}$ K.M. momentum alanı içinde alınır.

Esikliklerin tesiri

$$\overline{\frac{1}{2m} p_x^2} = \overline{\frac{1}{2} m v_x^2} = \frac{kT}{2} \Rightarrow \overline{v_x^2} = \frac{kT}{m}$$

Simetri gereğince $\overline{v_x} = 0$. $(\Delta v_x)^2 = \overline{v_x^2}$.

$$\Rightarrow \overline{\epsilon^{(k)}} = \frac{3}{2} kT.$$

Brown hareketi:

T mutlak sıcaklığında bir alümin içinde aslında m kütlesinde (1μ kadar) makroskopik bir parçacığı alalım. Bu parçacığın enerjisi

$$\mathcal{E} = \underbrace{\frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}_{\text{K.M. hareketi}} + \underbrace{\mathcal{E}'}_{\text{kristal atomların K.M. 'ne göre hareketi.}}$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{kT}{m} \text{ ver.}$$

Harmonik Salınım:

Bir boyut içinde basit harmonik salınımlar yapan m kütlesinde bir parçacığı gözönüne alalım.

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2m} p_x^2 + \frac{1}{2} \alpha x^2$$

Salınımın klasik mekaniğe göre analiz edilmesi için yeterli kadar yüksek bir T sıcaklığında bir ısı deposu ile dengede olduğunu kabul edelim.

$$\bar{\mathcal{E}} = \frac{kT}{2} + \frac{kT}{2} = kT$$

6.7. Katıların Öz Isısı:

$\mathcal{E}$ bölünüm teoreminin bir uygulaması olarak yeterli bir kesinlikle analizinin geçerli olması için yeterince yüksek sıcaklıklarda katıların öz ısısını inceleyeceğiz. (Cu , Al ,) komşu atomlar aram karşılıklı kuvvetler geçince, katının kararlı mekaniksel denge durumuna atomları bir kristal örgünün düzenli konumlarına yerleştiklerinde durumudur. Bununla birlikte her atom kendi denge konumuna etrafına bir mükemmel hareket etmekte serbestlik

$$\mathcal{E}_x = \frac{1}{2m} p_x^2 + \frac{1}{2} \alpha x^2 \quad \omega = \sqrt{\alpha/m}$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_x + \mathcal{E}_y + \mathcal{E}_z$$

$$\bar{\epsilon}_x = \frac{1}{2} kT + \frac{1}{2} kT = kT$$

$$\bar{\epsilon}_y = \bar{\epsilon}_z \Rightarrow \bar{\epsilon} = 3kT$$

$$\bar{E} = 3N_A kT = 3RT \quad R = N_A k$$

$$C_V = \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial T} \right)_V = 3R \approx 25 \text{ joule / mol dere.} \quad \text{Dulong-Petit Yaran}$$

farklı kütleleri, farklı yay sst. leri atomlarda olursa da aynı.

"Yeteri kadar yüksek sıcaklıklarda bütün katılar $3R$ 'ye eşit, sıcaklıktan bağımsız aynı C_V molar ısı kapasitesi sabitlikleri".

Göreceğimiz gibi, (elmas dışında) pek çok katıda klasik anlatımın yaklaşık geçerliliği için oda sıcaklığı yeteri kadar yüksektir.

Klasik Yaklaşımın Geçerliliği:

X - doğrultundaki hareketin enerjisi ϵ_x olan salınımlı bir atom düşünün.

$$\frac{1}{2m} p_x^2 \approx \frac{1}{2} kT$$

Buna göre bir atomun momentumu;

$$p \approx \sqrt{p_x^2} \approx \sqrt{mkT}$$

klasik anlatımın geçerli olabilmesi için, kuantum etkileri, atomun ot. salınım periyoduyla karşılaştırıldığında tipik bir so. hareketi içinde göreceli olarak engellenmemiştir.

$$\frac{1}{2} \alpha x^2 = \frac{1}{2} kT$$

$$x_0 \approx \sqrt{x^2} \approx \sqrt{kT/\alpha}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{So } p_0 \approx hT \sqrt{\frac{m}{\alpha}} \gg \hbar \\ kT \gg \hbar \omega \end{array} \right\}$$

$$\theta = \frac{\hbar \omega}{k} \Rightarrow T \gg \theta \text{ olmalı.}$$

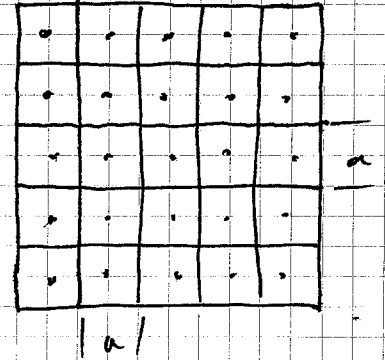
Sayıcı Değerlendirmeler:

ω atomik salınım frekansının büyüklüğü, görüne alınan katının esneklik özelliklerinden değerlendirilebilir. Örneğin bir katıya küçük bir Δp basınca uygularsın. Katının hacmi ΔV miktarda küçülür.

$$k \equiv - \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}$$

ile tanımlanan niceliğe bir katının sıkışabilirliği denir. Birne göre dengeli konumunda ayrıldığında atom üzerine etki eden net F kuvvetin sadece değerlendirilmesi mümkün ortaya çıkmaz. Benzerlik için katının atomlarını

her birinin a olan hücrelerin merkezinde yerleştirilerek düşünülür. Böylece atomlar arası mesafe a olur. Birne göre katının bir yönüne uygulanan basınç tek bir atom tarafından kaplanan a^2 yüzeyi üzerine uygulanan bir $F = a^2 \Delta p$ kuvvetle her bir gelir.

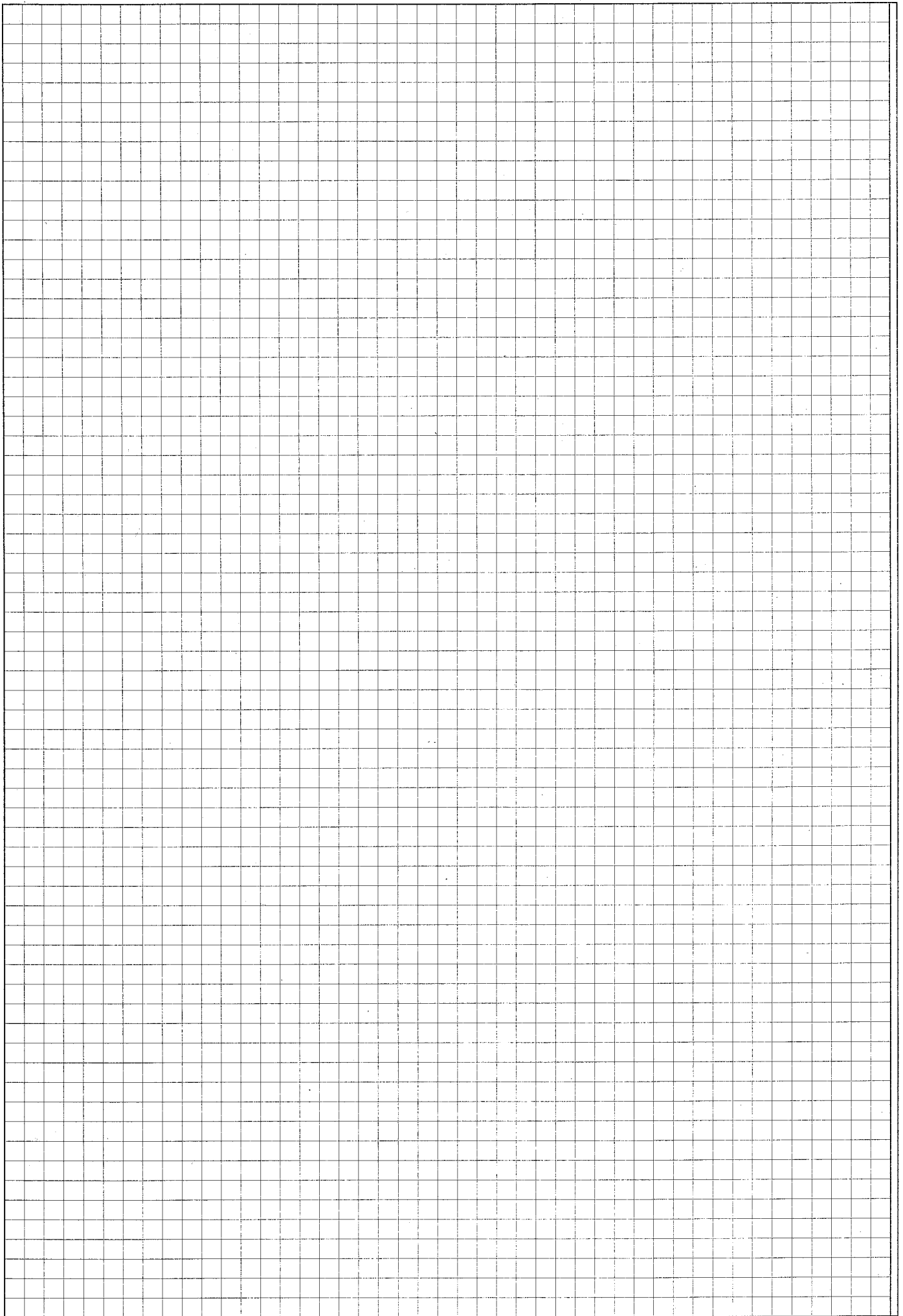


$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta(a^3)}{a^3} = \frac{3a^2 \Delta a}{a^3} = 3 \frac{\Delta a}{a}$$

$$F = a^2 \Delta p = a^2 \left(- \frac{1}{k} \frac{\Delta V}{V} \right) = - \frac{a^2 3 \Delta a}{ka} = \cancel{- \frac{3a^2 \Delta a}{ka}}$$

$$F = -\alpha \Delta a \quad \alpha = \frac{3a}{k}$$

$$\omega = \sqrt{\alpha/m} \approx \sqrt{3a/\mu m}$$



BS K